ଗଣିତ ପ୍ରକାଶ

ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ

ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ
ଓଡ଼ିଶା ସରକାର

ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ
ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ
ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଓଡ଼ିଶା ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷା
କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ପ୍ରାଧିକରଣ, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଗଣିତ ପ୍ରକାଶ

ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ

ପରୀକ୍ଷାମୂଳକ ସଂସ୍କରଣ

ସମ୍ପାଦକ ମଣ୍ଡଳୀ :
 କ୍ଷେତ୍ରବାସୀ ଦାସ
ରବିନ୍ଦ୍ର କୁମାର ଦିଗଲ
ତପନ କୁମାର ମହନ୍ତ
ଜୟନ୍ତ କୁମାର ପତି
ପ୍ରଦୀପ କୁମାର ବିଶ୍ୱାଳ
ରଶ୍ମୀରେଖା ସ୍ୱାଇଁ
ଦେବବ୍ରତ ଗିରି

ସମୀକ୍ଷକ ମଣ୍ଡଳୀ :
ଡ. ହୃଷୀକେଶ ଆଚାର୍ଯ୍ୟ
ଅକ୍ଷୟ କୁମାର ଷଡ଼ଙ୍ଗୀ
ରଶ୍ମିରେଖା ସ୍ୱାଇଁ
କ୍ଷେତ୍ରବାସୀ ଦାସ

ମୁଖ୍ୟ ସଂଯୋଜିକା :
ଡ. ସବିତା ସାହୁ

ବିଷୟ ବିଶେଷଜ୍ଞ :
ଡ. ନୀଳାମ୍ବର ବିଶ୍ୱାଳ
ଡ. ହୃଷୀକେଶ ଆଚାର୍ଯ୍ୟ

ସଂଯୋଜକ :
ଡ. ବାମଦେବ ତ୍ରିପାଠୀ

ପ୍ରକାଶକ : ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ, ଓଡ଼ିଶା ସରକାର

ମୁଦ୍ରଣ ବର୍ଷ : ୨୦୨୬

ପ୍ରସ୍ତୁତି : ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ଡି.ଟି.ପି ଓ ଡିଜାଇନ୍ : ଓଡ଼ିଶା ରାଜ୍ୟ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ପ୍ରଣୟନ ଓ ପ୍ରକାଶନ ସଂସ୍ଥା, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ମୁଦ୍ରଣ : ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକ ଉତ୍ପାଦନ ଓ ବିକ୍ରୟ, ଭୁବନେଶ୍ୱର

ପ୍ରସ୍ତାବନା

ଜାତୀୟ ଶିକ୍ଷାନୀତି ୨୦୨୦, ଏପରି ଏକ ଶିକ୍ଷା ବ୍ୟବସ୍ଥାର ପରିକଳ୍ପନା କରେ ଯାହା ଦେଶର ଜ୍ଞାନ ଓ ମାନବ ପ୍ରୟାସର ସମସ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାରତୀୟ ପ୍ରବୃତ୍ତି ଏବଂ ଏହାର ସଭ୍ୟତାଗତ ସଫଳତା ଉପରେ ପରିବେଷ୍ଟିତ । ଏକବିଂଶ ଶତାବ୍ଦୀର ସୁଯୋଗ ଓ ସମସ୍ୟା ସହିତ ଗଠନମୂଳକ/ରଚନାତ୍ମକ ଭାବରେ ଜଡ଼ିତ ହେବା ପାଇଁ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ମାନଙ୍କୁ ଏହି ସମୟ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ଏହାର ମୂଳ ଲକ୍ଷ୍ୟ ରହିଛି । ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତରର ପାଠ୍ୟକ୍ରମକୁ ଉତ୍ତମରୂପେ ସ୍ଥିର କରିବା ଦିଗରେ ଜାତୀୟ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ଢାଞ୍ଚା – ୨୦୨୩ ଏହାର ମୂଳ ଆଧାର ଅଟେ ।

ମାନବ ଅସ୍ତିତ୍ୱର ପାଞ୍ଚଟି ସ୍ତର (ପଞ୍ଚକୋଷ) ରେ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ନିହୀତ ଦକ୍ଷତାକୁ ପରିପୁଷ୍ଟ କରି, ମୌଳିକ ଓ ପ୍ରସ୍ତୁତି ପର୍ଯ୍ୟାୟ ମାଧ୍ୟମରେ ମଧ୍ୟମ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଅଧିକ ଶିକ୍ଷା ଗ୍ରହଣ କରିବା ପାଇଁ ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି କରିବାର ପଦକ୍ଷେପ ନିଆଯାଇଛି । ମଧ୍ୟମ ପର୍ଯ୍ୟାୟ, ପ୍ରସ୍ତୁତି ଓ ମାଧ୍ୟମିକ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଶିକ୍ଷା ପାଇଁ ଷଷ୍ଠରୁ ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀ (ତିନିବର୍ଷ) ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଯୋଗ ସେତୁ ଭାବେ କାର୍ଯ୍ୟକରେ ।

NCF-SE ୨୦୨୩, ମଧ୍ୟମ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କ ଜୀବନରେ ଆଗକୁ ବଢ଼ିବା ସହିତ ଅଭିବୃଦ୍ଧି ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଦକ୍ଷତା ହାସଲ କରିବା ଲକ୍ଷ୍ୟ ରଖିଛି । ଏହାଦ୍ୱାରା ସେମାନଙ୍କର ବିଶ୍ଳେଷଣାତ୍ମକ, ରଚନାତ୍ମକ ଏବଂ ବର୍ଣ୍ଣନାତ୍ମକ କ୍ଷମତାକୁ ବୃଦ୍ଧି କରିବା ଏବଂ ସେମାନେ ସମ୍ମୁଖୀନ ହେବାକୁ ଯାଉଥିବା ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ଓ ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି ପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାକୁ ପ୍ରଚେଷ୍ଟା କରାଯାଇଅଛି । ତିନୋଟି ଭାଷାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ନଅଟି ବିଷୟ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ପରିବ୍ୟାପ୍ତ ଏକ ବିବିଧ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ, ଯେଉଁଥିରେ କି ଅତିକମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି ଭାରତୀୟ ଭାଷା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ – ବିଜ୍ଞାନ, ଗଣିତ, ସାମାଜିକ – ବିଜ୍ଞାନ, କଳାଶିକ୍ଷା, ଶାରୀରିକ ଶିକ୍ଷା ଓ ସୁସ୍ଥତା ଏବଂ ବୃତ୍ତିଗତ ଶିକ୍ଷା ସେମାନଙ୍କର ସାମଗ୍ରୀକ ବିକାଶକୁ ଅଗ୍ରଗାମୀ କରାଇଥାଏ ।

ଏପରି ଏକ ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ ଶିକ୍ଷଣ ସଂସ୍କୃତି ପାଇଁ କିଛି ଆବଶ୍ୟକୀୟ ସର୍ତ୍ତାବଳୀ ଦରକାର କରେ । ସେଥିମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ବିଭିନ୍ନ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉପଯୁକ୍ତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ରହିବା, କାରଣ ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟବସ୍ତୁ ଏବଂ ଶିକ୍ଷାଦାନ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ସ୍ଥାପନ କରିବାରେ ଏକ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିବେ, ଯାହା ସିଧାସଳଖ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ, ଅନ୍ୱେଷଣ ଏବଂ ଅନୁସନ୍ଧାନ ପାଇଁ ସୁଯୋଗ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ନ୍ୟାୟପୂର୍ଣ୍ଣ ସନ୍ତୁଳନ ସ୍ଥାପନ କରିବ । ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସର୍ତ୍ତାବଳୀ ମଧ୍ୟରେ, ପାଠ୍ୟକ୍ରମ ମଧ୍ୟରେ ଏବଂ ବାହାରେ ଧାରଣାଗତ ସଂଯୋଗ ସ୍ଥାପନ ପାଇଁ ଶ୍ରେଣୀଗୃହ ସଜ୍ଜିକରଣ ଓ ଶିକ୍ଷକ ପ୍ରସ୍ତୁତି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଟେ । ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ମାନଙ୍କୁ ଏହିପରି ଉଚ୍ଚମାନର ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଯୋଗାଇଦେବା ପାଇଁ ପ୍ରତିଶ୍ରୁତିବଦ୍ଧ । ଏହି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ, ଅଭିଜ୍ଞ ବିଷୟ ବିଶେଷଜ୍ଞ, ଶିକ୍ଷାବିତ୍ ଏବଂ କାର୍ଯ୍ୟରତ ଶିକ୍ଷକ ମାନଙ୍କୁ ସଦସ୍ୟ ଭାବରେ ନେଇ ବିଭିନ୍ନ ପାଠ୍ୟକ୍ରମର କମିଟି ଗଠନ କରି ଉଚ୍ଚମାନର ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ବିକଶିତ କରିବା ପାଇଁ ସମସ୍ତ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ପଦକ୍ଷେପ ଗ୍ରହଣ କରିଛନ୍ତି । ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ 'ଗଣିତ ପ୍ରକାଶ' ଗାଣିତିକ ଚିନ୍ତନ ପାଇଁ ଏକ ସ୍ଫୁଲିଙ୍ଗ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟରେ NEP -2020 ଏବଂ NCF-SE-2023 ର ଆକାଙ୍‌କ୍ଷା ସହିତ ସମନ୍ୱୟ ରକ୍ଷାକରେ । ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ମାନଙ୍କ ପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତୁତ ହୋଇଥିବା

ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ, ଷଷ୍ଠଶ୍ରେଣୀ ରେ ଆରମ୍ଭ ହୋଇଥିବା ଗଣିତ ଦୁନିଆରୁ ଏହାର ଯାତ୍ରାରମ୍ଭ କରିଅଛି । ଏହି ଯାତ୍ରା ସମୟରେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନ ପରିସ୍ଥିତିରୁ ଧାରଣା ଓ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥାଏ, ଯାହାଫଳରେ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ ସହଜରେ ସେଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ସଂପର୍କ ରକ୍ଷା କରିପାରିବେ । ପୁସ୍ତକଟିରେ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କ ଚାରିପାଖରେ ଥିବା ଢାଞ୍ଚାଗୁଡ଼ିକର ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଓ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବା ପାଇଁ ଏବଂ ନିଜେ ଗାଣିତିକ ଅବଧାରଣା ଆବିଷ୍କାର କରିବା ନିମନ୍ତେ ସୁଯୋଗ ସୃଷ୍ଟି କରାଯାଇଛି । ଏହି ପୁସ୍ତକ ସାମଗ୍ରୀଟି ଗଣିତକୁ ବିଜ୍ଞାନ, ସାମାଜିକ ବିଜ୍ଞାନ ସହିତ ପରିବେଶ ଶିକ୍ଷା, ମୂଲ୍ୟ ଭିତ୍ତିକ ଶିକ୍ଷା, ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଶିକ୍ଷା ଏବଂ ଭାରତୀୟ ଜ୍ଞାନ ପ୍ରଣାଳୀ ପରି ପାର-କ୍ଷେତ୍ରୀୟ ବିଷୟବସ୍ତୁ ସହିତ ସମନ୍ୱିତ କରିବାକୁ ପ୍ରୟାସ କରିଅଛି । ଅଧିକ ଜଟିଳ ଗାଣିତିକ ଅବଧାରଣା ବୁଝିବାପାଇଁ ରଙ୍ଗୀନ୍ ଚିତ୍ର ଏବଂ ପାରସ୍ପରିକ ଅଭ୍ୟାସ ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକର ଭିତ୍ତିଭୂମି ଗଠନ କରିଅଛି । ସମଗ୍ର ପୁସ୍ତକରେ କାହାଣୀ, ବାର୍ତ୍ତାଳାପ / କଥୋପକଥନ ଏବଂ ଉପାଖ୍ୟାନ ଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଯୋଜିତ କରାଯାଇଛି । ଯାହା କି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ସୁସଂଯୋଜ୍ୟ ଏବଂ ସୁଗମ ହୋଇପାରିବ । ପ୍ରହେଳିକା ଏବଂ ଅଭିନବ ସମସ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କ ଚାରିପାଖର ଦୁନିଆ ସହିତ ଗାଣିତିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଚିନ୍ତାଶୀଳ ଭାବରେ ଜଡ଼ିତ କରିବା ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ଗଣିତ ବିଷୟରେ ସେମାନଙ୍କର ବୋଧଶକ୍ତି ଗଭୀର ହେବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ କଥୋପକଥନ ସହିତ ଚିନ୍ତା ଉଦ୍ରେକକାରୀ ଧାରଣା ଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବା ପାଇଁ ସକ୍ଷମ କରିବ । ଛାତ୍ର-କୈନ୍ଦ୍ରିକ ଶିକ୍ଷା ବ୍ୟବସ୍ଥାରେ ସହଯୋଗ ଓ ସକ୍ରିୟ ନିୟୋଜନ ଉପରେ ଧ୍ୟାନ କେନ୍ଦ୍ରିତ ହୋଇଅଛି ।

ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ବ୍ୟତୀତ, ଏହି ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଶିକ୍ଷଣସମ୍ବଳ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବା ପାଇଁ ଉତ୍ସାହିତ କରାଯିବା ଉଚିତ । ବିଦ୍ୟାଳୟ ପାଠାଗାର ଗୁଡ଼ିକ ଏହିପରି ସମ୍ବଳ ଉପଲବ୍ଧ କରାଇବାରେ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିଥାନ୍ତି । ଏହାବ୍ୟତୀତ, ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ମାନଙ୍କୁ ଏ ଦିଗରେ ମାର୍ଗଦର୍ଶନ ଓ ଉତ୍ସାହିତ କରିବା ପାଇଁ ଅଭିଭାବକ ଏବଂ ଶିକ୍ଷକମାନଙ୍କ ଅମୂଲ୍ୟଭୂମିକା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଟେ ।

ମୁଁ ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକର ବିକାଶରେ ସାମିଲ ହୋଇଥିବା ସମସ୍ତଙ୍କ ପ୍ରତି କୃତଜ୍ଞତା ପ୍ରକାଶ କରିବା ସହିତ ଆଶା କରୁଛି ଯେ ଏହା ସମସ୍ତ ହିତାଧିକାରୀଙ୍କ ଆଶା ପୂରଣ କରିପାରିବ । ଆଗାମୀ ବର୍ଷ ଗୁଡ଼ିକରେ ଏହି ପୁସ୍ତକର ଆହୁରି ଅଧିକ ଉନ୍ନତି ପାଇଁ ମୁଁ ଏହାର ସମସ୍ତ ଉପଭୋକ୍ତାଙ୍କ ଠାରୁ ସୁଚିନ୍ତିତ ପରାମର୍ଶ ଓ ମତାମତ ମଧ୍ୟ ଆମନ୍ତ୍ରଣ କରୁଛି ।

ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ

ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା

ପୁସ୍ତକ ବିଷୟରେ

ଗଣିତ, ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ କେବଳ ମୌଳିକ ଗାଣିତିକ ଦକ୍ଷତା ବିକାଶ କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ନାହିଁ, ବରଂ ତାର୍କିକ ଯୁକ୍ତି, ସୃଜନଶୀଳ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ, ସ୍ୱଷ୍ଟ ଏବଂ ଠିକ୍ ଯୋଗାଯୋଗ (ଉଭୟ ମୌଖିକ ଏବଂ ଲିଖିତ) ର ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଦକ୍ଷତା ମଧ୍ୟ ବିକାଶ କରେ । ଗାଣିତିକ ଜ୍ଞାନ, ବିଜ୍ଞାନ, ସାମାଜିକ ବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ କଳା, ଶାରୀରିକ ଶିକ୍ଷା ଓ ବୃତ୍ତିଗତ ଶିକ୍ଷାପରି ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ବିଦ୍ୟାଳୟ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବାରେ ମଧ୍ୟ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରେ । ଗଣିତ ଶିଖିବା ମଧ୍ୟ ରୁଚି, ପସନ୍ଦ ଏବଂ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବା ପାଇଁ ଦକ୍ଷତା ବିକାଶରେ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅବଦାନ ରଖିଥାଏ । ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ଏବଂ ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ଗଣତାନ୍ତ୍ରିକ ଏବଂ ଆର୍ଥିକ ଅଂଶଗ୍ରହଣ ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ପରିମାଣାତ୍ମକ ଯୁକ୍ତି ବୁଝିବା ଆବଶ୍ୟକ । ତେଣୁ ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷାର ସାମଗ୍ରିକ ଲକ୍ଷ୍ୟ ହାସଲ କରିବାରେ ଗଣିତର ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ରହିଛି ।

ମଧ୍ୟମ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଗଣିତ ଏକ ପ୍ରମୁଖ ଆହ୍ୱାନ ଏବଂ ଏହାକୁ ଶିଶୁର ଅଭିଜ୍ଞତା ଓ ପରିବେଶ ଏବଂ ସିଦ୍ଧାନ୍ତର ନିକଟତର ହେବା ପାଇଁ ଦ୍ୱୈତ ଭୂମିକା ନିର୍ବାହ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଏହା ଅନ୍ତର୍ଜ୍ଞାନ ବିକାଶ କରିବା, କଠୋରତା ବଜାୟ ରଖିବା ଏବଂ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେବା ଦିଗରେ ଦ୍ୱୈତ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହାକୁ କଳାତ୍ମକତା, ସୃଜନଶୀଳତା ଏବଂ ସୌନ୍ଦର୍ଯ୍ୟ ଓ ସୌନ୍ଦର୍ଯ୍ୟର ଭାବନା ବିକାଶ କରିବା ସହିତ ସମାଲୋଚନାତ୍ମକ ଏବଂ ତାର୍କିକ ଚିନ୍ତାଧାରା ବୃଦ୍ଧି କରିବାରେ ଦ୍ୱୈତ ଭୂମିକା ନିର୍ବାହ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଶେଷରେ, ଛାତ୍ରମାନଙ୍କୁ ଗଣିତର ବିଶ୍ୱସ୍ତରୀୟ ସଂଗ୍ରହରେ ସର୍ବୋତ୍ତମ ପଦ୍ଧତି ଶିକ୍ଷା ଦେବା ସହିତ ନିଜସ୍ୱ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକର ଅନୁସନ୍ଧାନ ଏବଂ ଆବିଷ୍କାର ପାଇଁ ପ୍ରଚୁର ସୁଯୋଗ ପ୍ରଦାନ କରିବା ଭଳି ଦ୍ୱୈତ ଭୂମିକା ଗଣିତକୁ ଗ୍ରହଣ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନର ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଗଣିତ ଶିଖିବାର ଉପରୋକ୍ତ ଲକ୍ଷ୍ୟ ଏବଂ ଆହ୍ୱାନ ଗୁଡିକର ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଏକ ପ୍ରୟାସ କରିଛି । ଏହି ପୁସ୍ତକର ଲେଖକମାନେ ଅନୌପଚାରିକ ଏବଂ ଆନୁଷ୍ଠାନିକ ପରିଭାଷା ମଧ୍ୟରେ ଏକ ବିଚାରଶୀଳ ସନ୍ତୁଳନ ରକ୍ଷା କରିବାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ ରଖିଛନ୍ତି ଏବଂ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ତର୍ଜ୍ଞାନ ଏବଂ କଠୋରତା, ଉଭୟ ବିକଶିତ କରିବା ପାଇଁ ପଦ୍ଧତିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ସନ୍ନିବେଶିତ କରିଛନ୍ତି । ଏହି ପୁସ୍ତକଟି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ-ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଏବଂ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ-ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସକ୍ରିୟ ଏବଂ ଅଭିଜ୍ଞତାମୂଳକ ଶିକ୍ଷାକୁ ପ୍ରୋତ୍ସାହିତ କରିବା ଦିଗରେ ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ ପାରସ୍ପରିକ କ୍ରିୟା ପାଇଁ ଅନେକ ସୁଯୋଗ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଦାନ କରିଥାଏ । ନିରନ୍ତର ଅନୁସନ୍ଧାନକୁ ଉତ୍ସାହିତ କରିବା ପାଇଁ ପୁସ୍ତକରେ ଅନେକ ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରହେଳିକା ଏବଂ ପାରସ୍ପରିକ ଅଭ୍ୟାସକାର୍ଯ୍ୟ ରଖାଯାଇଛି । ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ ଆଲୋଚନାକୁ ଉତ୍ସାହିତ କରିବା ପାଇଁ ଅନେକ ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆଯାଇଛି । ଏହି ପୁସ୍ତକର ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟ, "ଆମ ଚାରିପଟେ ଥିବା ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା" ବିଷୟ ଭିତ୍ତିକ ଅନୁସନ୍ଧାନରେ ନିମଗ୍ନ ରହି, ଲକ୍ଷ ଓ କୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଜଗତର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ସୂଚନା ପ୍ରଦାନ କରିଥାଏ । ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ "ପାଟୀ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ', ବହୁବିଧ ପ୍ରକିୟା ଥିବା ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାର କରିବା ସହିତ ସେଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ନିର୍ଭୁଲ୍ ଭାବେ ଲେଖା ଏବଂ ପଢ଼ାଯାଇପାରିବ ସେ ସମ୍ପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିଥାଏ । ତୃତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ "ସଂଖ୍ୟାର ମଝିରେ ବିନ୍ଦୁର କମାଲ" ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁର ବ୍ୟବହାର ଏବଂ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଜଡ଼ିତ ଯୋଗ ଏବଂ ବିୟୋଗକୁ ପରିଚିତ କରାଏ । ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ "ଅକ୍ଷର ଓ ସଂଖ୍ୟା ମାଧ୍ୟମରେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ପାଟୀଗଣିତ ପ୍ରକାଶ ଉପରେ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ବୀଜଗଣିତ ଜଗତର ପ୍ରଥମ ପଦକ୍ଷେପ ନେବା ଦିଗରେ ମାର୍ଗଦର୍ଶନ କରିବା ଉପରେ ଆଧାରିତ ଅକ୍ଷର ଓ ସଂଖ୍ୟା

ଏବଂ ବୀଜଗଣିତ ପରିପ୍ରକାଶର ମୌଳିକ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ପରିଚିତ କରାଯାଇଅଛି । ପଞ୍ଚମ ଅଧ୍ୟାୟ "ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଓ ଛେଦକ" ଜ୍ୟାମିତିର ମୌଳିକ ତଥ୍ୟ ଓ ତତ୍ତ୍ୱ ଗୁଡ଼ିକୁ ପରିଚିତ କରାଏ ଏବଂ କାଗଜ ଭାଙ୍ଗିବା ଓ କଠୋର ଗାଣିତିକ ଯୁକ୍ତି ଭଳି ଆକର୍ଷଣୀୟ କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ ମାଧ୍ୟମରେ ସନ୍ତୁଳନ କରିଥାଏ । ଷଷ୍ଠ ଅଧ୍ୟାୟ "ସଂଖ୍ୟା ଖେଳ" ପ୍ରହେଳିକା, ଯୋଡ ବେଯୋଡ଼, ବିରାହଙ୍କ-ପିଂବୋନାସି ଅନୁକ୍ରମ ଏବଂ ଗୁପ୍ତଲିଖନର ଧାରଣା ମାଧ୍ୟମରେ ଗଣନା ଚିନ୍ତାଧାରା ଏବଂ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନର ଦିଗଗୁଡ଼ିକୁ ସନ୍ନିବେଶିତ କରିଥାଏ ।

ସପ୍ତମ ଅଧ୍ୟାୟ "ତିନୋଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ସରଳରେଖାର କଥା", ଅଙ୍କନ ମାଧ୍ୟମରେ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର କିଛି ଆକର୍ଷଣୀୟ ଗୁଣ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିଥାଏ ଯାହା ସେମାନଙ୍କର ପାର୍ଶ୍ୱ ଏବଂ କୋଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହିତ ଜଡ଼ିତ । ଅଷ୍ଟମ ଅଧ୍ୟାୟ "ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର" ଛାତ୍ରମାନଙ୍କର ଭଗ୍ନାଂଶ ବିଷୟରେ ବୁଝିବା ଉପରେ ଆଧାରିତ ଏବଂ ଏହା ଭଗ୍ନାଂଶର ଗୁଣନ ଓ ବିଭାଜନ ଜ୍ଞାନ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାଏ । ମହାନ୍ ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ (628 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ଭଗ୍ନାଂଶ ଉପରେ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ପଦ୍ଧତି ଏବଂ ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକୁ ନୂତନ ଉଦାହରଣ ଏବଂ ଆକର୍ଷଣୀୟ ପ୍ରହେଳିକା/ଗୋଲକଧନ୍ଦା ସହିତ ଜୀବନ୍ତ କରାଯାଇଛି । ସମସ୍ତ ଅଧ୍ୟାୟରେ କଳା, ଇତିହାସ ଏବଂ ବିଜ୍ଞାନ ସମେତ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ବିଷୟ ସହିତ ସଂଯୋଗ ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱାରୋପ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରାଯାଇଛି ।

କାହାଣୀ କହିବା ପଦ୍ଧତି ଏବଂ ହସ୍ତକର୍ମକୁ ଏକତ୍ର କରି ଆମେ ଆଶା କରୁଛୁ ଯେ ଏକ ନିମଜ୍ଜିତ ଶିକ୍ଷଣ ଅଭିଜ୍ଞତା ସୃଷ୍ଟି ହୋଇପାରିବ ଯାହା କୌତୁହଳକୁ ପ୍ରଜ୍ୱଳିତ କରିଥାଏ ଏବଂ ଗଣିତ ପ୍ରେମକୁ ପ୍ରୋତ୍ସାହିତ କରିଥାଏ । ଆଶା କରାଯାଉଛି ଯେ ଶିକ୍ଷକମାନେ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ଆଲୋଚନା କରିବା, ଖେଳିବା, ପରସ୍ପର ସହିତ ଜଡ଼ିତ ହେବା, ବିଭିନ୍ନ ଧାରଣା ପାଇଁ ତାର୍କିକ ଯୁକ୍ତି ପ୍ରଦାନ କରିବା ଏବଂ ଉପସ୍ଥାପିତ ଯୁକ୍ତିରେ ଗଣିତ କ୍ଷୁଧା ଖୋଜିବାର ସୁଯୋଗ ଦେବେ ।

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ, କିଛି ପ୍ରମାଣ କରିବାର ଅର୍ଥ କ'ଣ ବୁଝିବା ଏବଂ ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ଧାରଣା ବିଷୟରେ ଆତ୍ମବିଶ୍ୱାସୀ ହେବାର କ୍ଷମତା ବିକଶିତ କରିବା ପାଇଁ ଏହା ଆବଶ୍ୟକ । ଗଣିତରେ ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ ଆଲଗୋରିଦମ୍‌ର ଅନ୍ଧଭାବରେ ପ୍ରୟୋଗ ଆଶା କରିବା ଉଚିତ୍ ନୁହେଁ ବରଂ ପିଲାମାନଙ୍କୁ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ଦିଗରେ ଅନେକ ଭିନ୍ନ ଉପାୟ ଖୋଜିବା ପାଇଁ ଉତ୍ସାହିତ କରିବା ଉଚିତ୍ । ଜାତୀୟ ଶିକ୍ଷାନୀତି ୨୦୨୦ ଅନୁଯାୟୀ ପ୍ରହେଳିକା, ଖେଳ ଏବଂ ଭାବର ଆଦାନ ପ୍ରଦାନ ମାଧ୍ୟମରେ ଗଣନା ଚିନ୍ତନକୁ ମଧ୍ୟ ଧୀରେ ଧୀରେ ପରିଚିତ କରାଯାଇଛି ଯାହା ଏପରି ଚିନ୍ତାଧାରାକୁ ଉତ୍ସାହିତ କରିଥାଏ । ବିଭିନ୍ନ ଧାରଣା ପାଇଁ ପ୍ରସଙ୍ଗ ଦେବା ସମୟରେ ଭାରତୀୟ ମୂଳଦୁଆକୁ ମଧ୍ୟ ଧ୍ୟାନ ଦିଆଯାଇଛି । ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞଙ୍କ ଅବଦାନକୁ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ ପଦ୍ଧତିର ଏକ ଅଂଶ ଭାବରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଯାହାଦ୍ୱାରା ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ ଭାରତର ସମୃଦ୍ଧ ଗାଣିତିକ ଐତିହ୍ୟ ଏବଂ ବିଶ୍ୱ ଗଣିତରେ ଏହାର ଅବଦାନ ବିଷୟରେ ଅବଗତ ହୋଇପାରିବେ ଏବଂ ସଚେତନ ହେବେ ।

ଧାରଣା ଏବଂ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନ ପରିସ୍ଥିତି ସହିତ ଜଡ଼ିତ କରି ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ ପରିଚିତ ଥିବା ପ୍ରସଙ୍ଗ ଏବଂ ସାମଗ୍ରୀ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରାଯାଇଛି । ପୁସ୍ତକର ପଛପଟେ ଶିକ୍ଷଣ ସାମଗ୍ରୀ ଫର୍ଦ୍ଦ ଦିଆଯାଇଛି ଯାହାର ଫଟୋକପି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ପାରିବ । ଅନେକ ସ୍ଥାନରେ ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହିତ ଦଳଗତ ଆଲୋଚନାର ପ୍ରୟାସକୁ ଉତ୍ସାହିତ କରିବା ପାଇଁ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ ଦିଆଯାଇଛି । ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ ବିଭିନ୍ନ ସ୍ତରର ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଶିକ୍ଷଣ ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ପରିପୂରଣ କରିବା ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ । ଗଣିତର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଶିଖାଯାଇଥିବା ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟାୟଗୁଡ଼ିକର ଧାରଣା ସହିତ ସଂଯୋଗ

କରି ଗଣିତରେ ସମନ୍ୱୟ ଓ ଏକତ୍ୱ ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ ପ୍ରୟାସ କରାଯାଇଛି । ଆମେ ଆଶା କରୁଛୁ ଯେ ଶିକ୍ଷକମାନେ ଏହାକୁ ଏକ ଘୂର୍ଣ୍ଣନଶୀଳ ଉପାୟରେ ଏହି ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଶୋଧନ କରିବାର ସୁଯୋଗ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରିବେ ଯାହାଦ୍ୱାରା ପିଲାମାନେ ଗଣିତର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଧାରଣାଗତ ଗଠନକୁ ସହଜରେ ଗ୍ରହଣ କରିପାରିବେ । ଆମେ ଆଶା କରୁଛୁ ଯେ ଶିକ୍ଷକମାନେ ଭଗ୍ନାଂଶ, ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା, ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଧାରଣାଗୁଡ଼ିକୁ ଅଧିକ ସମୟ ଦେଇପାରିବେ ଯାହା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ନୂତନ । ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଅନେକ ଧାରଣା ଗଣିତରେ ଆହୁରି ଅଧିକ ଶିଖିବାର ଆଧାର ଅଟେ ।

ପରିଶେଷରେ ଏହା କୁହାଯାଇ ପାରେ ଯେ ଏହି ପୁସ୍ତକ କେବଳ ଏକ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ନୁହେଁ ଏହା ଗାଣିତିକ ଆବିଷ୍କାର ଏବଂ ଅନୁସନ୍ଧାନ ଜଗତକୁ ଯିବାର ଏକ ପରିଚୟ ପତ୍ର । ଆମେ ଆଶା କରୁଛୁ ଯେ ଶ୍ରେଣୀଗୃହରେ କିମ୍ବା ଘରେ ଯେଉଁଠି ବ୍ୟବହୃତ ହେଉନା କାହିଁକି ଏହା ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କର ନିଜସ୍ୱ ଗାଣିତିକ ଦୁଃସାହସିକ କାର୍ଯ୍ୟ ଆରମ୍ଭ କରିବାକୁ ପ୍ରେରଣା ଦେଇପାରେ । ସେମାନଙ୍କ ଚାରିପାଖରେ ଥିବା ସବୁକିଛିରେ ଗଣିତର ସୌନ୍ଦର୍ଯ୍ୟ ଏବଂ ପ୍ରାସଙ୍ଗିକତା ଦେଖିବା ପାଇଁ ସଶକ୍ତ କରିପାରେ । ଏହାର ଆକର୍ଷଣୀୟ ଆଭିମୁଖ୍ୟ ଏବଂ ସପ୍ତମ ଶ୍ରେଣୀ ଗଣିତ ଧାରଣାର ବ୍ୟାପକ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତି ସହିତ ଏହି ପୁସ୍ତକ ଶିଶୁମାନଙ୍କୁ ଆକର୍ଷିତ କରିବାକୁ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କୁ ଜୀବନବ୍ୟାପୀ ଯାତ୍ରାରେ ଗାଣିତିକ ଆବିଷ୍କାରଗୁଡ଼ିକୁ ଗ୍ରହଣ କରିବାକୁ ଆଶା ଏବଂ ଲକ୍ଷ୍ୟ ରଖାଯାଇଛି ।

ଏହି ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକର ସମସ୍ତ ଲେଖକ ଏବଂ ଅବଦାନକାରୀମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କର ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ମୂଲ୍ୟବାନ ଅବଦାନ ଏବଂ ଦେଶର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷକ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଏବଂ ଉତ୍ସାହୀମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ଯୋଗାଇ ଦେଇଥିବା ସେବା ପାଇଁ ଧନ୍ୟବାଦ ଦିଆଯାଉଛି । ପୁସ୍ତକ ସମ୍ପର୍କରେ ଆପଣଙ୍କ ମତାମତ ଏବଂ ପରାମର୍ଶ ଅପେକ୍ଷା କରାଯାଉଛି ଏବଂ ଆଶା କରାଯାଉଛି ଯେ ଆପଣ ଶିକ୍ଷାଦାନ ଏବଂ ଶିକ୍ଷଣ ସମୟରେ ବିକଶିତ ଆକର୍ଷଣୀୟ ଅଭ୍ୟାସକାର୍ଯ୍ୟ, କାର୍ଯ୍ୟକଳାପ ଏବଂ ନ୍ୟସ୍ତ କାର୍ଯ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଭବିଷ୍ୟତ ସଂସ୍କରଣରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରିବା ପାଇଁ ପଠାଇବେ ।

ସିଲାବସ ଓ ପାଠ୍ୟପୁସ୍ତକ ସମୀକ୍ଷା ପାଇଁ କୋର କମିଟି

୧.	କମିଶନର ତଥା ଶାସନ ସଚିବ, ବିଦ୍ୟାଳୟ ଓ ଗଣଶିକ୍ଷା ବିଭାଗ	ଅଧ୍ୟକ୍ଷ
୨.	ରାଜ୍ୟ ପ୍ରକଳ୍ପ ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ଓଡ଼ିଶା ବିଦ୍ୟାଳୟ ଶିକ୍ଷା କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ପ୍ରାଧିକରଣ	ସଦସ୍ୟ
୩.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ଉଚ୍ଚ ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା	ସଦସ୍ୟ
୪.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା	ସଦସ୍ୟ
୫.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ପ୍ରାଥମିକ ଶିକ୍ଷା	ସଦସ୍ୟ
୬.	ସଭାପତି, ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ	ସଦସ୍ୟ
୭.	ଅଧ୍ୟକ୍ଷ, ଉଚ୍ଚ ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ	ସଦସ୍ୟ
୮.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକ ଉତ୍ପାଦନ ଓ ବିକ୍ରୟ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ	ସଦସ୍ୟ
୯.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ବୈଷୟିକ ଶିକ୍ଷା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ	ସଦସ୍ୟ
୧୦.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ଓଡ଼ିଶା ଭାଷା ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ	ସଦସ୍ୟ
୧୧.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ସମାଜ କଲ୍ୟାଣ, ମହିଳା ଓ ଶିଶୁ ବିକାଶ ବିଭାଗ, ଓଡ଼ିଶା	ସଦସ୍ୟ
୧୨.	ଏନ ସି ଇ ଆର ଟି ପ୍ରତିନିଧି	ସଦସ୍ୟ
୧୩.	ଅଧ୍ୟକ୍ଷ, ଆଞ୍ଚଳିକ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ, ଭୁବନେଶ୍ୱର	ସଦସ୍ୟ
୧୪.	ପ୍ରଫେସର ନିତ୍ୟାନନ୍ଦ ପ୍ରଧାନ, ଅବସରପ୍ରାପ୍ତ ଅଧ୍ୟକ୍ଷ, ଆଞ୍ଚଳିକ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ, ଭୋପାଳ ଏବଂ ଅଧ୍ୟକ୍ଷ, ଏସ ସି ଏଫ, ଓଡ଼ିଶା	ସଦସ୍ୟ
୧୫.	ଡକ୍ଟର ଗୋପାଳ ପ୍ରସାଦ ମହାପାତ୍ର, ଅବସରପ୍ରାପ୍ତ ପ୍ରାଧ୍ୟାପକ, ସଂସ୍କୃତ ବିଭାଗ	ସଦସ୍ୟ
୧୬.	ଡକ୍ଟର କିଶୋର ଚନ୍ଦ୍ର ମହାନ୍ତି, ଅବସରପ୍ରାପ୍ତ ଶିକ୍ଷାବିତ (ବିଜ୍ଞାନ)	ସଦସ୍ୟ
୧୭.	ଡକ୍ଟର ବିନୟ ପଟ୍ଟନାୟକ, ମୁଖ୍ୟ ପରାମର୍ଶଦାତା, ଏନ ଏସ ଟି ସି କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ, ଏନ ସି ଇ ଆର ଟି	ସଦସ୍ୟ
୧୮.	ଡକ୍ଟର ସୁଶାନ୍ତ କୁମାର ଦାସ, ପୂର୍ବତନ ସଭାପତି, ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା	ସଦସ୍ୟ
୧୯.	ଡକ୍ଟର ଲଳିତ କୁମାର ଲେଙ୍କା, ଅବସରପ୍ରାପ୍ତ ପ୍ରାଧ୍ୟାପକ, ଓଡ଼ିଆ ବିଭାଗ, ଏକାମ୍ର କଲେଜ, ଭୁବନେଶ୍ୱର	ସଦସ୍ୟ
୨୦.	ଡକ୍ଟର ସରୋଜଲକ୍ଷ୍ମୀ ସିଂ, ଅଧ୍ୟକ୍ଷ, ରମାଦେବୀ ଉଚ୍ଚ ମାଧ୍ୟମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟ, ଭୁବନେଶ୍ୱର	ସଦସ୍ୟ
୨୧.	ଡକ୍ଟର ଖଗେଶ୍ୱର ଦାସ, ଇଂରାଜୀ ବିଶେଷଜ୍ଞ, ଅଧ୍ୟକ୍ଷ, ପଦ୍ମପୁର କଲେଜ, ବରଗଡ଼	ସଦସ୍ୟ
୨୨.	ଡକ୍ଟର ବଳରାମ ସାହୁ, ପ୍ରଫେସର ମାଇକ୍ରୋବାଇଓଲୋଜି, ସୋଆ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟ, ଓଡ଼ିଶା କୃଷି ଓ ବୈଷୟିକ ବିଶ୍ୱବିଦ୍ୟାଳୟ, ଭୁବନେଶ୍ୱର	ସଦସ୍ୟ
୨୩.	ଡକ୍ଟର ଗୌରାଙ୍ଗ ମହାନ୍ତି, ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ବିଶେଷଜ୍ଞ, ଅବସରପ୍ରାପ୍ତ ଅଧ୍ୟକ୍ଷ, ଖଲ୍ଲିକୋଟ ସ୍ୱୟଂଶାସିତ କଲେଜ, ବ୍ରହ୍ମପୁର, ଗଞ୍ଜାମ	ସଦସ୍ୟ
୨୪.	ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ, ଶିକ୍ଷକ ଶିକ୍ଷା ନିର୍ଦ୍ଦେଶାଳୟ ଏବଂ ରାଜ୍ୟ ଶିକ୍ଷା ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା	ସଦସ୍ୟ ସଚିବ

ବନ୍ଦେ ଉତ୍କଳ ଜନନୀ

ବନ୍ଦେ ଉତ୍କଳ ଜନନୀ
ଚାରୁହାସମୟୀ ଚାରୁ ଭାଷମୟୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ ।
ପୂତ-ପୟୋଧି-ବିଧୌତ-ଶରୀରା,
ତାଳତମାଳ-ସୁଶୋଭିତ-ତୀରା,
ଶୁଭ୍ରତଟିନୀକୂଳ-ଶୀକର-ସମୀରା
ଜନନୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ ।।

ଘନ ବନଭୂମି ରାଜିତ ଅଙ୍ଗେ,
ନୀଳ ଭୂଧରମାଳା ସାଜେ ତରଙ୍ଗେ,
କଳ କଳ ମୁଖରିତ ଚାରୁ ବିହଙ୍ଗେ
ଜନନୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ ।।

ସୁନ୍ଦରଶାଳି-ସୁଶୋଭିତ-କ୍ଷେତ୍ରା,
ଜ୍ଞାନବିଜ୍ଞାନ-ପ୍ରଦର୍ଶିତ-ନେତ୍ରା,
ଯୋଗୀଋଷିଗଣ-ଉଟଜ-ପବିତ୍ରା
ଜନନୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ ।।

ସୁନ୍ଦର ମନ୍ଦିର ମଣ୍ଡିତ-ଦେଶା,
ଚାରୁକଳାବଳି-ଶୋଭିତ-ବେଶା,
ପୁଣ୍ୟ ତୀର୍ଥଚୟ-ପୂର୍ଣ୍ଣ-ପ୍ରଦେଶା
ଜନନୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ ।।

ଉତ୍କଳ ସୁରବର-ଦର୍ପିତ-ଗେହା,
ଅରିକୁଳ-ଶୋଣିତ-ଚର୍ଚ୍ଚିତ-ଦେହା,
ବିଶ୍ୱଭୂମଣ୍ଡଳ-କୃତବର-ସ୍ନେହା
ଜନନୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ ।।

କବିକୁଳମୌଳି ସୁନନ୍ଦନ-ବନ୍ଦ୍ୟା,
ଭୁବନବିଘୋଷିତ-କୀର୍ତ୍ତିଅନିନ୍ଦ୍ୟା,
ଧନ୍ୟେ, ପୁଣ୍ୟେ, ଚିରଶରଣ୍ୟେ
ଜନନୀ, ଜନନୀ, ଜନନୀ ।।

(କାନ୍ତକବି ଲକ୍ଷ୍ମୀକାନ୍ତ ମହାପାତ୍ର)

ଭାରତର ସମ୍ବିଧାନ

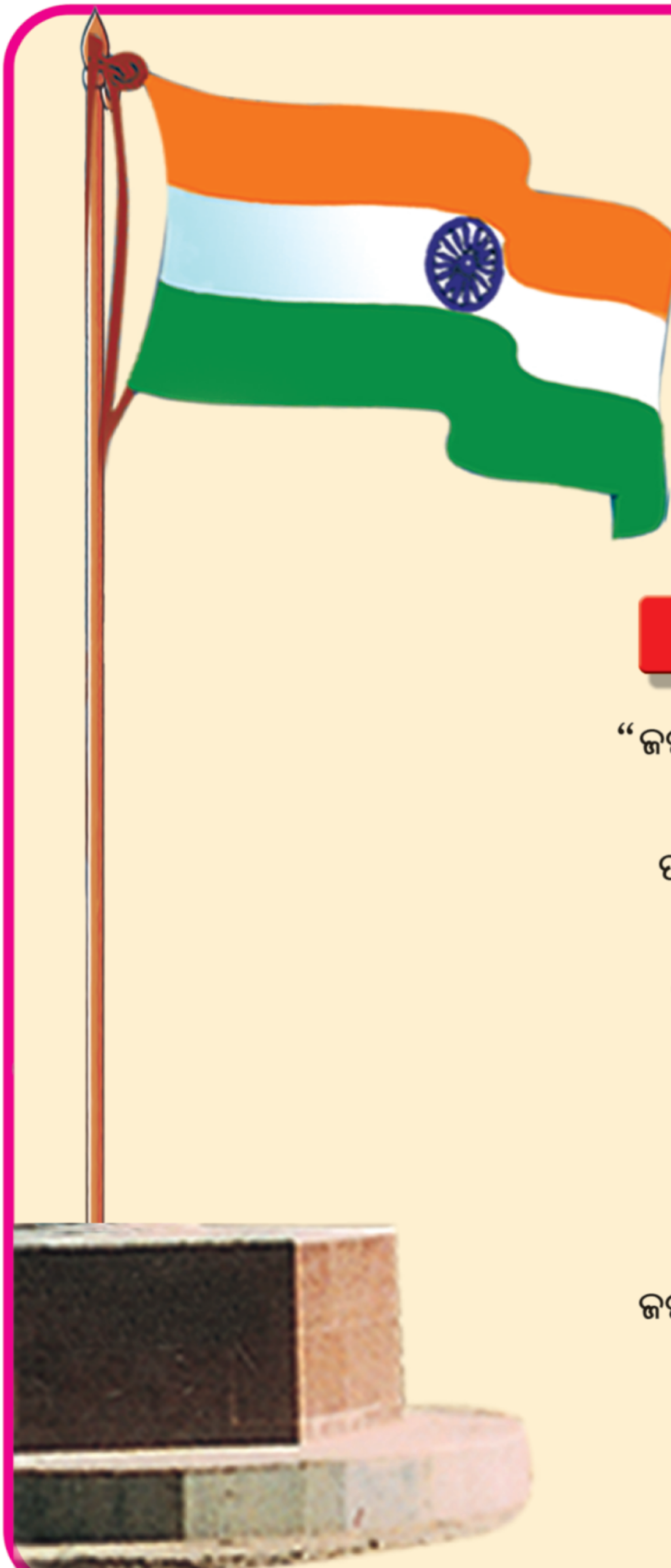
ପ୍ରସ୍ତାବନା

ଆମ୍ଭେ ଭାରତବାସୀ ଭାରତକୁ ଏକ ସାର୍ବଭୌମ, ସମାଜବାଦୀ, ଧର୍ମ ନିରପେକ୍ଷ, ଗଣତାନ୍ତ୍ରିକ ସାଧାରଣତନ୍ତ୍ର ରୂପେ ଗଠନ କରିବା ପାଇଁ ଦୃଢ଼ ସଂକଳ୍ପ ନେଇ ଓ ଏହାର ନାଗରିକଙ୍କୁ

- ସାମାଜିକ, ଅର୍ଥନୈତିକ ଓ ରାଜନୈତିକ ନ୍ୟାୟ;
- ଚିନ୍ତା, ଅଭିବ୍ୟକ୍ତି, ପ୍ରତ୍ୟୟ, ଧର୍ମୀୟ ବିଶ୍ୱାସ ଏବଂ ଉପାସନାର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ରତା;
- ସ୍ଥିତି ଓ ସୁବିଧା ସୁଯୋଗର ସମାନତାର ସୁରକ୍ଷା ପ୍ରଦାନ କରିବାକୁ ତଥା;
- ବ୍ୟକ୍ତି ମର୍ଯ୍ୟାଦା ଏବଂ ରାଷ୍ଟ୍ରର ଐକ୍ୟ ଓ ସଂହତି ନିଶ୍ଚିତ କରି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଭ୍ରାତୃଭାବ ଉତ୍ସାହିତ କରିବାକୁ

ଏହି ୧୯୪୯ ମସିହା ନଭେମ୍ବର ୨୬ ତାରିଖ ଦିନ ଆମର ସଂବିଧାନ ପ୍ରଣୟନ ସଭାରେ ଏତଦ୍ଦ୍ୱାରା ଏହି ସଂବିଧାନକୁ ଗ୍ରହଣ ଓ ପ୍ରଣୟନ କରୁଅଛୁ ଏବଂ ଆମ ନିଜକୁ ଅର୍ପଣ କରୁଅଛୁ ।

ସୂଚୀପତ୍ର



ଆମ ଜାତୀୟ ସଙ୍ଗୀତ

"ଜନ-ଗଣ-ମନ-ଅଧିନାୟକ ଜୟ ହେ
ଭାରତ-ଭାଗ୍ୟ-ବିଧାତା
ପଞ୍ଜାବ-ସିନ୍ଧୁ-ଗୁଜୁରାଟ-ମରାଠା
ଦ୍ରାବିଡ଼ ଉତ୍କଳ ବଙ୍ଗ
ବିନ୍ଧ୍ୟ-ହିମାଚଳ-ଯମୁନା ଗଙ୍ଗା
ଉଚ୍ଛଳ ଜଳଧି ତରଙ୍ଗ
ତବ ଶୁଭ ନାମେ ଜାଗେ
ତବ ଶୁଭ ଆଶିଷ ମାଗେ
ଗାହେ ତବ ଜୟ ଗାଥା
ଜନଗଣ-ମଙ୍ଗଳ ଦାୟକ ଜୟ ହେ,
ଭାରତ ଭାଗ୍ୟ ବିଧାତା,
ଜୟ ହେ ଜୟ ହେ ଜୟ ହେ,
ଜୟ ଜୟ ଜୟ ଜୟ ହେ ।"

ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟ

ଆମ ଚାରିପଟେ ଥିବା ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା

1.1 ଏକ ଲକ୍ଷ ପ୍ରକାରର ବିହନ

ରାମନାଥ ଆମ ରାଜ୍ୟର ବରଗଡ଼ ଅଞ୍ଚଳର ଜଣେ ଚାଷୀ । ସେ ତାଙ୍କ ଜମିପାଇଁ ଧାନ ବିହନ କିଣିବାକୁ ନିୟମିତ ଭାବେ ବଜାରକୁ ଯାଉଥିଲେ । ଏକଦା ସେ ବଜରାକୁ ଯାଇଥିବା ସମୟରେ ରାଜୁ ଓ ସୁରଭି ଧାନ ବିହନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ କଥା ହେଉଥିବାର ଶୁଣିଲେ । ରାଜୁ କହିଲା, "ପୂର୍ବକାଳରେ ଆମ ଦେଶରେ ପ୍ରାୟ ଏକ ଲକ୍ଷ କିସମର (ପ୍ରକାରର) ଧାନ ଥିଲା । ଚାଷୀମାନେ ବିଭିନ୍ନ କିସମର ବିହନକୁ ସାଇତି ରଖୁଥିଲେ ଓ ତାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଧାନଚାଷ କରୁଥିଲେ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମ ପାଖରେ ହାତଗଣତି କେତୋଟି କିସମର ଧାନ ବିହନ ଅଛି । ପୁଣି, ଚାଷୀମାନଙ୍କୁ ବଜାରକୁ ଆସି ବିହନ କିଣିବାକୁ ପଡୁଛି ।"

ସୁରଭି କହିଲା, "ଆମ ଘର ନିକଟରେ ଏକ ବିହନ ସଂଗ୍ରହାଳୟ ଅଛି । ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସେମାନେ ବିଭିନ୍ନ ସ୍ଥାନରୁ ପ୍ରାୟ ଏକ ଶହରୁ ଅଧିକ ସ୍ୱଦେଶୀ କିସମର ଧାନ ବିହନ ସଂଗ୍ରହ କଲେଣି । ତୁମେ ମଧ୍ୟ ସେଠାରୁ ଧାନ ବିହନ କିଣି ପାରିବ ।"

ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ 'ଲକ୍ଷ' ଶବ୍ଦ ସହିତ ପରିଚିତ ଅଛ । ତୁମେ ଜାଣିଛ କି, ଏକ ଲକ୍ଷ କେତେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ? ଚାଲ, ଆମେ ଜାଣିବା ।

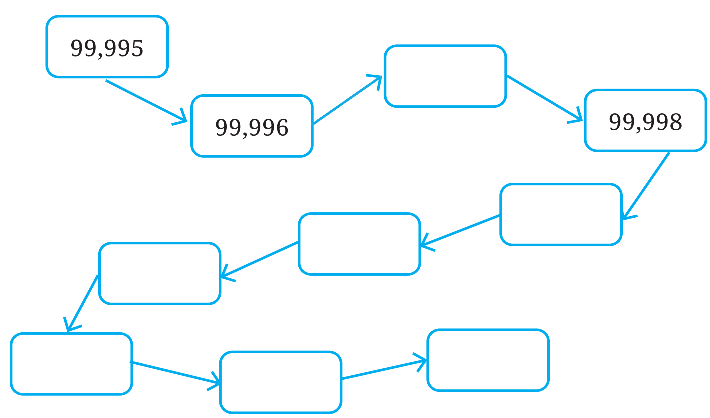
ରାମନାଥ ଏହି ଘଟଣାକୁ ତାଙ୍କ ଝିଅ ନମିତା ଓ ପୁଅ ରମେଶକୁ ଜଣାଇଲେ । ଆମ ଦେଶରେ ପ୍ରାୟ ଏକ ଲକ୍ଷ କିସମର ଧାନ ଥିବା ଜାଣି ରମେଶ ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟ ହୋଇଗଲା । ସେ ବିସ୍ମିତ ହୋଇ କହିଲା, "ଏକ ଲକ୍ଷ ! ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ମୁଁ ମାତ୍ର ତିନିଚାରି ପ୍ରକାରର ଧାନର ନାମ ଜାଣିଛି । ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ଆମେ ଗୋଟିଏ ନୂଆ ପ୍ରକାରର ଧାନର ଚାଉଳ ଖାଇବା, ତେବେ ଶହେ ବର୍ଷର ଜୀବନ କାଳ ଭିତରେ ଆମେ ସମସ୍ତ ପ୍ରକାରର ଚାଉଳର ସ୍ୱାଦ ଜାଣି ପାରିବା କି ?

ତୁମେ କ'ଣ ଭାବୁଛ ? ଅନୁମାନ କର ।

କିନ୍ତୁ ଏକ ଲକ୍ଷ କେତେ ? ସଂରଚାନକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା କୋଠରି ଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କର ।

ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା	999	
ଚାରିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା		+1
ଚାରିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା		
ପାଞ୍ଚଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା		+1
ପାଞ୍ଚଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା		
ଛଅଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା	1,00,000	+1

1,00,000 କୁ ଆମେ 'ଏକ ଲକ୍ଷ' ବୋଲି ପଢ଼ିବା ।



ନମିତା ଓ ରମେଶ ହିସାବ କରି ଦେଖିଲେ ଯେ, ଯଦି ସେମାନେ ଦିନକୁ ଗୋଟିଏ ପ୍ରକାର ଚାଉଳ ଖାଆନ୍ତି, ତେବେ 100 ବର୍ଷରେ ଏକ ଲକ୍ଷ ପ୍ରକାର ଚାଉଳ ଖାଇପାରିବେ ନାହିଁ । ନମିତା ପ୍ରସ୍ତାବ ଦେଲା, "ଯଦି ଆମେ ଦିନକୁ 2 ପ୍ରକାର ଚାଉଳ ଖାଇବା, ତେବେ କ'ଣ 100 ବର୍ଷରେ ଏକ ଲକ୍ଷ ପ୍ରକାରର ଚାଉଳ ଖାଇପାରିବା ?"

? ଯଦି ଜଣେ ଦିନକୁ 3 ପ୍ରକାର ଚାଉଳ ଖାଏ, ତେବେ ସେ 100 ବର୍ଷ ଜୀବନ କାଳରେ ଏକ ଲକ୍ଷ ପ୍ରକାରର ଚାଉଳ ଖାଇ ପାରିବ କି ? ଆସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ରମେଶ କହିଲା, "ଆମେ ଜାଣିଲୁ ଯେ ଏକ ବର୍ଷରେ 365 ଦିନ ଅଛି (ଅଧିବର୍ଷକୁ ବାଦ୍‌ଦେଇ) । ଯଦି ଆମେ y ବର୍ଷ ବଞ୍ଚିବା, ଜୀବନ କାଳର ମୋଟ ଦିନ ସଂଖ୍ୟା ହେବ $365 \times y$ ।

? ତୁମେ y ପାଇଁ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ନିଅ । ଏହି y ବର୍ଷର ଦିନଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ଏକ ଲକ୍ଷ ସହିତ କେତେ ନିକଟତର ଅଛି, ତୁମେ ବାଛିଥିବା y ର ମାନ ପାଇଁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. 2011 ଜନଗଣନା ଅନୁଯାୟୀ, ବରଗଡ଼ ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା ପ୍ରାୟ 83,651 ଥିଲା । ଏହା ଏକ ଲକ୍ଷରୁ କେତେ କମ୍ ?
2. 2024 ମସିହାରେ ବରଗଡ଼ ସହରର ଆନୁମାନିକ ଜନସଂଖ୍ୟା 1,04,000 । ଏହା ଏକ ଲକ୍ଷଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ?
3. 2011ରୁ 2024 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବରଗଡ଼ ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା କେତେ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଲା ?

ବଡ଼ସଂଖ୍ୟାକୁ ବୁଝିବା :

ତୁମେମାନେ ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏମିତି କିଛି ରୋଚକ ତଥ୍ୟ ଶୁଣିଥିବ, ଯେପରିକି-

- ଗୁଜୁରାଟରେ ଅବସ୍ଥିତ ସର୍ଦ୍ଦାର ବଲ୍ଲଭ ଭାଇ ପଟେଲଙ୍କର ପ୍ରତିମୂର୍ତ୍ତି 'ଷ୍ଟାଚ୍ୟୁ ଅଫ୍ ୟୁନିଟ୍'ର ଉଚ୍ଚତା ପ୍ରାୟ 180 ମିଟର ।
- ଆମ ରାଜ୍ୟର ଖଣ୍ଡାଧାର ଜଳପ୍ରପାତରେ ପ୍ରାୟ 244 ମିଟର ଉଚ୍ଚରୁ ପାଣି ପଡ଼ିଥାଏ ।

ଏପରି ବଡ଼ ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ସବୁବେଳେ ଅନୁମାନରେ ବୁଝିବା ସହଜ ନୁହେଁ । କିନ୍ତୁ ଏହି ମାପଗୁଡ଼ିକୁ ଆମର ପରିଚିତ ଥିବା ଜିନିଷର ଆକାର ସହିତ ତୁଳନା କଲେ ଆମେ ଏହାକୁ ଭଲଭାବରେ ବୁଝିପାରିବା । ଚାଲ ଏକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଡାହାଣ ପାଖରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ । ଏହା ଦଶ (10) ମହଲା ବିଶିଷ୍ଟ ଘର । ସୋମୁର ଉଚ୍ଚତା 1 ମିଟର । ଯଦି ଏହି ଘରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ମହଲା ସୋମୁ ଉଚ୍ଚତାର ପ୍ରାୟ 4 ଗୁଣ, ତେବେ ଘରର ଆନୁମାନିକ ଉଚ୍ଚତା କେତେ ?

? ଷ୍ଟାଚ୍ୟୁ ଅଫ୍ ୟୁନିଟ୍ କମ୍ବା ସୋମୁର ଏହି ଦଶମହଲା ବିଶିଷ୍ଟ ଘରର ଉଚ୍ଚତା ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟିର ଉଚ୍ଚତା ଅଧିକ ? କେତେ ମିଟର ଅଧିକ ?

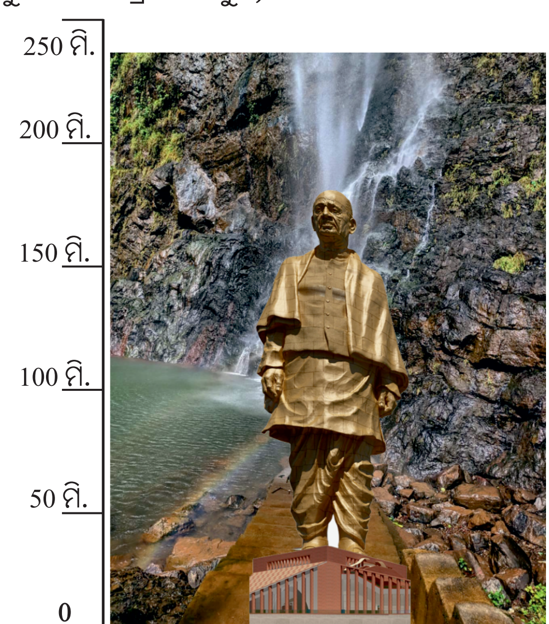
ଆମେ ଜାଣିପାରିବା ଯେ, ଷ୍ଟାଚ୍ୟୁ ଅଫ୍ ୟୁନିଟ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା, ସେହି ଘରର ଉଚ୍ଚତାର 4 ଗୁଣ ପାଖାପାଖି ।

? ଖଣ୍ଡାଧାର ଜଳପ୍ରପାତ ସୋମୁର ଘରର ଉଚ୍ଚତା ଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ଉଚ୍ଚ ?

.... ମିଟର

? ସୋମୁର ଘର କେତେ ମହଲା ହେଲେ ଖଣ୍ଡାଧାର ଜଳପ୍ରପାତର ଉଚ୍ଚତାର ନିକଟତର ହେବ ?

....



ଏକ ଲକ୍ଷ ଗୋଟିଏ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା କି ?

ରାମନାଥ ଝିଅ ନମିତା ଓ ପୁଅ ରମେଶକୁ ପଚାରିଲେ, ଏକ ଲକ୍ଷ ସଂଖ୍ୟାଟି ଏକ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ନା ଛୋଟ ସଂଖ୍ୟା ?

ନମିତା କହିଲା, ମୁଁ ଭାବୁଛି ଏକ ଲକ୍ଷ ହେଉଛି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ।

- "ଆମ ଦେଶରେ ଏକ ଲକ୍ଷ କିସମର ଧାନ ଚାଷ ହେଉଥିଲା, ଯାହାକି ବହୁତ ଅଧିକ ।"
- "ଏକ ଲକ୍ଷ ଦିନ ବଞ୍ଚିବା ଅର୍ଥ ପ୍ରାୟ 274 ବର୍ଷ ବଞ୍ଚିବା ।"- ଯାହାକି ପ୍ରକୃତରେ ବହୁତ ଲମ୍ବା ସମୟ ।
- "ଯଦି ଏକ ଲକ୍ଷ ଲୋକ କାନ୍ଧକୁ କାନ୍ଧ ମିଳାଇ ଏକଧାଡ଼ିରେ ଠିଆ ହେବେ, ତେବେ ସେହି ଧାଡ଼ିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପ୍ରାୟ 3୪ କି.ମି. ହେବ ।"

ରମେଶ କହିଲା, "ମୁଁ ଭାବୁଛି ଏକ ଲକ୍ଷ ଏତେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।"

- "ତୁମେ ଜାଣିଛ କି ଅହମ୍ମଦାବାଦର ଏକ କ୍ରିକେଟ ଷ୍ଟାଡ଼ିୟମ୍‌ରେ ଏକ ଲକ୍ଷରୁ ଅଧିକ ଲୋକ ବସିପାରନ୍ତି । ଏକ ଲକ୍ଷ ଲୋକ ଏକ ଛୋଟ ଜାଗାରେ !"
- "ଅଧିକାଂଶ ମନୁଷ୍ୟଙ୍କ ମୁଣ୍ଡରେ ୪0,000ରୁ 1,20,000 କେଶ ଥାଏ । କଳ୍ପନା କରି ଦେଖ ସେଭଳି ଏକ ଛୋଟ ସ୍ଥାନରେ ଏକ ଲକ୍ଷ କେଶ ରହିପାରୁଛି ।"
- ମୁଁ ଶୁଣିଥିଲି ଯେ, କିଛି ମାଛ ପ୍ରଜାତି ଅଛି, ଯେଉଁଠାରେ ଏକ ମାଈ ମାଛ ଏକ ସମୟରେ ଏକ ଲକ୍ଷରୁ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱ ଅଣ୍ଡା ଦେଇଥାନ୍ତି । କିଛି ପ୍ରଜାତିର ମାଛ ଏକାଥରକେ ଦଶଲକ୍ଷରୁ ଅଧିକ ଅଣ୍ଡା ଦେଇଥାନ୍ତି ।

? ଏକ ଲକ୍ଷ ସଂଖ୍ୟାଟି ବଡ଼ କି ସାନ ? ଚିନ୍ତା କର ।

ସଂଖ୍ୟା ପଢ଼ିବା ଏବଂ ଲେଖିବା :

ଆମେ ପାଞ୍ଚ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଯଥା- 45,000 ପାଇଁ ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀରେ କମା ବ୍ୟବହାର କରୁଛୁ । ସଂଖ୍ୟା ବଡ଼ ହେଲେ, କମା ବ୍ୟବହାର କରି ସଂଖ୍ୟାକୁ ସହଜରେ ପଢ଼ିହୁଏ । ଆମେ 'ଦଶହଜାର' ସ୍ଥାନ ଏବଂ ଏକ ଲକ୍ଷ ସ୍ଥାନକୁ ସୂଚାଉଥିବା ଅଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଏକ କମା ବ୍ୟବହାର କରୁ ଯେପରି ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ବ୍ୟବହାର କରିଛ (1,00,000) ।

12,7୪,୪30 ସଂଖ୍ୟାର ନାମ ହେଉଛି ବାର ଲକ୍ଷ ଅଠସ୍ତରୀ ହଜାର ଆଠଶହ ତିରିଶ ।

ସେହିଭଳି, 15,75,000 ସଂଖ୍ୟାଟି ଅକ୍ଷରରେ ପନ୍ଦର ଲକ୍ଷ ପଞ୍ଚସ୍ତରୀ ହଜାର ଅଟେ ।

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅକ୍ଷରରେ ଲେଖ ।

(a) 3,00,600

(b) 5,04,0୪5

(c) 27,30,000

(d) 70,53,13୪

ନିମ୍ନରେ କେତେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅକ୍ଷରରେ ଲେଖାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଅଙ୍କରେ ଲେଖ ।

(a) ଏକ ଲକ୍ଷ ତେଇଶି ହଜାର ଚାରିଶହ ଛପନ

(b) ଚାରି ଲକ୍ଷ ସାତ ହଜାର ସାତଶହ ଚାରି

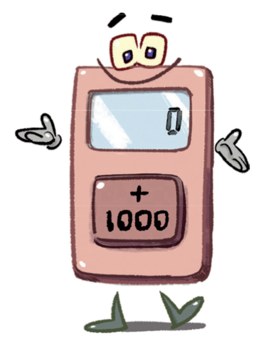
(c) ପଚାଶ ଲକ୍ଷ ପାଞ୍ଚ ହଜାର ପଚାଶ

(d) ଦଶ ଲକ୍ଷ ଦୁଇଶହ ପଞ୍ଚତିରିଶ

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଏହି ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ସଂଯୋଗ ସ୍ଥାପନ କରିବାକୁ ଉତ୍ସାହିତ କରନ୍ତୁ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ବରଗଡ଼ ସହରର ସବୁଲୋକ ଷ୍ଟାଡ଼ିୟମ୍‌ରେ ବସିବା ପାଇଁ ସ୍ଥାନ ପାଇବେ କି ? ଷ୍ଟାଡ଼ିୟମ୍‌ରେ ପାଖକୁ ପାଖ ବସିଥିବା ଏକ ଲକ୍ଷ ଲୋକଙ୍କୁ ନେଇ 38 କିଲୋମିଟର ଲମ୍ବ ଲାଇନ୍‌କୁ ଆମେ କିପରି କଳ୍ପନା କରିବା ?

1.2 ଏକ ଦଶକର ରାଜ୍ୟ

ଦଶକର ରାଜ୍ୟରେ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ବଟନ୍ ଥିବା ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର କାଲ୍‌କୁଲେଟର ଅଛି ।



1. **'ଚିନ୍ତାଶୀଳ ହଜାର'** କାଲ୍‌କୁଲେଟରରେ କେବଳ '+1000' ବଟନ୍‌ଟି ଅଛି । ଏହାକୁ କେତେ ଥର ଦବାଇଲେ, ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦେଖାଇବ :

   ଯେପରି (a) ତିନିହଜାର ? 3 ଥର

   (b) 10,000 ? .... ଥର

   (c) ତେପନ ହଜାର ? .... ଥର

   (d) 90,000 ? .... ଥର

   (e) ଏକ ଲକ୍ଷ ? .... ଥର

   (f) .... ? 153 ଥର

   (g) ଏକ ଲକ୍ଷ ହେବାକୁ କେତେ ହଜାର ଆବଶ୍ୟକ ?

2. **'କ୍ରାନ୍ତିକାରୀ ଦଶକ'** କାଲ୍‌କୁଲେଟରରେ କେବଳ '+10' ବଟନ୍‌ଟି ଅଛି । ଏହାକୁ କେତେଥର ଦବାଇଲେ, ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦର୍ଶାଇବ ?

   ଯେପରି (a) ପାଞ୍ଚ ଶହ ? 5 ଥର

   (b) 780 ? .... ଥର

   (c) 1000 ? .... ଥର

   (d) 3700 ? .... ଥର

(e) 10,000 ? .... ଥର

(f) ଏକ ଲକ୍ଷ ? .... ଥର

(g) .... ? 453 ଥର

3. **'ଉପଯୋଗୀ ଶତକ'** କାଲ୍‌କୁଲେଟରରେ କେବଳ '+100' ବଟନ୍‌ଟି ଅଛି । ଏହାକୁ କେତେଥର ଦବାଇଲେ, ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦର୍ଶାଇବ ?

ଯେପରି (a) ଚାରି ଶହ ? 4 ଥର   (b) 3,700 ? .... ଥର

(c) 10,000 ? .... ଥର   (d) ତେପନ ହଜାର ? .... ଥର

(e) 90,000? .... ଥର   (f) 97,000 ? .... ଥର

(g) 1,00,000 ? .... ଥର   (h) .... ? 582 ଥର

(i) ଦଶହଜାର ହେବାକୁ କେତେ ଶହ ଦରକାର ?

(j) ଏକ ଲକ୍ଷ ହେବାକୁ କେତେ ଶହ ଦରକାର ?

(k) 'ଉପଯୋଗୀ ଶତକ' କାଲ୍‌କୁଲେଟର୍ କହୁଛି "ଏଠାରେ କିଛି ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଯାହା 'କ୍ରାନ୍ତିକର ଦଶକ' ଏବଂ 'ଚିନ୍ତାଶୀଳ ହଜାର' ଦେଖାଇ ପାରିବେ ନାହିଁ କିନ୍ତୁ ମୁଁ ପାରିବି ।" ଏହି ଉକ୍ତି ସତ୍ୟ କି ? ଚିନ୍ତା କର ଏବଂ ଅନୁସନ୍ଧାନ କର ।

4. **'କ୍ରିଏଟିଭ୍ ଚିଟ୍ଟି'** ଏକ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର କାଲ୍‌କୁଲେଟର । ଏଥିରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ବଟନ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ଅଛି :

+1, +10, +100, +1000, +10000, +100000 ଏବଂ +1000000 ।

ଏହା ସବୁବେଳେ ଅନେକ ଉପାୟରେ କାମ କରିଥାଏ । ତୁମେ ପଚାରିପାର, "କେମିତି ?" ସଂଖ୍ୟା 321 ପାଇବାକୁ ହେଲେ, ଏହା +10କୁ 32 ଥର ଏବଂ +1କୁ ଥରେ ଦବାଏ । ଏହା 321 ପାଇପାରିବ କି ? ବିକଳ୍ପ ଭାବରେ, ଏହା +100କୁ ଦୁଇଥର ଏବଂ +10କୁ 12 ଥର ଏବଂ +1କୁ ଥରେ ଦବାଇ ପାଇପାରିବ ।

321 କୁ ପାଇବା ପାଇଁ ଅତିବେଶିରେ +100 ବଟନ୍‌କୁ କେତେଥର ଦବାଯାଇପାରିବ ?

Buttons	5072	
+10,00,000		
+1,00,000		
+10,000		
+1,000		3
+100	50	20
+10	7	
+1	2	72

5. 5072 ପାଇବା ପାଇଁ ଅନେକ ଉପାୟ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ଉପାୟ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି :

ଏହି ଦୁଇଟି ଉପାୟକୁ ଏହିପରି ପରିପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିବ :

(a) $(50 \times 100) + (7 \times 10) + (2 \times 1) = 5072$

(b) $(3 \times 1000) + (20 \times 100) + (72 \times 1) = 5072$

? 5072 ପାଇବା ପାଇଁ ଏକ ଭିନ୍ନ ଉପାୟ ଖୋଜ ଏବଂ ଏହା ପାଇଁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ, ବଟନ୍ ଦବାଇବା ମାଧ୍ୟମରେ ସଂଖ୍ୟା ପରିପ୍ରକାଶ କରିବା ପାଇଁ ଅତି କମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟ ଲେଖ । 'କ୍ରିଏଟିଭ୍ ଚିଚି' ପରି ଚିନ୍ତାକର ଏବଂ ସୃଜନଶୀଳ ହୁଅ ।

(a) 8300 (b) 40629

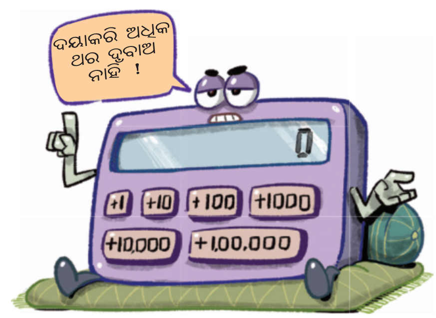
(c) 56354 (d) 66666

(e) 367813

ତୁମପାଇଁ କ୍ରିଏଟିଭ ଚିଚି କାଲ୍‌କୁଲେଟରର କିଛି ପ୍ରଶ୍ନ :

(a) ତୁମକୁ ଠିକ୍ 30 ଥର ବଟନ୍ ଦବାଇବାକୁ ପଡ଼ିବ । ତୁମେ କେଉଁ ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରିପାରିବ ? ତୁମେ କେଉଁ ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟାଟି ତିଆରି କରିପାରିବ ?

(b) 25 ଥର ବଟନ୍ ଦବାଇ 997 ସଂଖ୍ୟାଟି ପାଇପାରିବା । ତୁମେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଥର ବଟନ୍ ଦବାଇବା ମାଧ୍ୟମରେ 997 ସଂଖ୍ୟାଟି ତିଆରି କରିପାରିବ କି ?



ସିଷ୍ଟେମେଟିକ୍ ସିପ୍ପି ଏକ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର କାଲ୍‌କୁଲେଟର୍ । ଏଥିରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ବଟନ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ଅଛି ।

+1, +10, +100, +1000, +10000, + 100000

ଏହାର ବଟନ୍‌କୁ ଯଥାସମ୍ଭବ କମ୍ ଥର ଦବାଇ ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଗଠନ କର ।

? **ଆମେ କିପରି ଯଥାସମ୍ଭବ କମ୍ ଥର ବଟନ୍ ଦବାଇ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇପାରିବା ?**

(a) 5072 (b) 8300

ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇବା ପାଇଁ କେଉଁ ବଟନ୍‌ଗୁଡ଼ିକ କେତେଥର ଦବାଇବାକୁ ହେବ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଆମର ଲକ୍ଷ୍ୟ ହେଉଛି ଯଥାସମ୍ଭବ କମ୍ ଥର ବଟନ୍ ଦବାଇବା ।

ଏଠାରେ 5072 ସଂଖ୍ୟା ପାଇବାର ଗୋଟିଏ ଉପାୟ ଅଛି । ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ମୋଟ 23ଥର ବଟନ୍ ଦବାଇବାର ଉପାୟ ଦିଆଯାଇଛି ।

23 ଥର ଠାରୁ କମ ଥର ବଟନ୍ ଦବାଇ 5072 ପାଇବାର ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଉପାୟ ଅଛି କି ? ସେଥିପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶଟି ଲେଖ ।

Buttons	5072
+10,00,000	
+1,00,000	
+10,000	
+1,000	5
+100	0
+10	6
+1	12

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ପୂର୍ବ ଅଭ୍ୟାସରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ସର୍ବନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟକ ବଟନ୍ ଦବାଇ କିପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ, ତାହା ଖୋଜ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକର ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

2. ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଅନୁରୂପ ସର୍ବନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟକ ବଟନ୍ ଦବାଇବା ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସମ୍ପର୍କ ଥିବାର ତୁମେ ଦେଖିପାରୁଛ କି ?

3. ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ, ସର୍ବନିମ୍ନ ବଟନ୍ ଦବାଇବା ପରିପ୍ରକାଶଗୁଡ଼ିକ, ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟ ଦେଇଥାଏ । ଏହାର କାରଣ ବିଷୟରେ ତୁମେ ଚିନ୍ତାକର ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଯଦି ଆମେ 10,00,000 ବଟନ୍‌କୁ ଦଶଥର ଦବାଇବା, ତେବେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ? ଏଥିରେ କେତୋଟି ଶୂନ ରହିବ ? ଏହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆମେ କ'ଣ କହିବା ? ସେହି ସଂଖ୍ୟାଟି 100 ଲକ୍ଷ ହେବ, ଯାହାକୁ ଏକ କୋଟି ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । 1 କୋଟିକୁ 1,00,00,000 ରୂପରେ ଲେଖାଯାଏ, ଯାହାର 1 ପରେ ସାତୋଟି ଶୂନ ଲେଖାଯାଏ ।

1.3 କୋଟି ବା କୋଟିରୁ ଅଧିକ :

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସାରଣୀଟି ଭାରତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ ଓ ଆମେରିକୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ (ଆନ୍ତର୍ଜାତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ) ଅନୁଯାୟୀ କିଛି ସଂଖ୍ୟା ଦର୍ଶାଉଛି, ଯେଉଁଥିରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ନାମ ଓ କମା ବ୍ୟବହାର କରିବା ନିୟମ ଦିଆଯାଇଛି । ଉଭୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ କମା ଲଗାଇବାର ପଦ୍ଧତିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଭାରତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ		ଆମେରିକୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ (ଆନ୍ତର୍ଜାତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ)	
1,000	ଏକ ହଜାର	1,000	ଏକ ହଜାର
10,000	ଦଶ ହଜାର	10,000	ଦଶ ହଜାର
1,00,000	ଏକ ଲକ୍ଷ	100,000	ଏକ ଶହ ହଜାର
10,00,000	ଦଶ ଲକ୍ଷ	1,000,000	ଏକ ମିଲିୟନ୍
1,00,00,000	ଏକ କୋଟି	10,000,000	ଦଶ ମିଲିୟନ୍
10,00,00,000	ଦଶ କୋଟି	100,000,000	ଏକ ଶହ ମିଲିୟନ୍
1,00,00,00,000	ଏକ ଅରବ ବା ଏକ ଶହ କୋଟି	1,000,000,000	ଏକ ବିଲିୟନ୍

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଭାରତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଡାହାଣପଟୁ ବାମପଟକୁ 3 - 2 - 2 - 2 .... ଆକାରରେ କମା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । (ହଜାର, ଲକ୍ଷ, କୋଟି, ଇତ୍ୟାଦି) । ଆମେରିକୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଡାହାଣପଟୁ ବାମପଟକୁ 3 - 3 - 3 - 3..... ଆକାରରେ କମା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ- ହଜାର, ମିଲିୟନ୍, ବିଲିୟନ୍, ଇତ୍ୟାଦି...... ।

ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ନାମକରଣ ପଦ୍ଧତି ଭୁଟାନ, ଶ୍ରୀଲଙ୍କା, ନେପାଳ, ପାକିସ୍ତାନ, ବାଂଲାଦେଶ, ମାଳଦ୍ୱୀପ, ଆଫଗାନିସ୍ତାନ ଓ ମିଆଁମାରରେ ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ଲକ୍ଷ ଓ କୋଟି ଶବ୍ଦ ସଂସ୍କୃତ ଶବ୍ଦ ଲକ୍ଷ(लक्ष) ଓ କୋଟି(कोटि)ରୁ ଆସିଛି । ଆମେରିକୀୟ ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟ ଅନେକ ଦେଶରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

1 ଲକ୍ଷ ଓ 1 କୋଟିରେ କେତୋଟି ଶୂନ ଅଛି ତାହା ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । 1 ଲକ୍ଷକୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ଲେଖିଲେ 1 ଡାହାଣପଟେ 5 ଟି ଶୂନ ଲେଖାଯାଏ । 1 କୋଟିକୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ଲେଖିଲେ 1 ଡାହାଣପଟେ 7 ଟି ଶୂନ ଲେଖାଯାଏ ।

ଏକ ଲକ୍ଷ ହେଉଛି ଏକ ହଜାରର ଶହେ ଗୁଣ, ଏକ କୋଟି ହେଉଛି ଏକ ଲକ୍ଷର ଶହେ ଗୁଣ ଏବଂ ଏକ ଅରବ ହେଉଛି 1 କୋଟିର ଶହେ ଗୁଣ (ଅର୍ଥାତ୍, ଏକ ଶହ ହଜାର ହେଉଛି 1 ଲକ୍ଷ, 100 ଲକ୍ଷ ହେଉଛି 1 କୋଟି ଏବଂ 100 କୋଟି ହେଉଛି 1 ଅରବ) ।

❓ ଏକ ହଜାର ଲକ୍ଷରେ କେତୋଟି ଶୂନ ଅଛି ? ....

❓ ଏକ ଶହ ହଜାରରେ କେତୋଟି ଶୂନ ଅଛି ? ....

9876501234 ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ପ୍ରଥମେ କମା ଦେଇ ସହଜରେ ପଢ଼ିହେବ ।

(a) 9,87,65,01,234 – 9 ଅରବ 87 କୋଟି 65 ଲକ୍ଷ 1 ହଜାର 234
କିମ୍ବା 987 କୋଟି 65 ଲକ୍ଷ 1 ହଜାର 234 (ଭାରତୀୟ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀରେ)

(b) 9,876,501,234 – 9 ବିଲିୟନ୍ 876 ମିଲିୟନ୍ 501 ହଜାର 234 (ଆମେରିକୀୟ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀରେ)

❓ ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଅନୁସାରେ ପଢ଼ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ନାମ ଉଭୟ ଭାରତୀୟ ଓ ଆମେରିକୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖ :

(a)	4050678	(b)	48121620
(c)	20022002	(d)	246813579
(e)	34500543	(f)	1020304050

2. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ପଦ୍ଧତି ଅନୁସାରେ ଲେଖ ।

(a) ଏକ କୋଟି ଏକ ଲକ୍ଷ ଏକ ହଜାର ଦଶ

(b) ଏକ ବିଲିୟନ ଏକ ମିଲିୟନ ଏକ ହଜାର ଏକ

(c) ଦଶ କୋଟି କୋଡ଼ିଏ ଲକ୍ଷ ତିରିଶ ହଜାର ଚାଳିଶ

(d) ନଅ ବିଲିୟନ ଅଶୀ ମିଲିୟନ ସାତ ଶହ ହଜାର ଛଅ ଶହ

3. ତୁଳନା କର ଏବଂ '<', '>' କିମ୍ବା '=' ଲେଖ :

(a) 30 ହଜାର .... 3 ଲକ୍ଷ

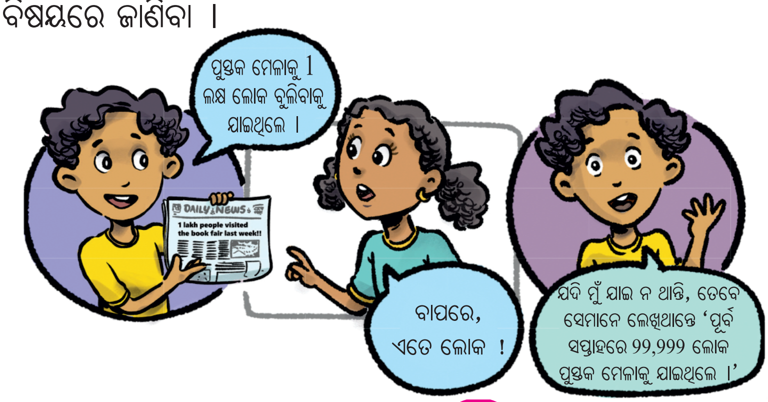
(b) 500 ଲକ୍ଷ .... 5 ମିଲିୟନ୍

(c) 800 ହଜାର .... 8 ମିଲିୟନ୍

(d) 640 ହଜାର .... 30 ବିଲିୟନ୍

ଆଗାମୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଆହୁରି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ବିଷୟରେ ଜାଣିବା ।

1.4 ଠିକ୍ ଏବଂ ଆନୁମାନିକ ମାନ :



ଏହି ବାର୍ତ୍ତାଳାପ ବିଷୟରେ ତୁମେ କ'ଣ ଭାବୁଛ ? ତୁମେ ଏପରି ଶିରୋନାମା କିମ୍ବା ବିବୃତ୍ତି ପଢ଼ିଛ କି ?

ଅନେକ ସମୟରେ, ଠିକ୍ ସଂଖ୍ୟା ଆବଶ୍ୟକ ହୁଏ ନାହିଁ ଏବଂ କେବଳ ଏକ ଆନୁମାନିକ ମାନ ଯଥେଷ୍ଟ ହୋଇଥାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 2011 ଜନଗଣନା ଅନୁଯାୟୀ, ବରଗଡ଼ ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା 83,651 ଅଟେ । ଏହା ବଦଳରେ ଜନସଂଖ୍ୟା ପ୍ରାୟ 85,000 ବୋଲି କହିବା ଯଥେଷ୍ଟ, ଯାହାଦ୍ୱାରା ପରିମାଣ କେତେ ବଡ଼ ତାହାର ଏକ ଧାରଣା ମିଳିଥାଏ ।

ଏପରି ପରିସ୍ଥିତି ଅଛି, ଯେଉଁଠାରେ ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆସନ୍ନମାନ (ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ମାନ) କରିବା ଅର୍ଥପୂର୍ଣ୍ଣ ହୋଇଥାଏ । (ସଂଖ୍ୟାର ଆସନ୍ନମାନ କରିବା ବେଳେ ଆସନ୍ନମାନ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ଅଧିକ ହୋଇଥାଏ କିମ୍ବା ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ କମ୍ ମଧ୍ୟ ହୋଇଥାଏ) । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଯଦି ଏକ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଛାତ୍ର, ଶିକ୍ଷକ ଓ କର୍ମଚାରୀ ସମେତ 732 ଜଣ ଅଛନ୍ତି, ତେବେ ପ୍ରଧାନ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ 700 ଟି ମିଠା ବଦଳରେ 750 ଟି ମିଠା ବରାଦ କରିପାରନ୍ତି । ପୁନଶ୍ଚ, ଯଦି ଗୋଟିଏ ଜିନିଷର ମୂଲ୍ୟ 470 ଟଙ୍କା ତେବେ ଦୋକାନୀ 500 ଟଙ୍କା ବଦଳରେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ 450 ଟଙ୍କା ମଧ୍ୟ କହିପାରନ୍ତି ।

? ସେହି ପରିସ୍ଥିତିଗୁଡ଼ିକୁ ଦଳଭିତରେ ବିଚାର କର ଏବଂ ଆଲୋଚନା କର ଯେଉଁଠାରେ (କ) ଆସନ୍ନମାନଟି ପ୍ରକୃତ ମାନଠାରୁ ଅଧିକ ହେବ । (ଖ) ଆସନ୍ନମାନଟି ପ୍ରକୃତମାନଠାରୁ କମ୍ ହେବ (ଗ) ଆସନ୍ନମାନଟି ପ୍ରକୃତ ମାନଠାରୁ ଅଧିକ ବା କମ୍ ହେବ, (ଘ) ଠିକ୍ ସଂଖ୍ୟା ଆବଶ୍ୟକ ହେବ ।

ନିକଟତମ ପଡ଼ୋଶୀ

ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସହିତ ନିକଟତମ ହଜାର, ଲକ୍ଷ କିମ୍ବା କୋଟି ଜାଣିବା ଉପଯୋଗୀ ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ସଂଖ୍ୟା 6,72,85,183ର ନିକଟତମ ସଂଖ୍ୟା (ଆସନ୍ନମାନ) ଲେଖ :

ନିକଟତମ ହଜାର	6,72,85,000
ନିକଟତମ ୧୦ ହଜାର	6,72,90,000
ନିକଟତମ ଲକ୍ଷ	6,73,00,000
ନିକଟତମ ୧୦ ଲକ୍ଷ	6,70,00,000
ନିକଟତମ କୋଟି	7,00,00,000

? ସେହିଭଳି ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର, ପାଞ୍ଚୋଟି ନିକଟତମ ସଂଖ୍ୟା (ଆସନ୍ନମାନ) ଲେଖ :

(a) 3,87,69,957

(b) 29,05,32,481

? ମୋ ପାଖରେ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ଯାହାର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ଏହିପରି ପାଞ୍ଚୋଟି ସଂଖ୍ୟା 5,00,00,000 ଅଟେ । ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ? ଏହିପରି କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ନମିତା ଏବଂ ରମେଶ ସରଳ ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ଆକଳନ କରୁଛନ୍ତି ।

1. 4,63,128 + 4,19,682

ନମିତା : "ଯୋଗଫଳ ପ୍ରାୟ 8,00,000 ଏବଂ 8,00,000 ରୁ ଅଧିକ ।"

ରମେଶ : "ଯୋଗଫଳ ପ୍ରାୟ 9,00,000 ଏବଂ 9,00,000 ରୁ କମ୍ ।"

(a) ଏହି ଆକଳନଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍ ଅଛି କି ? କାହାର ଆକଳନ ଯୋଗଫଳର ନିକଟତର ।

(b) ଯୋଗଫଳ 8,50,000 ରୁ ଅଧିକ ହେବ କିମ୍ବା 8,50,000 ରୁ କମ୍ ହେବ । ତୁମେ ଏହା କାହିଁକି ଭାବୁଛ ?

(c) ଯୋଗଫଳ 8,83,128 ରୁ ଅଧିକ ହେବ କିମ୍ବା 8,83,128 ରୁ କମ୍ ହେବ ? ତୁମେ ଏପରି କାହିଁକି ଭାବୁଛ ?

(d) 4,63,128 + 4,19,682 ର ଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ କେତେ ହେବ ? ________

2. 14,63,128 – 4,90,020

ନମିତା : "ପାର୍ଥକ୍ୟ ପାଖାପାଖି 10 ଲକ୍ଷ ଏବଂ 10 ଲକ୍ଷରୁ କମ୍ ।"

ରମେଶ : "ପାର୍ଥକ୍ୟ ପାଖାପାଖି 9 ଲକ୍ଷ ଏବଂ 9 ଲକ୍ଷରୁ ବେଶୀ ।"

(a) ଏହି ଆକଳନଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍ ଅଛି କି ? କାହାର ଆକଳନ ପାର୍ଥକ୍ୟର ନିକଟତର ।

(b) ପାର୍ଥକ୍ୟ 9,50,000ରୁ ଅଧିକ ହେବ କିମ୍ବା 9,50,000ରୁ କମ୍ ହେବ । ତୁମେ ଏପରି କାହିଁକି ଭାବୁଛ ?

(c) ପାର୍ଥକ୍ୟ 9,63,128ରୁ ଅଧିକ ହେବ କିମ୍ବା 9,63,128ରୁ କମ୍ ହେବ କି ? ତୁମେ ଏପରି କାହିଁକି ଭାବୁଛ ?

(d) 14,63,128 – 4,90,020ର ଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟ ଆକଳନ କର ।

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରନ୍ତୁ ଯେପରିକି – "ଯଦି ସମଷ୍ଟି 8,50,000ରୁ କମ୍ ହୋଇଥାନ୍ତା, ତେବେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ହୋଇଥାନ୍ତା ?"

ସହରମାନଙ୍କର ଜନସଂଖ୍ୟା

ତଳ ସାରଣୀରେ କିଛି ଭାରତୀୟ ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା ଦିଆଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

କ୍ରମାଙ୍କ	ସହର	ଜନସଂଖ୍ୟା (2011)	ଜନସଂଖ୍ୟା (2001)
1	ଭୁବନେଶ୍ୱର	8,85,363	6,58,220
2	ମୁମ୍ବାଇ	1,24,42,373	1,19,78,450
3	ନୂଆଦିଲ୍ଲୀ	1,10,07,835	98,79,172
4	ବେଙ୍ଗାଲୁରୁ	84,25,970	43,01,326
5	ହାଇଦ୍ରାବାଦ	68,09,970	36,37,483
6	ଅହମ୍ମଦାବାଦ	55,70,585	35,20,085
7	କୋଲକାତା	44,86,679	45,72,876
8	ଚେନ୍ନାଇ	46,81,087	43,43,645
9	ସୁରତ	44,67,797	24,33,835
10	ବ୍ରହ୍ମପୁର	3,56,598	3,07,792
11	ପୁନେ	31,15,431	25,38,473
12	କଟକ	6,10,189	5,34,654
13	ଲକ୍ଷ୍ନୌ	28,15,601	21,85,927
14	କାନପୁର	27,67,031	25,51,337

15.	ନାଗପୁର	24,05,665	20,52,066
16.	ଇନ୍ଦୋର	19,60,631	14,74,968
17.	ଭୋପାଳ	17,98,218	14,37,354
18.	ବିଶାଖାପାଟଣା	17,28,128	13,45,938
19.	ପାଟଣା	16,84,222	13,66,444
20.	ସମ୍ବଲପୁର	1,89,366	1,57,253

? ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସାରଣୀର ତଥ୍ୟ ଅନୁଯାୟୀ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

1. ଉପରେକ୍ତ ତଥ୍ୟ ବିଷୟରେ ତୁମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା କର ।
2. ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀ ପାଇଁ ଏକ ଉପଯୁକ୍ତ ଶୀର୍ଷକ କ'ଣ ହେବ ?
3. 2011 ମସିହାରେ ଭୁବନେଶ୍ୱର ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା କେତେ ? ଆନୁମାନିକ ଭାବରେ, 2001 ତୁଳନାରେ ଏହା କେତେ ବୃଦ୍ଧିପାଇଛି ?
4. 2001 ଏବଂ 2011 ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା ସର୍ବାଧିକ ବୃଦ୍ଧି ପାଇଛି ?
5. କେଉଁ କେଉଁ ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା 2001 ତୁଳନାରେ ପ୍ରାୟ ଦୁଇଗୁଣ ହୋଇଛି ?
6. ଭୁବନେଶ୍ୱରର ଜନସଂଖ୍ୟାକୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନକଲେ ମୁମ୍ବାଇ ସହର ଜନସଂଖ୍ୟାର ପାଖାପାଖି ହେବ ?

1.5 ଗୁଣନରେ ସଂରଚନା

ନମିତା ଓ ରମେଶ ଗୁଣନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଖେଳ ଖେଳୁଥିଲେ । ସେମାନେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ 10, 100, 1000, ... ଇତ୍ୟାଦି ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିବା ପାଇଁ ଏକ ଆକର୍ଷଣୀୟ କୌଶଳ ପାଇପାରିଛନ୍ତି ।

ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଗୁଣନ

ନମିତା 116 × 5 ର ଗୁଣଫଳ ନିମ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲା ।

$$116 \times 5 = 116 \times 5 = \overset{58}{\cancel{116}} \times \frac{10}{\cancel{2}} = 58 \times 10 = 580$$

ରମେଶ ନିମ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ 824 × 25 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲା ।

$$824 \times 25 = \overset{206}{\cancel{824}} \times \frac{100}{\cancel{4}} = 20,600$$

ଚିନ୍ତା କର

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ତୁମେ ବୁଝାଇପାରିବ କି, ଗୁଣନ ଓ ଭାଗକ୍ରିୟାଦ୍ୱାରା ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିବା ଅର୍ଥ, ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରି 10 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିବା ସହ ସମାନ ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଣନଗୁଡ଼ିକର ଗୁଣଫଳ ଶୀଘ୍ର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ଉପାୟ ଲେଖ ।
   (a) $2 \times 1768 \times 50$
   (b) 72×128 (ସୂଚନା : $125 = \frac{1000}{8}$)
   (c) $125 \times 40 \times 8 \times 25$
2. କମ୍ ସମୟରେ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
   (a) $25 \times 12 =$
   (b) $25 \times 240 =$
   (c) $250 \times 120 =$
   (d) $2500 \times 12 =$
   (e) .... × .... = 120000000

ଗୁଣଫଳ କେତେ ବଡ଼ ?

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା କୋଠରି ଗୁଡ଼ିକରେ ଗୁଣନଗୁଡ଼ିକ ମଜାଦାର ସଂରଚନା ସୃଷ୍ଟି କରିଛନ୍ତି । ସେହି ସଂରଚନାକୁ ଖୋଜିବା ପାଇଁ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବା ସଂରଚନାକୁ ଆଧାର କରି ଗୁଣନଗୁଡ଼ିକୁ ଆଗକୁ ବଢ଼ାଅ ।

$11 \times 11 =$ $111 \times 111 =$ $1111 \times 1111 =$	$66 \times 61 =$ $666 \times 661 =$ $6666 \times 6661 =$
$3 \times 5 =$ $33 \times 35 =$ $333 \times 335 =$	$101 \times 101 =$ $102 \times 102 =$ $103 \times 103 =$

? ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳରେ ଗୁଣନ କରାଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଓ ସେମାନଙ୍କ ଗୁଣଫଳର ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଗୁଣନ କରାଯାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଓ ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳର ଅଙ୍କମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସଂପର୍କ ରହିଛି କି ?

? ନମିତା କହୁଛି ଯେ, ଦୁଇଟି 2- ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ କେବଳ 3- ଅଙ୍କ କିମ୍ବା 4- ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରିବ । ସେ କ'ଣ ଠିକ୍ ?

? ନମିତାଙ୍କ ଉକ୍ତି ଠିକ୍ ନା ନୁହେଁ ଜାଣିବାପାଇଁ ଆମେ 2 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଗୁଣନ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଉଚିତ୍ କି ? କିମ୍ବା ଏହାକୁ ପ୍ରମାଣିତ କରିବା ପାଇଁ ଅନ୍ୟ କିଛି ଭଲ ଉପାୟ ଅଛି କି ?

ନମିତା ତା'ର ଯୁକ୍ତି ଉପସ୍ଥାପନା କରେ, ଯେ "ଆମେ ଦୁଇଟି 2- ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳର ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ବିଷୟରେ ଜାଣିବାକୁ ଚାହୁଁଛୁ । ସେହିପରି ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ଗୁଣଫଳ ଜାଣିବାପାଇଁ ମୁଁ 10 × 10 ନେଲି । ତେଣୁ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଗୁଣଫଳ 100 ରୁ ଅଧିକ ହେବ । ସେହିପରି ବୃହତ୍ତମ ଗୁଣଫଳ ଜାଣିବା ପାଇଁ ମୁଁ 3- ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା (100 × 100) କୁ ଗୁଣନ କରି ଗୁଣଫଳ 10,000 ପାଇଲି । ତେଣୁ ସମସ୍ତ ଦୁଇଟି 2- ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ 10,000ରୁ କମ୍ ହେବ ।"

? ଗୋଟିଏ ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଅନ୍ୟ ଏକ 3- ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ ଚାରିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ହେବ କି ?

? ଗୋଟିଏ 4- ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଅନ୍ୟ ଏକ 2- ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ 5- ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ହେବ କି ?

? **ଲକ୍ଷ୍ୟକର :** ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବିଭିନ୍ନ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ତୁମେ କିଛି ସଂରଚନା (pattern) ଥିବାର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ? ଉକ୍ତ ସଂରଚନା ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି, ଚେଷ୍ଟା କରି ଦେଖ ।

1 - ଅଙ୍କ	×	1 - ଅଙ୍କ	=	1 - ଅଙ୍କ	କିମ୍ବା	2 - ଅଙ୍କ
2 - ଅଙ୍କ	×	1 - ଅଙ୍କ	=	2 - ଅଙ୍କ	କିମ୍ବା	3 - ଅଙ୍କ
2 - ଅଙ୍କ	×	2 - ଅଙ୍କ	=	3 - ଅଙ୍କ	କିମ୍ବା	4 - ଅଙ୍କ
3 - ଅଙ୍କ	×	3 - ଅଙ୍କ	=	5 - ଅଙ୍କ	କିମ୍ବା	6 - ଅଙ୍କ
5 - ଅଙ୍କ	×	5 - ଅଙ୍କ	=		କିମ୍ବା	
8- ଅଙ୍କ	×	3 - ଅଙ୍କ	=		କିମ୍ବା	
12- ଅଙ୍କ	×	13- ଅଙ୍କ	=		କିମ୍ବା	

ବଡ଼ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ପର୍କରେ ମଜାଦାର ତଥ୍ୟ

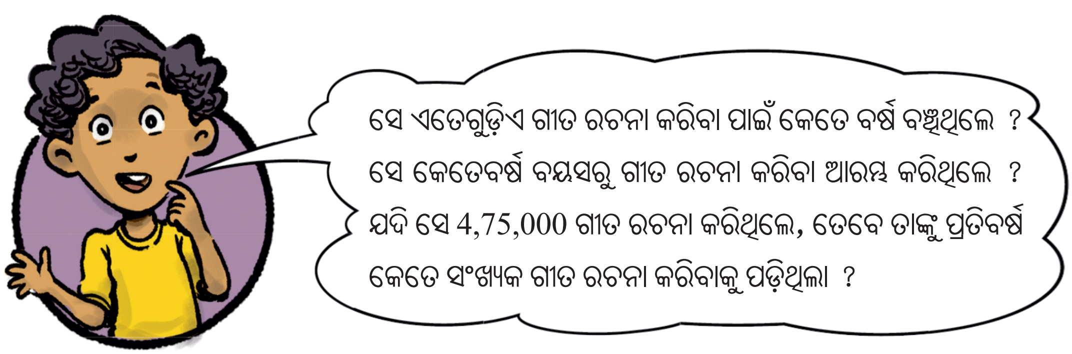
ବଡ଼ସଂଖ୍ୟା ବିଷୟରେ କିଛି ରୋଚକ ତଥ୍ୟ ତଳେ ଲୁଚି ରହିଛି । ସେହି ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଖୋଜି ବାହାର କରିବା ପାଇଁ ଗୁଣଫଳ କିମ୍ବା ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ତୁମେ ଯେତେବେଳେ ଗୁଣଫଳ କିମ୍ବା ଭାଗଫଳ ପାଇଗଲ, ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀ ଏବଂ ଆମେରିକୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ପଢ଼ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବାପରେ ତତ୍‌ସଂପର୍କିତ ତୁମ ନିଜର ଚିନ୍ତା ଓ ପ୍ରଶ୍ନ ଶ୍ରେଣୀରେ ଉପସ୍ଥାପନ କର ।

କିମ୍ବଦନ୍ତୀ ଅନୁସାରେ

1250×380

____

ହେଉଛି ପୁରନ୍ଦରଦାସଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ରଚିତ କୀର୍ତ୍ତନ ସଂଖ୍ୟା । ପୁରନ୍ଦରଦାସ ପଞ୍ଚଦଶ ଶତାବ୍ଦୀର ଜଣେ ସଙ୍ଗୀତଜ୍ଞ ଏବଂ ଗାୟକ ଥିଲେ । ତାଙ୍କର କୀର୍ତ୍ତନଗୁଡ଼ିକ ଭକ୍ତି, ଆଧ୍ୟାତ୍ମିକତା ଏବଂ ସମାଜ ସଂସ୍କାରଧର୍ମୀ ଥିଲା । ସେ କର୍ଣ୍ଣାଟକ ସଙ୍ଗୀତ ଶିକ୍ଷାଦାନ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ସୁବ୍ୟବସ୍ଥିତ କରିଥିଲେ ଯାହାକି ଆଜି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅନୁସରଣ କରାଯାଉଅଛି ।



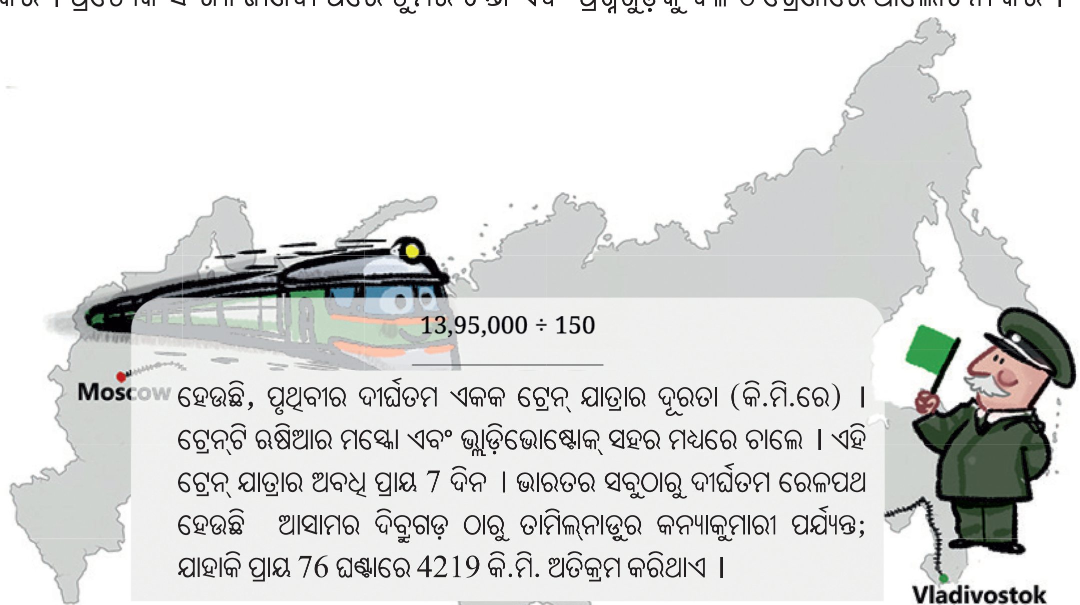
$2100 \times 70,000$

ହେଉଛି, ପୃଥିବୀ ଓ ସୂର୍ଯ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କିଲୋମିଟରରେ ଆନୁମାନିକ ଦୂରତା । ଏହି ଦୂରତା ବର୍ଷସାରା ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ହୋଇଥାଏ । ପୃଥିବୀ ଓ ସୂର୍ଯ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବାଧିକ ଦୂରତା ହେଉଛି ପ୍ରାୟ 152 ମିଲିୟନ୍ କିଲୋମିଟର ।

$6400 \times 62,500$

____________ ହେଉଛି, ଆମାଜନ୍ ନଦୀ ପ୍ରତି ସେକେଣ୍ଡରେ ଆଟଲାଣ୍ଟିକ୍ ମହାସାଗରକୁ ଛାଡୁଥିବା ପାଣିର ପରିମାଣ (ଲିଟରରେ) । ଆଟଲାଣ୍ଟିକ୍ ମହାସାଗରରେ ଆମାଜନ ନଦୀର ଜଳ ପ୍ରବାହ ଏତେ ଅଧିକ ପରିମାଣରେ ହୋଇଥାଏ ଯେ ଖୋଲା ସମୁଦ୍ର କୂଳରୁ 160 କି.ମି. ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସ୍ୱଚ୍ଛ ପାନୀୟ ଜଳ ମିଳିଥାଏ ।

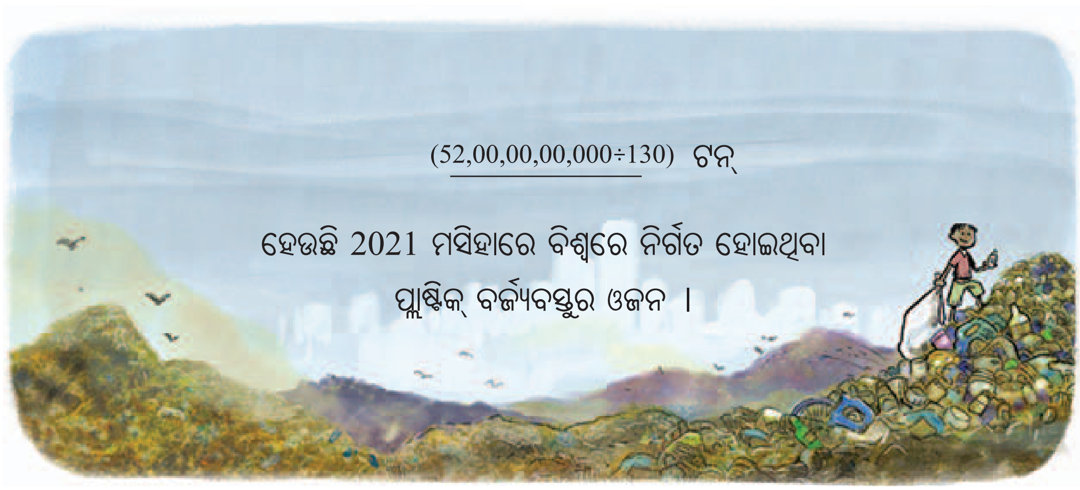
ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଯେପରି କରିଥିଲ, ହରଣ ବିଷୟରେ ରୋଚକ ତଥ୍ୟ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଭାଗ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ପରେ ତୁମର ଚିନ୍ତା ଏବଂ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ଦଳ ଓ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା କର ।



$13,95,000 \div 150$

____________ ହେଉଛି, ପୃଥିବୀର ଦୀର୍ଘତମ ଏକକ ଟ୍ରେନ୍ ଯାତ୍ରାର ଦୂରତା (କି.ମି.ରେ) । ଟ୍ରେନ୍‌ଟି ରଷିଆର ମସ୍କୋ ଏବଂ ଭ୍ଲାଡ଼ିଭୋଷ୍ଟୋକ୍ ସହର ମଧ୍ୟରେ ଚାଲେ । ଏହି ଟ୍ରେନ୍ ଯାତ୍ରାର ଅବଧି ପ୍ରାୟ 7 ଦିନ । ଭାରତର ସବୁଠାରୁ ଦୀର୍ଘତମ ରେଳପଥ ହେଉଛି ଆସାମର ଡିବ୍ରୁଗଡ଼ ଠାରୁ ତାମିଲ୍‌ନାଡୁର କନ୍ୟାକୁମାରୀ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ; ଯାହାକି ପ୍ରାୟ 76 ଘଣ୍ଟାରେ 4219 କି.ମି. ଅତିକ୍ରମ କରିଥାଏ ।

ନୀଳତିମିର ଓଜନ 10,50,00,000 ÷ 700 କିଲୋଗ୍ରାମ୍‌ରୁ ଅଧିକ ହୋଇପାରେ । ଗୋଟିଏ ନବଜାତ ନୀଳତିମିର ଓଜନ ପ୍ରାୟ 2,700 କି.ଗ୍ରା., ଯାହାକି ଏକ ବୟସ୍କ ଜଳହସ୍ତୀର ଓଜନ ସହିତ ସମାନ । ଗୋଟିଏ ନୀଳତିମିର ହୃତ୍‌ପିଣ୍ଡର ଓଜନ ପାଖାପାଖି 700 କି.ଗ୍ରା. ରେକର୍ଡ଼ କରାଯାଇଅଛି । ନୀଳତିମିର ଜିଭର ଓଜନ ଗୋଟିଏ ହାତୀର ଓଜନ ସହିତ ସମାନ ହେବ । ନୀଳତିମି ପ୍ରତିଦିନ ପ୍ରାୟ 3500 କି.ଗ୍ରା.ର କ୍ରିଲ୍ (ଏକ ପ୍ରକାର ଛୋଟ ମାଛ) ଖାଇପାରେ । ଆର୍ଜେଣ୍ଟିନୋରସ୍ ହେଉଛି ପୃଥିବୀର ସବୁଠାରୁ ବୃହତ୍ତମ ସ୍ଥଳଚର ପ୍ରାଣୀ, ଯାହାର ଆନୁମାନିକ ଓଜନ ପ୍ରାୟ 90,000 କି.ଗ୍ରା. ।



(52,00,00,00,000÷130) ଟନ୍

ହେଉଛି 2021 ମସିହାରେ ବିଶ୍ୱରେ ନିର୍ଗତ ହୋଇଥିବା ପ୍ଲାଷ୍ଟିକ୍ ବର୍ଜ୍ୟବସ୍ତୁର ଓଜନ ।

ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ସଂପର୍କୀୟ ତଥ୍ୟ

ସାଧାରଣ ଭାବରେ ପ୍ରତି ଏକ ଗ୍ରାମ୍ ଉତ୍କୃଷ୍ଟ ମୃତ୍ତିକାରେ ପ୍ରାୟ 100 ମିଲିୟନ୍‌ରୁ 1 ବିଲିୟନ୍ ବ୍ୟାକ୍ଟେରିଆ ଏବଂ 1 ଲକ୍ଷରୁ 1 ନିୟୁତ କବକ (Fungi), ଯାହାକି ଗଛକୁ ସୁସ୍ଥ ରଖେ ଓ ବୃଦ୍ଧିରେ ସହାୟକ ହୋଇଥାଏ ।

ସେହିଭଳି ତୁମେ ଜାଣିଥିବା ବଡ଼ ନମ୍ବର ସଂପର୍କିତ ଅନ୍ୟ କିଛି ତଥ୍ୟକୁ ତୁମ ଦଳ ଓ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା କର ।

1.6 ତୁମେ କେବେ ଭାବିଛ କି ?

ରମେଶ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମସ୍ତ ରୋଚକ ତଥ୍ୟ ଜାଣି ବହୁତ ଖୁସି । ଏସବୁ ବିଷୟରେ ଭାବୁଭାବୁ ସେ ଗୋଟିଏ ଅସ୍ୱାଭାବିକ ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରିଲା, "ଭୁବନେଶ୍ୱରର ସମସ୍ତ ଲୋକଙ୍କୁ 1 ଲକ୍ଷ କାର୍‌ରେ ବସାଇ ହେବ କି ?" ତୁମେ କ'ଣ ଭାବୁଛ ? ଆମେ କିପରି ଏହାର ସମାଧାନ କରିପାରିବା ?

ମନେକର, ଗୋଟିଏ କାର୍‌ରେ 6 ଜଣ ଲୋକ ବସିପାରିବେ । ତେବେ 1 ଲକ୍ଷ କାର୍‌ରେ ମୋଟ୍ 1 ଲକ୍ଷ × 6 = 6 ଲକ୍ଷ ଲୋକ ବସିପାରିବେ ।

ଭୁବନେଶ୍ୱର ସହରର ଜନସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 8 ଲକ୍ଷ 85 ହଜାରରୁ ଅଧିକ (2011 ଜନଗଣନା ଅନୁଯାୟୀ) । ତେଣୁ ଭୁବନେଶ୍ୱର ସହରର ସମସ୍ତ ଲୋକଙ୍କୁ 1 ଲକ୍ଷ କାର୍‌ରେ ବସାଇ ପାରିବା ନାହିଁ ।

କିଛି ମଜାଦାର ପ୍ରଶ୍ନ :

? ଟାଇଟାନିକ୍ ଜାହାଜରେ 2500 ଜଣ ଯାତ୍ରୀ ବସିପାରନ୍ତି । ତେବେ ଭୁବନେଶ୍ୱର ସହରର ସମସ୍ତ ଲୋକ ସେହିପରି 400 ଟି ଜାହାଜରେ ବସିପାରିବେ କି ?

ଏହିପରି ଅଜବ ପ୍ରଶ୍ନଦ୍ୱାରା ଉତ୍ସାହିତ ହୋଇ ନମିତା ପଚାରିଲା, "ଯଦି ମୁଁ ପ୍ରତିଦିନ 100 କି.ମି. ଯାତ୍ରା କରିବି, ତେବେ ମୁଁ 10 ବର୍ଷରେ ଚନ୍ଦ୍ରକୁ ପହଞ୍ଚି ପାରିବି କି ? (ପୃଥିବୀ ଓ ଚନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା 3,84,400 କି.ମି.)

- ସେ ଏକ ବର୍ଷରେ କେତେ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିଥାନ୍ତା ?
- ସେ 10 ବର୍ଷରେ କେତେ ଦୂରତା ଯାଇପାରିଥାନ୍ତା ?

ଏହି ଆକଳନଗୁଡ଼ିକ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ହିସାବ କରିବା ସହଜ ନୁହେଁ କି ? ତୁମେ ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ସମସ୍ତ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାର ହିସାବ କରିପାରିବ ।

? ଯଦି ତୁମେ ଦିନକୁ 1000 କି.ମି. ଯାତ୍ରା କର, ତେବେ ତୁମେ ଜୀବନକାଳ ମଧ୍ୟରେ ସୂର୍ଯ୍ୟ ପାଖରେ ପହଞ୍ଚି ପାରିବ କି ? ଚିନ୍ତାକରି ଉତ୍ତର ଦିଅ । (ପୂର୍ବ ଅଭ୍ୟାସରେ ପୃଥିବୀ ଓ ସୂର୍ଯ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ଦିଆଯାଇଛି)

? ଉପଯୁକ୍ତ କଳ୍ପନା କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(a) ଯଦି ଗୋଟିଏ କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦର ଓଜନ 5 ଗ୍ରାମ୍ ହୁଏ, ତେବେ ଏକାଥରକେ ଏକ ଲକ୍ଷ କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦକୁ ତୁମେ ଉଠାଇ ପାରିବ କି ?

(b) ଯଦି ସାରା ବିଶ୍ୱରେ ପ୍ରତି ମିନିଟ୍‌ରେ 250ଟି ଶିଶୁ ଜନ୍ମ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ ଗୋଟିଏ ଦିନରେ ଏକ ମିଲିୟନ୍ ଶିଶୁ ଜନ୍ମ ହୋଇପାରିବେ କି ?

(c) ତୁମେ 1 ମିଲିୟନ୍ ମୁଦ୍ରା, ଗୋଟିଏ ଦିନରେ ଗଣିପାରିବ କି ? (ମନେକର, ତୁମେ 1 ସେକେଣ୍ଡରେ 1 ଟି ମୁଦ୍ରା ଗଣିପାରୁଛ)

ତୁମପାଇଁ କାମ : ଏହିପରି ଅନେକ ମଜାଦାର ପ୍ରଶ୍ନ ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ ଚିନ୍ତାକର ଓ ନିଜ ଦଳ ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା କର ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. 0 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ କେବଳ ଥରେ ମାତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି (ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କ '0' ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ) ଗୋଟିଏ 10 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଗଠନ କର ଓ ଲେଖ, ଯାହା –
   (a) 5ର ବୃହତ୍ତମ ଗୁଣିତକ
   (b) କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା
2. 10,30,285 ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅକ୍ଷରରେ "ଦଶ ଲକ୍ଷ ତିରିଶ ହଜାର ଦୁଇ ଶହ ପଞ୍ଚାଅଶୀ" ଲେଖାଯାଏ, ଯେଉଁଥିରେ 18 ଟି ଅକ୍ଷର ଅଛି । ସର୍ବାଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ଅକ୍ଷର ଥିବା ଗୋଟିଏ 7 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।
3. ଏକ 9 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯେଉଁଠାରେ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଅଙ୍କର ସ୍ଥାନ ପରିବର୍ତ୍ତନ କଲେ ଏକ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିବ । ଏହିପରି କେତୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ?
4. 12345123451234512345 ସଂଖ୍ୟାରୁ 10 ଟି ଅଙ୍କ କାଟି ଦିଅ, ଯାହାଦ୍ୱାରା ଅବଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାଟି ଯଥାସମ୍ଭବ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।
5. 'Zero' ଓ 'One' ଉଭୟ ଶବ୍ଦରେ 'e' ଏବଂ 'o' ଅକ୍ଷର ଅଛି । 'One' ଏବଂ 'Two' ଉଭୟ ଶବ୍ଦରେ 'o' ଅକ୍ଷର ଅଛି ଏବଂ 'two' ଏବଂ 'three' ଉଭୟ ଶବ୍ଦରେ 't' ଅକ୍ଷର ଅଛି । କୌଣସି ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର ସମାନ ନ ଥାଇ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା (ଇଂରାଜୀ ବନାନ) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ତୁମକୁ କେତେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗଣିବାକୁ ପଡ଼ିବ ?
6. ମନେକର ତୁମେ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା 1, 2, 3, 4, 5,.... 9, 10, 11, ... ଲେଖୁଛ । ତୁମେ ଲେଖିଥିବା ଦଶମ ଅଙ୍କଟି ହେଉଛି '1' ଏବଂଏକାଦଶ ଅଙ୍କଟି ହେଉଛି '0', ଯାହା ସଂଖ୍ୟା 10 ର ଏକ ଅଂଶ ।

   ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

   (a) ସେହିପରି ଲେଖି ଚାଲିଲେ, 1000 ତମ ଅଙ୍କଟି କ'ଣ ହେବ ? ଏହି ଅଙ୍କଟି କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବ ?
   (b) କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାରେ ନିୟୁତତମ ଅଙ୍କ ରହିଥିବ ?
   (c) ତୁମେ କେତେବେଳେ ଅଙ୍କ '5' କୁ 5000 ଥର ଲେଖିଥିବ ?

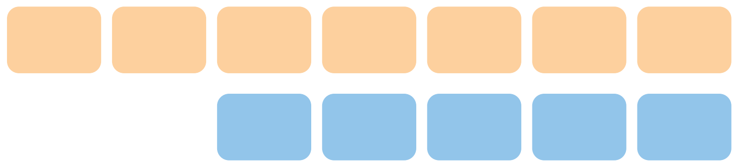
   ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

7. ଗୋଟିଏ କାଲ୍‌କୁଲେଟର୍‌ର କେବଳ '+10,000' ଏବଂ '+100' ବଟନ୍ ଅଛି ।
   ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ କେତେଥର କେଉଁ ବଟନ୍ ଦବାଉଛ, ତା'ର ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।
   (a) 20,800
   (b) 92,100
   (c) 1,20,500
   (d) 65,30,000
   (e) 70,25,700
8. କେତେ ଲକ୍ଷରେ ଏକ ବିଲିୟନ୍ ହୁଏ ?

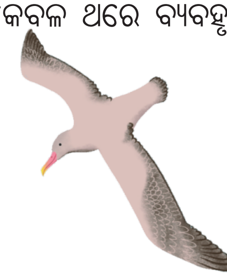
9. 1 ରୁ 9 ଥିବା ଦୁଇ ସେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ ତୁମକୁ ଦିଆଯାଇଛି । ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଠରୀରେ ସେଥିରୁ ଏପରି ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ କାର୍ଡ଼ ରଖ ଯେପରି

   (a) ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବାଧିକ ହେବ ।

   (b) ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସର୍ବନିମ୍ନ ବିୟୋଗଫଳ ହେବ ।



10. ତୁମକୁ କିଛି ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ ଦିଆଯାଇଛି । 4000, 13000, 300, 70000, 150000, 20, 5 । କାର୍ଡ଼ଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ଚାହୁଁଥିବା ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅନୁସାରେ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ନିକଟତର ହୁଅ । (ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରିବାପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କାର୍ଡ଼କୁ କେବଳ ଥରେ ବ୍ୟବହୃତ କରିପାରିବା ।)



ଯେପରି, (a) 1,10,000 : $4000 \times (20+5) + 13000 = 1{,}13{,}000$

(b) 2,00,000 (c) 5,80,000

(d) 12,45,000 (e) 20,90,800

11. 'ଷ୍ଟାଚ୍ୟୁ ଅଫ୍ ୟୁନିଟ୍' ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ମୁଦ୍ରା ସ୍ତମ୍ଭ ସୃଷ୍ଟି କରିବାପାଇଁ କେତୋଟି ମୁଦ୍ରା ଆବଶ୍ୟକ ହେବ ? ମନେକର ପ୍ରତ୍ୟେକ ମୁଦ୍ରାର ମୋଟେଇ 1 ମି.ମି. ।

12. ଧୂସର ମୁଣ୍ଡଥିବା ଏକ ପ୍ରକାର ସାମୁଦ୍ରିକ ପକ୍ଷୀ 'ଆଲ୍‌ବାଟ୍ରୋସ୍' ଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରାୟ 7 ଫୁଟ ଓସାରର ଡେଣା ଥାଏ । ସେମାନେ ସମୁଦ୍ରରେ ଏକ ସ୍ଥାନରୁ ଅନ୍ୟ ସ୍ଥାନକୁ ସ୍ଥାନାନ୍ତର କରିବାରେ ଜଣାଶୁଣା । ଆଲ୍‌ବାଟ୍ରୋସ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ଦିନକୁ ପ୍ରାୟ 900-1000 କି.ମି. ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯାଇପାରନ୍ତି । ରେକର୍ଡ଼ ହୋଇଥିବା ଦୀର୍ଘତମ ଏକକ ଯାତ୍ରା ହେଉଛି ପ୍ରାୟ 12,000 କି.ମି. । ତେବେ ଏପରି ଯାତ୍ରା କରିଲେ ପ୍ରଶାନ୍ତ ମହାସାଗର ଅତିକ୍ରମ କରିବାପାଇଁ ପ୍ରାୟ କେତେ ଦିନ ଲାଗିବ ?

13. ଫ୍ଲେମିଙ୍ଗୋ ପକ୍ଷୀ ପ୍ରତିବର୍ଷ ଶୀତଋତୁରେ ସାଇବେରିଆ ଅଞ୍ଚଳରୁ ଚିଲିକାକୁ ଆସିଥାନ୍ତି । ତାକୁ ସାଇବେରିଆରୁ ଚିଲିକାକୁ ଅବିରତ ଯାତ୍ରା କରିବାରେ 12,000 କି.ମି. ପଥ ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ । ଏହାର ଯାତ୍ରା 13 ଅକ୍ଟୋବର, 2022 ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇ 11 ଦିନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଚାଲିଲା । ତେବେ ଏହାର ପ୍ରତିଦିନ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା ଏବଂ ପ୍ରତି ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

14. ଶଙ୍ଖଚିଲ ପକ୍ଷୀ ଭୂମିସ୍ତରରୁ 4500-6000 ମିଟର ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଉଡ଼ିପାରନ୍ତି ।

ଦେଓମାଳି ପର୍ବତ ହେଉଛି 1672 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ।

ଉଡ଼ାଜାହାଜ 10,000 - 12,800 ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଉଡ଼ିପାରେ । ସୋମୁଙ୍କ କୋଠା ତୁଳନାରେ ଏହି ଉଚ୍ଚତାଗୁଡ଼ିକ କେତେ ଗୁଣ ବଡ଼ ?

ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

- ଆମେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା - ଲକ୍ଷ, କୋଟି ଏବଂ ଅରବ, ମିଲିୟନ ଏବଂ ବିଲିୟନ୍ ବିଷୟରେ ଜାଣିଲୁ । ଭାରତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଲିଖନ ପଦ୍ଧତି ଓ ଆମେରିକୀୟ/ ଆନ୍ତର୍ଜାତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଲିଖନ ପଦ୍ଧତି ଅନୁଯାୟୀ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ପଢ଼ାଯାଏ, ଲେଖାଯାଏ ତାହା ଶିଖିଲୁ ।
  - (a) 1 ଲକ୍ଷ ହେଉଛି 1 ପରେ 5 ଟି ଶୂନ : 1,00,000
  - (b) 1 କୋଟି ହେଉଛି 1 ପରେ 7 ଟି ଶୂନ : 1,00,00,000
  - (c) 1 ମିଲିୟନ୍ ହେଉଛି 1 ପରେ 6 ଟି ଶୂନ : 1,000,000 (ଯାହା 10 ଲକ୍ଷ ମଧ୍ୟ)
  - (d) 1 ଅରବ ହେଉଛି 1 ପରେ 9 ଟି ଶୂନ : 1,000,000,000 (ଯାହା 100 କୋଟି ବା 1 ବିଲିୟନ୍ ମଧ୍ୟ)
- ଆମେ ସାଧାରଣତଃ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଆସନ୍ନମାନରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା କମ୍ ଲେଖିଥାଉ । ଅନେକ ସମୟରେ କୌଣସି ଜିନିଷ କେତେ ବଡ଼ କିମ୍ବା ଛୋଟ ଜାଣିବା ଯଥେଷ୍ଟ ହୋଇଥାଏ ।
- ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା କିମ୍ବା ବୃହତ୍ ପରିମାଣର ଧାରଣା ପାଇବା ପାଇଁ ଅଧିକ ପରିଚିତ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ବା ପରିମାଣ ସହ କେତେଗୁଣ ଅଧିକ ତୁଳନା କରି ଜାଣିଥାଉ ।
- ଆମେ ଦେଖିଲେ, ଗୁଣନକୁ ସହଜ କରିବା ପାଇଁ କିପରି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ଓ ସଂରଚନା କରି ଲେଖାଯାଏ ।
- ଆମେ କିଛି ମଜାଦାର ଚିନ୍ତାଧାରା ପରୀକ୍ଷଣ କରିଥିଲୁ ଯେପରିକି- "ଜଣେ 100 ବର୍ଷରେ 1 ଲକ୍ଷ ପ୍ରକାର ଚାଉଳ ଖାଇ ପାରିବ କି ?

ଗୋଲକଧନ୍ଦା ସମୟ

ଦିଆସିଲି କାଠିରେ ଅଙ୍କ

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ପରି ଆମେ 'ଦିଆସିଲି କାଠି' ବା 'ଦାନ୍ତ କାଠି' ବା କେବଳ 'ରେଖା' ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖିପାରିବା :

ଅଙ୍କ 7 ଲେଖିବା ପାଇଁ ତିନୋଟି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ।

5108କୁ କାଠି ବା ରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ । କେତୋଟି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ପଡୁଛି ଗଣନା କର ।

1. ସଂଖ୍ୟା 42,019 କୁ ଲେଖ କିମ୍ବା ତିଆରି କର । ଏଥିପାଇଁ ଠିକ୍ 23 ଟି କାଠି ବା ରେଖା ଆବଶ୍ୟକ ।
2. 42,019 ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ତହିଁରେ ଆଉ ଦୁଇଟି କାଠି ଯୋଡ଼ି ଆହୁରି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କର । ଯେମିତି 42,078 । ତୁମେ ଏହିଭଳି 42,019 ଠାରୁ ବଡ଼ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରିପାରିବ ?
3. ପ୍ରୀତମ୍ '1' ଅଙ୍କକୁ '4', '2', '0', '1' ଏବଂ '9' ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ରଖିବାକୁ ଚାହୁଁଛି । ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ପାଇଁ ସେ ଅଙ୍କ '1' କୁ କେଉଁଠାରେ ରଖିବା ଉଚିତ୍ ?
4. ଅଙ୍କ '1' କୁ ରଖି, ସେ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରିପାରିବ ?

1. 63,890 ସଂଖ୍ୟାକୁ କାଠି ବା ରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ ବା ତିଆରି କର ।
2. 63,890 ସଂଖ୍ୟାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି, କେବଳ 4 ଟି କାଠି ଉଠାଇ, ପୁନଃବିନ୍ୟାସ କରି ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ । ଉଦାହରଣ- 88,078 । ତୁମେ ଏହିଭଳି ଉପାୟରେ 63,890 ଠାରୁ ବଡ଼ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରିପାରିବ ?

1. କେବଳ 24 ଟି କାଠି ବା ରେଖା ନେଇ ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କର ।
2. କେବଳ 24 ଟି କାଠି ବା ରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରାଯାଇପାରିବ ?
3. କେବଳ 24 ଟି କାଠି ବା ରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି ସବୁଠାରୁ ସାନ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରାଯାଇପାରିବ ?

ଏହିପରି ପ୍ରଶ୍ନ ନିଜେ ତିଆରି କର ଏବଂ ଶ୍ରେଣୀରେ ପରସ୍ପର ସହିତ ଆଲୋଚନା କର ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ

ପାଟୀଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ

2.1 ସରଳ ପରିପ୍ରକାଶ

ତୁମ୍ଭେମାନେ କେତେକ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତି ଦେଖିଥିବ, ଯେପରିକି 13+2, 20-4, 12×5 ଏବଂ $18 \div 3$

ଏହିପରି ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ପାଟୀ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ବା ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ କୁହାଯାଏ ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ବା ମାନ ଥାଏ । ଯେପରିକି 13+2 ର ମାନ 15 । ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ 13 ଯୁକ୍ତ 2 ବା 13 ଓ 2 ର ଯୋଗ ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

ଆମେ ଏକ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଓ ଏହାର ମାନକୁ '=' ଚିହ୍ନ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖିପାରିବା । ଉଦାହରଣ:13+2=15

? ଉଦାହରଣ – ୧

ମଲ୍ଲିକା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ଜଳଖିଆରେ 25 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ କରେ । ସେ ସପ୍ତାହର ସୋମବାର ଠାରୁ ଶୁକ୍ରବାର ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଜଳଖିଆ ବାବଦରେ ଖର୍ଚ୍ଚ କରୁଥିବା ମୋଟ ରାଶିକୁ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ମୋଟ ରାଶିର ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ 5×25

5×25 ହେଉଛି 25 ର 5 ଗୁଣ କିମ୍ବା 5 ଓ 25 ର ଗୁଣଫଳ ।

ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ସମାନ ହେବ । ଏଠାରେ 12 କୁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ । (ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଓ ଚାରି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା '+', '–', '×' ଓ ÷ କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ।)

$10+2, 15-3, 3 \times 4, 24 \div 2$

? ନିଜ ପସନ୍ଦର ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଏହାକୁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ପରିପ୍ରକାଶର ତୁଳନା

ଯେପରି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା ବେଳେ ଆମେ '=', '<' ଏବଂ '>' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ, ସେହିପରି ଦୁଇଟି ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା ଏହି ଚିହ୍ନ ଗୁଡ଼ିକ ମାଧ୍ୟମରେ କରିପାରିବା । ଦୁଇଟି ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କରିବା ସମୟରେ ସେମାନଙ୍କର ସାଂଖ୍ୟିକ ମାନ ଅନୁଯାୟୀ '=', '<' ଏବଂ '>' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ । ଉଦାହରଣ : $10+2 > 7 + 1$

କାରଣ 10+2=12 ଯାହାକି 7+1=8 ଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ।

ସେହିପରି $13-2 < 4 \times 3$

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ଯେପରିକି ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡିକରେ "=" ଚିହ୍ନର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ହେବ ।

(a) $13 + 4 = \_ + 6$ (b) $22 + \_ = 6 \times 5$

(b) $8 \times \_ = 64 \div 2$ (d) $34 - \_ = 25$

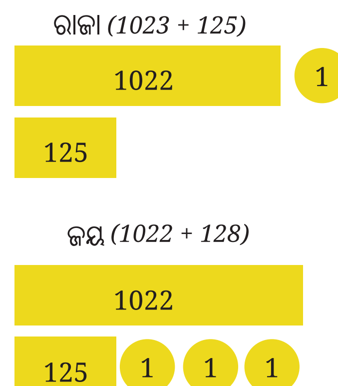
2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ମାନ ଅନୁଯାୟୀ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଅ ।

(a) 67 - 19 (b) 67 - 20 (c) 35 + 25 (d) 5 x 11

(e) $120 \div 3$

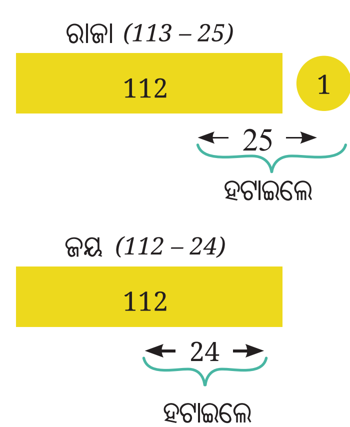
? ଉଦାହରଣ - 2

1023 + 125 କିମ୍ବା 1022+128 ମଧ୍ୟରେ କେଉଁଟି ବଡ ?



ଆସ ଏକ ପରିସ୍ଥିତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ଯାହାକି ଦତ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶ ଦ୍ୱୟର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନ କରି ମଧ୍ୟ ଆମେ ଏହାର ଉତ୍ତର ସହଜରେ ପାଇ ପାରିବା; ରାଜା ପାଖରେ 1023 ଟି ମାର୍ବଲ ଥିଲା ଏବଂ ସେ ଆଜି ଆଉ 125ଟି ମାର୍ବଲ ପାଇଲା, ବର୍ତ୍ତମାନ ତା'ପାଖରେ 1023 + 125 ମାର୍ବଲ ହେଲା । ଜୟ ପାଖରେ 1022ଟି ମାର୍ବଲ ଥିଲା ଏବଂ ସେ ଆଜି 128 ଟି ମାର୍ବଲ ପାଇଲା, ବର୍ତ୍ତମାନ ତା'ପାଖରେ 1022+128 ମାର୍ବଲ ହେଲା । ତେବେ କାହା ପାଖରେ ଅଧିକ ମାର୍ବଲ ଅଛି ?

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରୁ ଆମେ ଦେଖିଲୁ ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତିରେ ରାଜା ପାଖରେ ଜୟ ଠାରୁ 1 ଟି ମାର୍ବଲ ଅଧିକ ଥିଲା, ମାତ୍ର ଆଜି ଜୟ ରାଜାଠାରୁ 3 ଟି ଅଧିକ ମାର୍ବଲ ପାଇଲା, ଏଠାରେ ଆମେ ଜାଣିଲୁ ଯେ ଜୟର ମାର୍ବଲ ରାଜାଠାରୁ 2 ଟି ଅଧିକ ହେଲା ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲୁ ଯେ $1023 + 125 < 1022 + 128$



? ଉଦାହରଣ - 3 କେଉଁଟି ବୃହତ୍ତର ? 133-25 କିମ୍ବା 112-24 ? ଆସ ଆଉ ଏକ ପରିସ୍ଥିତି କଥା ଆଲୋଚନା କରିବା, ରାଜା ପାଖରେ 113ଟି ମାର୍ବଲ ଥିଲା, ସେଥିରୁ 25ଟି ହଜିଗଲା । ତା'ପାଖରେ 113-25 ଟି ମାର୍ବଲ ରହିଲା । ଜୟ ପାଖରେ 112 ଟି ମାର୍ବଲ ଥିଲା ଓ ଆଜି ସେଥିରୁ 24ଟି ମାର୍ବଲ ହଜିଗଲା । ତା'ପାଖରେ ଆଉ 112-24 ମାର୍ବଲ ରହିଲା । କାହା ପାଖରେ ଅଧିକ ମାର୍ବଲ ରହିଲା ? ଜୟଙ୍କ ଅପେକ୍ଷା ରାଜାର 1 ଟି ମାର୍ବଲ ଅଧିକ ଥିଲା, କିନ୍ତୁ ରାଜାର ଜୟ ତୁଳନାରେ 1 ଟି ମାର୍ବଲ ଅଧିକ ହଜିଗଲା । ତେଣୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ସେ ଦୁହିଁଙ୍କର ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ମାର୍ବଲ ରହିଲା ।

ଏଣୁ 113-25=112-24

ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ '>' କିମ୍ବା '<' କିମ୍ବା '=' ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ତୁଳନା କର । ଜଟିଳ ଗଣନା ବିନା ତୁମେ ଏହା କରିପାରିବ କି ? ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ତୁମର ଚିନ୍ତାଧାରା ବାଖ୍ୟା କର ।

(a) $245 + 289$ ☐ $246 + 285$

(b) $273 + 145$ ☐ $272 - 144$

(c) $364 + 587$ ☐ $363 + 589$

(d) $124 + 245$ ☐ $129 + 245$

(d) $213 - 77$ ☐ $214 + 76$

2.2 ଜଟିଳ ପରିପ୍ରକାଶର ପଠନ ଓ ମୂଲ୍ୟାୟନ

ବେଳେବେଳେ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ପ୍ରସଙ୍ଗ ସହ ସମ୍ବଳିତ ହୋଇନଥାଏ । ଏହାର ମୂଲ୍ୟ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ତାହା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରିବାକୁ ଆମକୁ କିଛି ନିୟମ ଆବଶ୍ୟକ :

ଭାଷା ସହିତ ଏକ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନ ବାକ୍ୟଗୁଡିକରେ ଦେଖିପାରିବା ।

(a) ବାକ୍ୟ : "ଶାଳିନୀ ଖେଳନା ସହିତ ଜଣେ ସାଙ୍ଗ ପାଖରେ ବସିଥିଲା ।"

ଅର୍ଥ : ସାଙ୍ଗର ଖେଳନା ଅଛି ଏବଂ ଶାଳିନୀ ତାଙ୍କ ପାଖରେ ବସିଥିଲା ।

(b) ବାକ୍ୟ : "ଶାଳିନୀ ଖେଳନା ସହିତ, ଜଣେ ସାଙ୍ଗ ପାଖରେ ବସିଥିଲା ।"

ଅର୍ଥ : ଶାଳିନୀର ଖେଳନା ଅଛି ଏବଂ ସେ ସେଗୁଡିକ ସହ ସାଙ୍ଗ ପାଖରେ ବସିଥିଲା ।

ବିରାମ ଚିହ୍ନ ବିନା ଏହି ବାକ୍ୟକୁ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରେ । କମାର ଉପଯୁକ୍ତ ବ୍ୟବହାର ବାକ୍ୟଟିକୁ କିପରି ବୁଝିବାକୁ ହେବ ତାହା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କରେ । ଚାଲ ଏକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ଯାହାକୁ ଏକରୁ ଅଧିକ ଉପାୟରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇ ପାରିବ ।

ଉଦାହରଣ – 4 ମହେଶ ଖେଳ ପଡ଼ିଆକୁ 30 ଟି ମାର୍ବଲ ଆଣିଥିଲା । ଅରୁଣ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାଗରେ 4 ଟି କରି 5 ଟି ବ୍ୟାଗ୍ ମାର୍ବଲ ଆଣିଥିଲା । ତେବେ ମହେଶ ଓ ଅରୁଣ କେତୋଟି ମାର୍ବଲ ଖେଳ ପଡ଼ିଆକୁ ଆଣିଥିଲେ ।

ମହେଶ ଏହାକୁ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖିଲା $30 + 5 \times 4$

ଅନିଲ୍ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିର ପ୍ରସଙ୍ଗକୁ ନ ଜାଣି ଏହାର ମୂଲ୍ୟ 140 ବୋଲି କହିଲା । ସେ ପ୍ରଥମେ 30 ଓ 5 ର ଯୋଗ କରି 35 ପାଇଲା ଏବଂ ପରେ 35 କୁ 4 ସହିତ ଗୁଣନ କରି 140 ପାଇଲା । ମହେଶ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିର ମୂଲ୍ୟ 50 ବୋଲି କହିଲା, ସେ ପ୍ରଥମେ 5 ଓ 4 ର ଗୁଣଫଳ 20 ପାଇଲା ଏବଂ 20 ଓ 30 କୁ ଯୋଗ କରି 50 ପାଇଲା । ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ମହେଶର ହିସାବ ଠିକ୍ । କିନ୍ତୁ ଅନିଲ୍‌ର ହିସାବ ଭୁଲ୍ ହେଲା କାହିଁକି ? $30 + 5 \times 4$ ପରିପ୍ରକାଶଟିରେ ପ୍ରଥମେ ଯୋଗ କିମ୍ବା ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ହେବ ତାହାର ସ୍ୱଷ୍ଟ ସୂଚନା ଦିଆଯାଇ ନାହିଁ । ଭାଷାରେ ଉପୁଜୁ ଥିବା ଦ୍ୱନ୍ଦର ସମାଧାନ ପାଇଁ ଉପଯୁକ୍ତ ବିରାମ ଚିହ୍ନର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିବା ବେଳେ ଗଣିତରେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଉପୁଜୁଥିବା ଦ୍ୱନ୍ଦକୁ ଦୂର କରିବା ପାଇଁ ବନ୍ଧନୀ ଏବଂ ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

ପରିପ୍ରକାଶରେ ବନ୍ଧନୀର ପ୍ରୟୋଗ

$30 + 5 \times 4$ ପରିପ୍ରକାଶଟିରେ ମାର୍ବଲ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ପ୍ରଥମେ 5 ଓ 4 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି 30 ସହ ଯୋଗ କରିବା । ଏହି କ୍ରମକୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭାବେ ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର ଦ୍ୱାରା ସ୍ୱଷ୍ଟ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

$$30 + (5 \times 4)$$

ବନ୍ଧନୀ ଥିବା ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାବେଳେ, ଅନ୍ୟ ପ୍ରକ୍ରିୟା କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଆମକୁ ପ୍ରଥମେ ବନ୍ଧନୀ ଭିତରେ ଥିବା ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ତେଣୁ ଉପରୋକ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶରେ, ଆମେ ପ୍ରଥମେ 5×4 ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କରି ତା'ପରେ ଯୋଗ କରିବା । ଏହିପରି ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିର ମାର୍ବଲ ସଂଖ୍ୟା ଠିକ୍‌ରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

$$30 + (5 \times 4) = 30 + 20 = 50$$

ଉଦାହରଣ 5 : ଇରଫାନ୍ 15 ଟଙ୍କା ଦେଇ ଗୋଟିଏ ବିସ୍କୁଟ୍ ପ୍ୟାକେଟ୍ ଓ 56 ଟଙ୍କା ଦେଇ ଗୋଟିଏ ବୁଟ ଡାଲି ପ୍ୟାକେଟ୍ କିଣିଲା, ସେ ଦୋକାନୀକୁ 100 ଟଙ୍କା ଦେଲା । ଦୋକାନୀଠାରୁ ଇରଫାନ୍ ଫେରି ପାଇଥିବା ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ପରିପ୍ରକାଶଟି ଲେଖ ।

ଇର୍‌ଫାନ୍ ବିସ୍କୁଟ ପ୍ୟାକେଟ ପାଇଁ 15 ଟଙ୍କା ଓ ବୁଟ ଡାଲି ପ୍ୟାକେଟ୍ ପାଇଁ 56 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ କଲା । ମୋଟ ଖର୍ଚ୍ଚ ଟଙ୍କା 15+56 । ସେ ଦୋକାନୀକୁ 100 ଟଙ୍କା ଦେଲା । ତେଣୁ ସେ 100 ଟଙ୍କାରୁ ମୋଟ୍ ଦାମ୍ ବିୟୋଗ କଲେ ବଳକା ଟଙ୍କା ଫେରି ପାଇବ । ଏହାକୁ ନିମ୍ନମତେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

$$\mathbf{100 - 15 + 56 \quad ?}$$

ଯଦି ପ୍ରଥମେ 100 ରୁ 15 ବିୟୋଗ କରି 56 ଯୋଗ କରିବା ଆମେ ପାଇବା 141, ଯାହାକି ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ, କାରଣ ଇର୍‌ଫାନ୍ ଦେଇଥିବା ଟଙ୍କା ଠାରୁ ଏହା ଅଧିକ ଅଟେ ।ଆମେ ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର କରି ଦେଖିବା ।

$$\mathbf{100 - (15 + 56)}$$

ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କଲେ 71 ହେବ । 100 ରୁ 71 ବିୟୋଗ କଲେ 29 ହେବ । ତେଣୁ ଇର୍‌ଫାନ୍ 29 ଟଙ୍କା ଫେରିପାଇବ ।

ପରିପ୍ରକାଶରେ ପଦ

ମନେକର $30 + 5 \times 4$ ପରିପ୍ରକାଶରେ ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ନାହିଁ । ଏହାର କୌଣସି ଅର୍ଥ ନାହିଁ କି ?

ଯେତେବେଳେ ଏକାଧିକ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ବିଶିଷ୍ଟ ପରିପ୍ରକାଶ ଥାଏ ଏବଂ ବନ୍ଧନୀ ଦ୍ୱାରା କୌଣସି ପ୍ରକ୍ରିୟାର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମ ନଥାଏ, ସେତେବେଳେ ଆମେ ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ଗାଣିତିକ ବ୍ୟବହାର ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେଇଥାଉ ।

ପଦଗୁଡ଼ିକ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ଅଂଶ ବିଶେଷ ହୋଇଥାଏ ଯାହାକି '+' ଚିହ୍ନଦ୍ୱାରା ଅଲଗା ହୋଇଥାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 12+7 ରେ ପଦଦ୍ୱୟ 12 ଏବଂ 7 ଅଟେ । ଯାହାକି ନିମ୍ନରେ ଚିହ୍ନିତ ।

$$12 + 7 = 12 + 7$$

ଆମେ ଉପର ସୂଚିତ ଉକ୍ତି ପରି ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଚିହ୍ନିତ କରିବା, ଧ୍ୟାନ ଦିଅ ଯେ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନିତ କରିବାର ଏହି ଉପାୟ ଏକ ନିୟମିତ ଅଭ୍ୟାସ ନୁହେଁ । ଏହି ଧାରଣା ସହିତ ଅଭ୍ୟସ୍ତ ହେବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏହା କରାଯିବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ 83-14 ରେ ପଦଦ୍ୱୟ କ'ଣ ? ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବା, ସଂଖ୍ୟାର ବିଲୋମୀ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିବା ସହିତ ସମାନ । ମନେରଖ ଯେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ବିଲୋମୀ ସଂଖ୍ୟା ଏହାର ବିପରୀତ ଚିହ୍ନ ସହିତ ସମାନ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : 14 ର ବିଲୋମୀ ସଂଖ୍ୟା -14 ଏବଂ -14 ର ବିଲୋମୀ ସଂଖ୍ୟା 14 । ଏହିପରି 83 ରୁ 14 କୁ ବିୟୋଗ କରିବା, – 14 କୁ 83 ସହ ଯୋଗ କରିବା ସହିତ ସମାନ । ଅର୍ଥାତ୍

$$83 - 14 = 83 + (-14)$$

ତେଣୁ 83 - 14 ପରିପ୍ରକାଶର ପଦଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି 83 ଏବଂ -14

? ବିଭିନ୍ନ ଉଦାହରଣ ନେଇ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଏହି ଉପାୟରେ ବିୟୋଗ ଚିହ୍ନକୁ ଯୋଗ ଚିହ୍ନରେ ବଦଳାଇବା ଦ୍ୱାରା ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ନାହିଁ ।

? ତୁମେ ବୁଝାଇ କହିପାରିବ କି ?

ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବା ଅର୍ଥ ଏହାର ବିଲୋମୀ ସହ ଯୋଗ କରିବା ସହିତ ସମାନ ହେବାର କାରଣ କ'ଣ ?

ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ସମସ୍ତ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବାପାଇଁ ସମସ୍ତ ବିୟୋଗ ପ୍ରକିୟାକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକିୟାରେ ରୂପାନ୍ତରିତ କରିବାକୁ ହୁଏ । ଏଠାରେ କେତେକ ପରିପ୍ରକାଶ ଓ ସେମାନଙ୍କର ପଦଗୁଡ଼ିକର ଉଦାହରଣ ଦିଆଗଲା ।

$$-18 - 3 = -18 + -3$$

$$6 \times 5 + 3 = 6 \times 5 + 3$$

$$2 - 10 + 4 \times 6 = 2 + -10 + 4 \times 6$$

ବି.ଦ୍ର : $6 \times 5, 4 \times 6$ ପଦ ଗୁଡିକ ଏକକ ପଦ ଅଟନ୍ତି କାରଣ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି '+' ଚିହ୍ନ ନାହିଁ । ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ କେତେକ ପରିପ୍ରକାଶ ପ୍ରଦତ୍ତ ହୋଇଛି, ସାରଣୀଟିକୁ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣକର ।

ପରିପ୍ରକାଶ	ସମଷ୍ଟିରୂପେ ପଦ ଗୁଡ଼ିକର ପରିପ୍ରକାଶ	ପଦସମୂହ
13 – 2 + 6	13 + – 2 + 6	13, – 2, 6
5 + 6 × 3	5 + 6 × 3	
4 + 15 – 9	+ +	
23 – 2 × 4 + 16	+ +	
28 + 19 – 8	+ +	

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖିବା ଏକ ଗାଣିତକ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ ନିମନ୍ତେ କିପରି ପଦଗୁଡିକର ବ୍ୟବହାର ଗାଣିତିକ ପ୍ରତିକ୍ରିୟାର କ୍ରମ ସ୍ଥିର କରିଥାଏ । ଆମେ କେବଳ ଯୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡିକର ଆଲୋଚନା କରିବା । (ବିୟୋଗ ଗୁଡିକୁ ଯୋଗରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବା)

? ଯୋଗ କରିବାକୁ ଥିବା ପଦ ଗୁଡ଼ିକର କ୍ରମର ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି ଯୋଗକଲେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ମିଳିଥାଏ କି ?

କ୍ରମର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଓ ଏକତ୍ରୀକରଣ

କେବଳ ଦୁଇଟି ପଦ ଥିବା ଏକ ସରଳ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବିଚାରକୁ ନେବା ।

? **ଉଦାହରଣ 6 :** ମଧୁ ଏକ ପଡିଆରେ ଡ୍ରୋନ୍ ଉଡ଼ାଉଛି । ଡ୍ରୋନଟି 6 ମିଟର ଉପରକୁ ଯାଇ 4 ମିଟର ତଳକୁ ଆସିଲା । ପଡିଆରେ ଡ୍ରୋନ୍‌ର ଅନ୍ତିମ ଅବସ୍ଥାନ କେତେ ଉଚ୍ଚରେ ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

ଡ୍ରୋନ୍‌ଟି ପଡ଼ିଆଠାରୁ $6 - 4 = 2$ ମିଟର ଉଚ୍ଚରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଏହାକୁ ପଦର ସମଷ୍ଟି ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ ।

$$6 + (-4) = 2$$

ଯଦି ଆମେ ପଦ ଗୁଡିକର କ୍ରମର ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବା ତେବେ ମୂଲ୍ୟର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ କି ?

$$(-4) + 6 = 2$$

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉନାହିଁ ।

ଆମେ ଆଗରୁ ଜାଣିଛୁ ଯେ ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପଦର କ୍ରମର ପରିବର୍ତ୍ତନ କଲେ ଯୋଗଫଳ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ ।

? ଏହି ଧାରଣା ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ଥିବା ପଦଗୁଡିକ ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ? ଆଉ କିଛି ପରିପ୍ରକାଶ ନିଅ ଏବଂ ପରୀକ୍ଷାକର ?

? ସଂଖ୍ୟାକାର୍ଡ ବ୍ୟବହାର କରି ଏପରି କାହିଁକି ହେଉଛି ବୁଝାଇ ପାରିବ କି ?

ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

ତେଣୁ ଦୁଇଟି ପଦଥିବା ପରିପ୍ରକାଶରେ ପଦ ଗୁଡିକୁ ଅଦଳବଦଳ (କ୍ରମ ପରିବର୍ତ୍ତନ) କରି ଲେଖିଲେ ମୂଲ୍ୟର ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟେ ନାହିଁ ।

ପଦ 1 + ପଦ 2 = ପଦ 2 + ପଦ 1

ବର୍ତ୍ତମାନ ତିନୋଟି ପଦ ଥିବା ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ : $(-7) + 10 + (-11)$ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ କ୍ରମରେ ଯୋଗ କରିବା ।

$-7 + 10 + -11$

(ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ପଦକୁ ଯୋଗ କରିବା ଏବଂ ଏହି ଯୋଗଫଳକୁ ତୃତୀୟ ପଦ ସହ ଯୋଗ କରିବା)

$-7 + 10 + -11$

(ଶେଷ ଦୁଇଟି ପଦକୁ ଯୋଗ କରି ଯୋଗଫଳକୁ ପ୍ରଥମ ପଦ ସହଯୋଗ କରିବା)

ତୁମେ କ'ଣ ଦେଖିଲ ? ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଲା କି ?

ପୁନଶ୍ଚ, ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରିବାବେଳେ ସେମାନଙ୍କୁ ଏକତ୍ରୀକରଣ କରି ଉପରୋକ୍ତ ଯେକୌଣସି ପଦ୍ଧତିରେ ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହୁଏ ।

? ଏହି ଧାରଣା ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ? ଆଉ କିଛି ପରିପ୍ରକାଶ ନିଅ ଏବଂ ପରୀକ୍ଷା କର ।

? ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀ ପାଠ୍ୟ ପୁସ୍ତକରେ ଥିବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଟୋକେନ୍ ମଡେଲର ବ୍ୟବହାର କରି ଏହା କିପରି ଘଟୁଛି, ତୁମେ ବୁଝାଇ ପାରିବ କି ?

ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

ଅତଏବ, ଏକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଥିବା ପଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ରୀ କରଣ କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଯେ କୌଣସି ପଦ୍ଧତିରେ ସମାଧାନ କଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମାନ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହିବ ।

(ପଦ 1 + ପଦ 2) + ପଦ 3 = ପଦ 1 + (ପଦ 2 + ପଦ 3)

ଆସନ୍ତୁ (-7) + 10+(-11) ପରିପ୍ରକାଶକୁ ପୁନର୍ବାର ବିଚାର କରିବା । ଯେତେବେଳେ ଆମେ କ୍ରମ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି -7 ଏବଂ -11 କୁ ପ୍ରଥମେ ଯୋଗ କରିବା ଏବଂ ତା'ପରେ ଯୋଗଫଳକୁ 10 ସହ ଯୋଗ କରିବା ଉତ୍ତର କ'ଣ ହେବ ? ଆମେ ପୂର୍ବପରି ସମାନ ରାଶି ପାଇବୁ କି ?

ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ (-7) + 10 +(-11) ପରିପ୍ରକାଶର ପଦଗୁଡିକ ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗ ଫଳ (-୫) ହେବ ।

? ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦ ଗୁଡିକୁ ଯୋଗ କଲେ ସମାନ ମୂଲ୍ୟ ମିଳିଥାଏ କି ? ଆଉ କିଛି ପରିପ୍ରକାଶ ନିଅ ଏବଂ ପରୀକ୍ଷା କର । 3 ରୁ ଅଧିକ ପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ପରିପ୍ରକାଶ ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କର ।

? ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡର ବ୍ୟବହାର କରି ଏପରି କାହିଁକି ଘଟୁଛି ତୁମେ ବୁଝାଇ ପାରିବ କି ?

ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

ଅତଏବ, ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ପଦ ମାନଙ୍କର ଯୋଗ ସମାନ ମୂଲ୍ୟ ଦେଇଥାଏ, ତେଣୁ କେବଳ ଯୋଗ ଥିବା ଏକ ପରିପ୍ରକାଶରେ, ପଦଗୁଡିକ ଯେଉଁ କ୍ରମରେ ଯୋଗ କଲେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ହୋଇଥାଏ । ବର୍ତ୍ତମାନ,ବିନା ବନ୍ଧନୀରେ ଥିବା ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ବିଚାରକୁ ନେବା ଯେଉଁଥିରେ ଗୁଣନ ଓ ଭାଗକ୍ରିୟା ଥିବ । ପ୍ରଥମେ ପଦ ଗୁଡିକର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଏହିପରି ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ, ଏଥିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବା ପରେ ସେଗୁଡିକୁ ଯୋଗ କରାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : 30+5 x 4 ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ନିମ୍ନମତେ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ।

$$30 + 5 \times 4 = 30 + 5 \times 4 = 30 + 20 = 50$$

$5 \times (3+2) + 7 \times 8+3$ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ନିମ୍ନମତେ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ।

$$5 \times (3 + 2) + 7 \times 8 + 3 = 5 \times (3 + 2) + 7 \times 8 + 3$$

ଯେଉଁଠାରେ ପ୍ରଥମେ (3+2) ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଯୋଗଫଳକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଯାଏ (=25), 7×8 ପରିପ୍ରକାଶର ଗୁଣଫଳ (=56)

25+56+3 = 84 କୁ ଏହିପରି ସରଳୀକରଣ କରାଯାଏ ।

? ମନସା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଏକ ଲମ୍ବା ତାଲିକା ଯୋଗ କରୁଛି, ସେଗୁଡିକୁ ଯୋଗ କରିବାକୁ ତାକୁ ପାଞ୍ଚ ମିନିଟ୍ ସମୟ ଲାଗିଲା ଏବଂ ସେ 11,749 ଉତ୍ତର ପାଇଲା । ସେ ସେହି ଯୋଗକ୍ରିୟାରେ ଚତୁର୍ଥ ସଂଖ୍ୟା 9055 ଯୋଗ କରିବା ପାଇଁ ଭୁଲି ଯାଇଛି ବୋଲି ଜାଣିଲା । ତାକୁ ପୁଣିଥରେ ଆରମ୍ଭ କରିବାକୁ ପଡିବ କି ?

1342
774
8611
9055
1022

ପଦ ମାନଙ୍କର କ୍ରମର ପରିବର୍ତ୍ତନ (ଅଦଳବଦଳ) କରି ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ । ଏହାକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର **କ୍ରମବିନିମୟୀ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି ପଦମାନଙ୍କର ଏକତ୍ରୀକରଣ କରି ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ । ଏହାକୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର **ସହଯୋଗୀ ନିୟମ** କୁହାଯାଏ ।

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଜିନିଷ ଗୁଡ଼ିକର କ୍ରମର ଅଦଳ ବଦଳ

? ମନସା ଖେଳିବାକୁ ବାହାରକୁ ଯାଉଛି । ମନସାର ମା କହିଲେ, ଟୋପି ଏବଂ ଜୋତା ପିନ୍ଧ । ସେ ପ୍ରଥମେ କେଉଁଟି ପିନ୍ଧିବା ଉଚିତ୍ ? ସେ ପ୍ରଥମେ ଟୋପି ଏବଂ ପରେ ଜୋତା ପିନ୍ଧିପାରିବ କିମ୍ବା ସେ ପ୍ରଥମେ ଜୋତା ଏବଂ ପରେ ଟୋପି ପିନ୍ଧିପାରିବ । ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମନସା ସମାନ ଦେଖାଯିବ । ଅନ୍ୟ ଏକ ଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତି କଳ୍ପନା କରିବା – ମନସାର ମା' କହିଲେ "ତୁମର ମୋଜା ଏବଂ ଜୋତା ପିନ୍ଧ ।" ବର୍ତ୍ତମାନ ସେ ପ୍ରଥମେ ମୋଜା ଓ ପରେ ଜୋତା ପିନ୍ଧିବ । ଯଦି ସେ ପ୍ରଥମେ ଜୋତା ଓ ପରେ ମୋଜା ପିନ୍ଧିବ ତେବେ ସେ ବହୁତ ଅସହଜ ଅନୁଭବ କରିବ ଏବଂ ଭିନ୍ନ ଦେଖାଯିବ ।

ଅଧିକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଓ ସେମାନଙ୍କର ପଦ

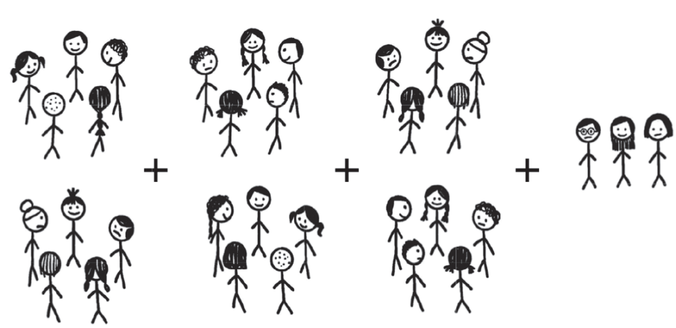
? **ଉଦାହରଣ – 7 :** ଅମ୍ମୁ, ଚରଣ, ମଧୁ ଏବଂ ସାଧୁ ଏକ ହୋଟେଲକୁ ଯାଇ ଚାରୋଟି ଦୋସା ବରାଦ କଲେ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୋସାର ମୂଲ୍ୟ 23 ଟଙ୍କା, ସେମାନେ ଖାଦ୍ୟ ପରଷୁଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିକୁ 5 ଟଙ୍କା ବକ୍ସିସ୍ ଦେଲେ । ସମୁଦାୟ ଖର୍ଚ୍ଚକୁ ଏକ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖ ।

4 ଟି ଦୋସାର ମୂଲ୍ୟ = 4×23 ଟଙ୍କା

ଖାଦ୍ୟ ପରଷୁଥିବା ବ୍ୟକ୍ତି ପାଇଥିବା ଟଙ୍କା ସହ ମୋଟ $4 \times 23 + 5$ ଲେଖିପାରିବା କି ? ଏହାକୁ ହିସାବ କଲେ ଆମେ ପାଇବା

$$4 \times 23 + 5 = 4 \times 23 + 5 = 92 + 5 = 97$$

? ତେଣୁ $4 \times 23 + 5$ ହେଉଛି ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖିବାର ଠିକ ଉପାୟ ।



ଯଦି ମୋଟ୍ ସାଙ୍ଗ ମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା 7 ହୁଏ ଓ ବକ୍ସିସ୍ ଦେବା ପରିମାଣ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ, ତେବେ ସେମାନଙ୍କୁ ସମୁଦାୟ କେତେ ଟଙ୍କା ଦେବାକୁ ପଡିବ ? ଏହାକୁ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖ ଏବଂ ପଦଗୁଡିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।

? **ଉଦାହରଣ 8 :** ଏକ ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ମାନେ "ଆସ ଯୋଡ଼ି ହେବା" ଖେଳ ଖେଳୁଥିଲେ ।" ଯେତେବେଳେ ଶିକ୍ଷକ ଏକ ସଂଖ୍ୟା କହିବେ,

ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁଯାୟୀ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଦଳରେ ସଜାଇ ହେବେ । ଯିଏ ଡକାଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଅନୁଯାୟୀ ଦଳ କରି ନଥିବ ସେ ଖେଳରୁ ବାଦ୍ ପଡ଼ିବ ।

ରୁବି ବିଶ୍ରାମ ନେବାକୁ ଚାହୁଁଥିଲା ଏବଂ ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ବସିଥିଲା । ଅନ୍ୟ 33 ଜଣ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ଖେଳୁଥିଲେ । ଶିକ୍ଷକ 5 ସଂଖ୍ୟା ଡାକିଲେ । ପିଲାମନେ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁଯାୟୀ ଦଳରେ ସଜାଇ ହେଲେ । ରୁବି ଲେଖିଲା $6 \times 5 + 3$ (ଏଥିରୁ ବୁଝିବା ଯେ ପିଲାସଂଖ୍ୟା $= 6 \times 5$ ଠାରୁ ତିନି ଅଧିକ)

? ସେ କାହିଁକି ଏପରି ଲେଖିଲେ । ଚିନ୍ତାକରି ଆଲୋଚନା କର । ପଦ ସମୁହକୁ ନେଇ ଲେଖାଯାଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶଟି ହେଲା-

$$6 \times 5 + 3$$

? ନିମ୍ନରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ଲେଖ ଏବଂ ଏହାର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।

ଯଦି ଶିକ୍ଷକ 4 ସଂଖ୍ୟା ଡାକିବେ, ରୁବି ଲେଖିବ ________________________________

ଯଦି ଶିକ୍ଷକ 7 ସଂଖ୍ୟା ଡାକିବେ, ରୁବି ଲେଖିବ ________________________________

ତୁମ ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁଯାୟୀ ଅନୁରୂପଭାବେ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ ।

? **ଉଦାହରଣ 9 :** ରଘୁ ହୋଲସେଲ୍ ବଜାରରୁ 100 କି.ଗ୍ରା ଚାଉଳ କିଣି ଏହାକୁ 2 କି.ଗ୍ରା ଓଜନ ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ୟାକେଟ୍‌ରେ ଭରିଲା । ପୂର୍ବରୁ ତା'ପାଖରେ 4 ଟି 2 କି.ଗ୍ରା ଓଜନ ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ୟାକେଟ୍ ଥିଲା । ବର୍ତ୍ତମାନ ତା'ପାଖରେ କେତୋଟି 2 କି.ଗ୍ରା ଓଜନ ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ୟାକେଟ ରହିଲା ? ଏହାକୁ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖି ପଦଗୁଡିକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।

ସମାଧାନ - ରଘୁ ପାଖରେ 4 ଟି ପ୍ୟାକେଟ ଥିଲା । ନୂଆ ଭାବରେ 2 କି.ଗ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ୟାକେଟ ହେବ $100 \div 2$ ବା $\frac{100}{2}$ । ବର୍ତ୍ତମାନ ତା'ପାଖରେ 2 କିଗ୍ରା ଓଜନ ପ୍ୟାକେଟ ସଂଖ୍ୟା $4 + \frac{100}{2}$, ଏହାର ପଦ ଗୁଡିକ 4 ଓ $\frac{100}{2}$

$$4 + \frac{100}{2}$$

? **ଉଦାହରଣ 10 :** କାନନ ଜଣେ ଦୋକାନୀକୁ 1 ଟଙ୍କିଆ ଓ 5 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା ଏବଂ 10 ଟଙ୍କିଆ, 20 ଟଙ୍କିଆ, 50 ଟଙ୍କିଆ ଓ 100 ଟଙ୍କିଆ ନୋଟ୍‌କୁ ବ୍ୟବହାର କରି 432 ଟଙ୍କା ଦେବ । ଏହାକୁ ସେ କିପରି ଦେବ ?

ଏଠାରେ ଏକାଧିକ ସମ୍ଭାବନା ଅଛି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ,

$432 = 4 \times 100 + 1 \times 20 + 1 \times 10 + 2 \times 1$

ଅର୍ଥାତ୍, 4 ଟି 100 ଟଙ୍କିଆ ନୋଟ, 1 ଟି 20 ଟଙ୍କିଆ ନୋଟ, 1 ଟି 10 ଟଙ୍କିଆ ନୋଟ୍ ଏବଂ 2 ଟି 1 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା ।

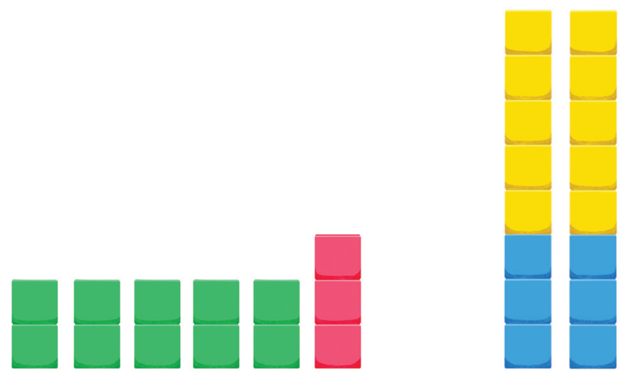
$432 = 8 \times 50 + 1 \times 10 + 4 \times 5 + 2 \times 1$

ଅର୍ଥାତ୍, ୫ ଟି 50 ଟଙ୍କିଆ ନୋଟ୍, 1 ଟି 10 ଟଙ୍କିଆ ନୋଟ୍, 4 ଟି 5 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା ଏବଂ 2 ଟି 1 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା ।

? ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।

? ତୁମେ 432 ଟଙ୍କା ଦେବାପାଇଁ ଆଉ କେତେକ ଉପାୟ ବିଷୟରେ ଚିନ୍ତା କରି କହି ପାରିବ କି ?

? **ଉଦାହରଣ 11 :** ଏଠାରେ ଦୁଇଟି ଚିତ୍ର ଅଛି । ଏହି ଦୁଇଟି ଚିତ୍ର ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି 5 × 2 +3 ପରିପ୍ରକାଶ ସହିତ ମେଳ ଖାଉଛି ।



ଆସ, ଏହି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ପଦ ଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଲେଖିବା –

$$5 \times 2 + 3 = 10 + 3 = 13$$

5×2+3 ପରିପ୍ରକାଶଟି 5×2 ରୁ 3 ଅଧିକକୁ ବୁଝାଏ ଯାହା ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସଂରଚନାକୁ ସାଧାରଣ ଉକ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶ କରୁଛି ।

? ହଳଦିଆ ଓ ନୀଳ ରଙ୍ଗର ବର୍ଗଚିତ୍ରର ସଂରଚନା ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶଟି କ'ଣ ? ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର ମନେଅଛି ?

ଆମେ ଏଥିପାଇଁ ବନ୍ଧନୀର ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

$$2 \times (5 + 3)$$

ଧ୍ୟାନ ଦିଅ ଯେ ଏହି ସଂରଚନାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇପାରେ –

$$5 + 3 + 5 + 3$$

କିମ୍ବା

$$5 \times 2 + 3 \times 2$$

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ ଗୁଡିକ ଲେଖି ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) 28 – 7 + 8 (b) 39 – 2 × 6 + 11

(c) 40 – 10 + 10 + 10 (d) 48 – 10 × 2 + 16 ÷ 2

(e) 6 × 3 – 4 × 8 × 5

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶ ପାଇଁ ଏକ କାହାଣୀ / ପରିସ୍ଥିତି ବର୍ଣ୍ଣନା କର ଏବଂ ମାନ ନିରୂପଣ କର ।

   (a) $89 + 21 - 10$ (b) $5 \times 12 - 6$

   (c) $4 \times 9 + 2 \times 6$

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ, ପରିସ୍ଥିତିକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରୁଥିବା ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡିକ ଲେଖ । ଏହାର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଏବଂ ମାନ ନିରୁପଣ କର ।

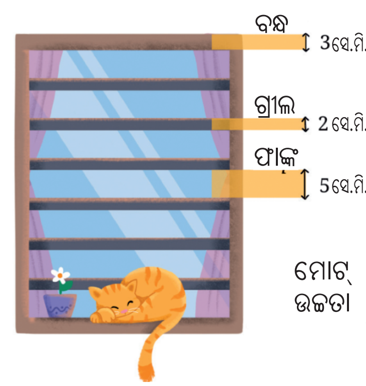
   (a) ଜଣେ ରାଜା ତାଙ୍କର ଦୁଇ ରାଜକୁମାର କୃଷ୍ଣଚନ୍ଦ୍ର ଏବଂ ରାମଚନ୍ଦ୍ରଙ୍କୁ 100 ଟି ଲେଖାଏଁ ସ୍ୱର୍ଣ୍ଣମୁଦ୍ରା ପ୍ରଦାନ କଲେ : କୃଷ୍ଣ ଚନ୍ଦ୍ର ଏକ ବ୍ୟବସାୟ ଆରମ୍ଭ କରି ତାଙ୍କ ମୁଦ୍ରାକୁ ଦ୍ୱିଗୁଣିତ କଲେ । ରାମଚନ୍ଦ୍ର କିଛି ଅଳଙ୍କାର କିଣିଛନ୍ତି ଏବଂ ଅଧା ମୁଦ୍ରା ତାଙ୍କ ପାଖରେ ଅଛି । ଏବେ ରାଜକୁମାର କୃଷ୍ଣଚନ୍ଦ୍ର ଏବଂ ରାମଚନ୍ଦ୍ରଙ୍କ ପାଖରେ କେତେ ସ୍ୱର୍ଣ୍ଣମୁଦ୍ରା ଅଛି ତାହାକୁ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ଲେଖ ।

   (b) ଦୁଇଟି ରେଳ ଷ୍ଟେସନ୍ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ମେଟ୍ରୋ ଟ୍ରେନ୍‌ର ଟିକେଟ୍‌ର ମୂଲ୍ୟ ବୟସ୍କଙ୍କ ପାଇଁ 40 ଟଙ୍କା ଏବଂ ଶିଶୁମାନଙ୍କ ପାଇଁ 20 ଟଙ୍କା । ସମୁଦାୟ ଟିକେଟର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ହେବ ?

      (i) 4 ଜଣ ବୟସ୍କ ଓ 3 ଜଣ ଶିଶୁଙ୍କ ପାଇଁ

      (ii) 3 ଜଣ ଲେଖାଏଁ ବୟସ୍କ ଥିବା 2 ଟି ଦଳ ପାଇଁ

   (c) ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିମାଣକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଝରକାର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ଓ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ - 1

ଚାଲ ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା $200 - (40+3)$

ଆମେ ପ୍ରଥମେ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ 43 ବୋଲି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଏବଂ ପରେ ଏହାକୁ 200 ରୁ ବିୟୋଗ କରିବା । କିନ୍ତୁ ଏହାକୁ ସରଳୀକୃତ ଭାବରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ପ୍ରଥମେ 200 ରୁ 40 ବିୟୋଗ କରିବା ।

$200 - 40 = 160$

ଏବଂ ପରେ 160 ରୁ 3 ବିୟୋଗ କରିବା $160 - 3 = 157$

ଏଠାରେ ଆମେ $200 - 40 - 3$ କଲେ, ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଆମେ $200 - 40 + 3$ କଲେ ନାହିଁ ।

ତେଣୁ $200 - (40 + 3) = 200 - 40 - 3$

ଉଦାହରଣ 12 : ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଦେଖିଥିଲେ ଯେ ଇରଫାନ ଏକ ପ୍ୟାକେଟ୍ ବିସ୍କୁଟ (ଟ 15) ଏବଂ ବୁଟ ଡାଲି ପ୍ୟାକେ (ଟ. 56) ରେ କିଣି ଟ.100 ଦୋକାନୀକୁ ଦେଇଥିଲେ ସେ ଫେରିପାଇଥିବା ଟଙ୍କା

$100 - (15+56) = 29$ ଟଙ୍କା

ଏହାକୁ ମଧ୍ୟ ନିମ୍ନମତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

(a) ପ୍ରଥମେ ବିସ୍କୁଟ୍ ପ୍ୟାକେଟର ଦାମ 15 କୁ 100 ଟଙ୍କାରୁ ବିୟୋଗ କରିବା $100 - 15 = 85$ ଟଙ୍କା

ଯଦି ସେ କେବଳ ବିସ୍କୁଟ କିଣିବ, ତେବେ ଏହି ପରିମାଣର ଟଙ୍କା ଦୋକାନୀ ଇରଫାନ୍‌କୁ ଫେରସ୍ତ କରିବେ, ମାତ୍ର ଇରଫାନ୍ ବୁଟ ଡାଲି କିଣି ଥିବାରୁ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ 56 କୁ 85 ଟଙ୍କାରୁ ବାଦ ଦେବେ ।

(b) ତେଣୁ ଫେରସ୍ତ ଟଙ୍କା ପାଇଁ 85 ଟଙ୍କାରୁ ଡାଲିର ମୂଲ୍ୟ ବିୟୋଗ କରିବା

$85 - 56 = 29$ ଟଙ୍କା

ଆମେ ଏଠାରେ କ'ଣ କଲେ, $100 - 15 - 56$ ।

ତେଣୁ $100 - (15 + 56) = 100 - 15 - 56$

ଲକ୍ଷ କର ଯେ ବନ୍ଧନୀ ପୂର୍ବରୁ '–' ଚିହ୍ନ ଥିଲେ ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କରିବା ପରେ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପଦ ଗୁଡ଼ିକର ଚିହ୍ନର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି, ପ୍ରଥମ ଉଦାହରଣରେ 40 ଓ 3 ର ଚିହ୍ନ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ଉଦାହରଣରେ 15 ଓ 56 ଚିହ୍ନର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି ।

ଉଦାହହଣ - 13 $500 - (250 - 100)$ ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ । ଏହି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କରି ଲେଖିହେବ କି ?

ଏହାକୁ ସରଳୀକରଣ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରଥମେ $250 - 100 = 150$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି 500ରୁ ବିୟୋଗ କରିବା ।

$$500 - (250 - 100) = 500 - 150 = 350$$

ଯଦି ଆମେ ସିଧା ସଳଖ 500 ରୁ 250 ବିୟୋଗ କରିବା ଏବଂ ପୁନର୍ବାର 100 ବିୟୋଗ କରିବା । ଆମେ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ପାଇ ପାରିବା କି ? ତେଣୁ ଆମେ $(500 - 250)$ ରେ 100 ଯୋଗ କରି ପରିପ୍ରକାଶଟିର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ପାଇବା, ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟି ହେଲା $500 - 250 + 100$ ତେଣୁ $500 - (250 - 100) = 500 - 250 + 100$

$500 - (250 - 100)$ ଓ $500 - 250 - 100$ ସମାନ ନୁହେଁ ପରୀକ୍ଷା କର । ପୁନର୍ବାର ଧ୍ୟାନ ଦିଅ ଯେ ବନ୍ଧନୀ ପୂର୍ବରୁ '–' ଚିହ୍ନଥିଲେ ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କରିବା ସମୟରେ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପଦ ଗୁଡ଼ିକର ଚିହ୍ନର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି । ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ 250 ଓ –100 ର ଚିହ୍ନ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୋଇ –250 ଓ 100 ହୋଇଛି ।

ଉଦାହରଣ 14 : ହୀରାଙ୍କର ମୁଦ୍ରା ସଂଗ୍ରହରେ ଆଗ୍ରହ ଅଛି, ସେ ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାଗରେ 28 ମୁଦ୍ରା ଓ ଅନ୍ୟ ଏକ ବ୍ୟାଗ୍‌ରେ 35ଟି ମୁଦ୍ରା ସଂଗ୍ରହ କଲେ । ସେ ତାଙ୍କ ସାଙ୍ଗକୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ବ୍ୟାଗ୍‌ରୁ 10 ଟି ମୁଦ୍ରା ଉପହାର ଦେଲେ । ତେବେ ହୀରାଙ୍କ ପାଖରେ ଥିବା ମୁଦ୍ରାକୁ ନେଇ ଏକ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

ଏହା $28+(35-10)$ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇ ପାରେ । ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ ଏହା $28 + 35 + (-10)$ କିମ୍ବା $28+35-10$ ରୂପେ ଲେଖିପାରିବା, ତେଣୁ $28+(35-10) = 28+35-10 = 53$

ବନ୍ଧନୀ ପୂର୍ବରୁ '-' ଚିହ୍ନ ନ ଥାଇ '+' ଚିହ୍ନ ଥିଲେ ଅପସାରଣ ସମୟରେ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପଦ ଗୁଡ଼ିକର ଚିହ୍ନର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ ନାହିଁ । ଏଠାରେ 35 ଓ –10 ଚିହ୍ନର କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୋଇନାହିଁ ।

କେତେବେଳେ ପଦ ଗୁଡ଼ିକର ଚିହ୍ନ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ କେତେବେଳେ ହେବନାହିଁ । ନିୟମକୁ ମନେ ରଖି, ପରିପ୍ରକାଶର ଅର୍ଥ ବୁଝି ନିଜେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କରିପାରିବ ।

ସାଂଖ୍ୟିକ ପଦ ନିରୀକ୍ଷଣ - 1

ଯଦି ଏକ ପରିପ୍ରକାଶର ଗୋଟିଏ ପଦର ମାନକୁ ବୃଦ୍ଧି କିମ୍ବା ହ୍ରାସ କରାଯାଏ ତେବେ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟରେ କ'ଣ ଘଟିବ ?

ନିମ୍ନରେ କେତେକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ତିନୋଟି ସ୍ତମ୍ଭରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ହୋଇଛି, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଗୋଟିଏ ବା ଅଧିକ ପଦର ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଇଛି, ଯଥା ସମ୍ଭବ କମ୍ ହିସାବ କରି ପରିପ୍ରକାଶର ପ୍ରଥମ ସ୍ତମ୍ଭ ଅନୁଯାୟୀ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

53 + – 16 = 37	53 + – 16 = 37	– 87 + – 16 = ( )
54 + – 16 = 38 54, 53 ଠାରୁ 1 ଅଧିକ ତେଣୁ ପରିପ୍ରକାଶ ମୂଲ୍ୟ 37 ଠାରୁ 1 ଅଧିକ	52 + – 16 = ( ) 52, 53 ଠାରୁ 1 କମ୍ ତେଣୁ ପରିପ୍ରକାଶ ମୂଲ୍ୟ 37 ଠାରୁ 1 କମ୍	– 88 + – 15 = ( ) – 86 + – 18 = ( )
53 + – 15 = ( ) -15, -16 ଠାରୁ 1 କମ୍ ନା 1 ବେଶୀ	53 + – 17 = ( ) -17, -16 ଠାରୁ 1 କମ୍ ନା ବେଶୀ 1 ବେଶୀ	– 97 + – 26 = ( )

ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ବାକ୍ସରେ ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ପୂରଣ କର ଯେପରିକି ପରିପ୍ରକାଶର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱର ମାନ ସମାନ ହେବ ।

   (a) $24 + (6 - 4) = 24 + 6 \square$ ____

   (b) $38 + ($____ $\square$ ____$) = 38 + 9 - 4$

   (c) $24 - (6 + 4) = 24 \square 6 - 4$

   (d) $24 - 6 - 4 = 24 - 6 \square$ ____

   (e) $27 - (8 + 3) = 27 \square 8 \square 3$

   (f) $27 - ($____ $\square$ ____$) = 27 - 8 + 3$

2. ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡିକ ଲେଖ ଯେପରିକି ପରିପ୍ରକାଶ ମାନ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହିବ ।

   (a) $14 + (12 + 10)$ (b) $14 - (12 + 10)$

   (c) $14 + (12 - 10)$ (d) $14 - (12 - 10)$

   (e) $-14 + 12 - 10$ (f) $14 - (-12 - 10)$

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡାର ମାନ ସମାନ କି ନୁହେଁ ପ୍ରଥମେ ଅନୁମାନ କର । କେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ସମାନ ହେବ କି ?

   (a) $(6 + 10) - 2$ ଏବଂ $6 + (10 - 2)$

   (b) $16 - (8 - 3)$ ଏବଂ $(16 - 8) - 3$

   (c) $27 - (18 + 4)$ ଏବଂ $27 + (-18 - 4)$

4. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଯୋଡା ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ସମାନ ଚିହ୍ନାଅ । ସେଗୁଡିକର ହିସାବ ନ କରି ପଦ ଗୁଡିକୁ ବୁଝି ଲେଖ ।

   (a) $319+537, 319-537, -537+319, 537-319$

   (b) $87+46-109, 87+(46-109), (87+46)-109, 87-46+109,$
   $87-(46+109), (87-46)+109$

5. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡିକର ସୂଚିତ ମୂଲ୍ୟ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରଖି ଉପଯୁକ୍ତ ସ୍ଥାନରେ ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କର ।

   (a) $34 - 9 + 12 = 13$

   (b) $56 - 14 - 8 = 34$

   (c) $-22 - 12 + 10 + 22 = -22$

6. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ଏପରି ସଂଖ୍ୟା ପୂରଣ କର ଯେପରିକି ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱର ମାନ ସମାନ ହେବ ।

   (a) 423 + ______= 419 + ______

   (b) 207 – 68 = 210 – ______

7. 2, 3 ଓ 5 ଏବଂ '+', '–' ଓ ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କରି ଯେତେ ସମ୍ଭବ ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ମାନ ଥିବା ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ ଗଠନ କର । ଯେପରି : $2-3+5=4$ ଏବଂ $3-(5-2)=0$

8. ଯେତେବେଳେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାରୁ 9 ବିୟୋଗ କରିବାକୁ ଥିଲେ ଯଶୋଦା ସଂଖ୍ୟାରୁ 10 ବିୟୋଗ କରି ସେଥିରେ 1 ଯୋଗ କରିଥାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $36-9=26+1$

   ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

   (a) ସେ ସର୍ବଦା ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ପାଇବ କି ? କାହିଁକି ?

   (b) ତୁମେ ସେହିଭଳି ଅନ୍ୟ କୌଶଳ ବିଷୟରେ ଚିନ୍ତା କରି ପାରିବ କି ? କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

9. (a) $73-14+1$ (b) $73-14-1$ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଦୁଇଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର । ପ୍ରତ୍ୟେକର ମାନ ସମାନ ଥିବା ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ, ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶ ମଧ୍ୟରୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।

   (a) $73-(14+1)$ (b) $73-(14-1)$

   (c) $73+(-14+1)$ (d) $73+(-14-1)$

ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ - II

ଉଦାହରଣ 15 : ସରୋଜ ଓ ମନୋଜ ଦୁହେଁ ଜଳଖିଆ ଦୋକାନକୁ ଯାଇ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ କଟଲେଟ୍ ଓ ରସଗୋଲା ଖାଇଲେ । ଗୋଟିଏ କଟ୍‌ଲେଟ୍‌ର ଦାମ 43 ଟଙ୍କା ଓ ଗୋଟିଏ ରସଗୋଲାର ଦାମ୍ 24 ଟଙ୍କା । ସେମାନେ ଦୋକାନୀକୁ ଦେଇଥିବା ମୋଟ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣକୁ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ଯେହେତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ କଟ୍‌ଲେଟ୍ ଓ ରସଗୋଲା ଖାଇଛନ୍ତି ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ 43+24 ଟଙ୍କା ଦେବେ ।

❓ ତେବେ ସେମାନେ ମୋଟ କେତେ ଟଙ୍କା ଦେବେ ? ଏହାକୁ ନିମ୍ନ ମତେ ପରିପ୍ରକାଶ କରି ହେବ କି ?

$2 \times 43 + 24 = ?$

ଏହାକୁ ପଦ ଅନୁଯାୟୀ ଲେଖିଲେ

$$2 \times 43 + 24$$

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶର ଅର୍ଥ (2×43) ଠାରୁ 24 ଅଧିକ । କିନ୍ତୁ ଆମର ଆବଶ୍ୟକ (43+24) ର 2 ଗୁଣ

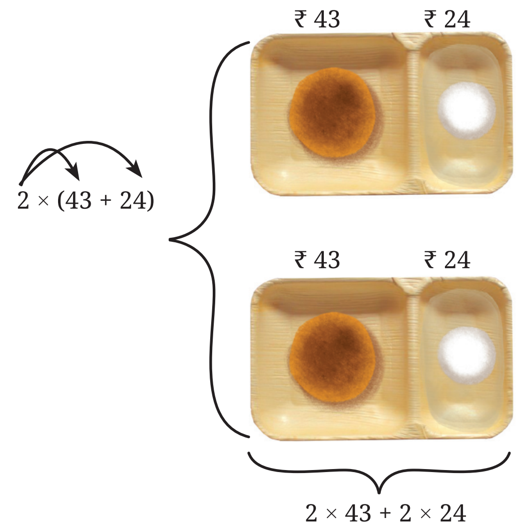
ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଏହାକୁ ଲେଖିପାରିବା ଯେ

$$2 \text{ x } (43+24)$$

ଏହା ଦୁଇଟି କଟ୍‌ଲେଟ୍ ଓ ଦୁଇଟି ରସଗୋଲାର ଦାମ୍ ସହ ସମାନ

$$2 \times 43 + 2 \times 24$$

ତେଣୁ $2 \times 43 + 2 \times 24$



❓ ଯଦି ଅନ୍ୟ ଜଣେ ସାଙ୍ଗ ଆରିଫ୍ ସେମାନଙ୍କ ସହ ଯୋଗ ଦିଏ ତେବେ ସେମାନଙ୍କୁ ପୈଠ କରିବାକୁ ଥିବା ମୋଟ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣକୁ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖ ।

❓ **ଉଦାହରଣ 16 :** ଜନରାଜ୍ୟ ଦିବସ ଉପଲକ୍ଷେ ବାଳକ ସ୍କାଉଟ୍ ଓ ବାଳିକା ଗାଇଡ୍ ମାନଙ୍କର ପ୍ୟାରେଡ ଅନୁଷ୍ଠିତ ହେଉଥିଲା । ସ୍କାଉଟ୍‌ରେ 5 ଜଣ କରି 4 ଟି ଧାଡି ଏବଂ ଗାଇଡ୍‌ରେ 5 ଜଣ କରି 3 ଟି ଧାଡ଼ି ହୋଇଥିଲା (ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ) । ତେବେ ଏହି ପ୍ୟାରେଡରେ ମୋଟ କେତେ ଜଣ ଗାଇଡ୍ ଓ ସ୍କାଉଟ୍ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀ ଅଂଶଗ୍ରହଣ କରିଥିଲେ ?

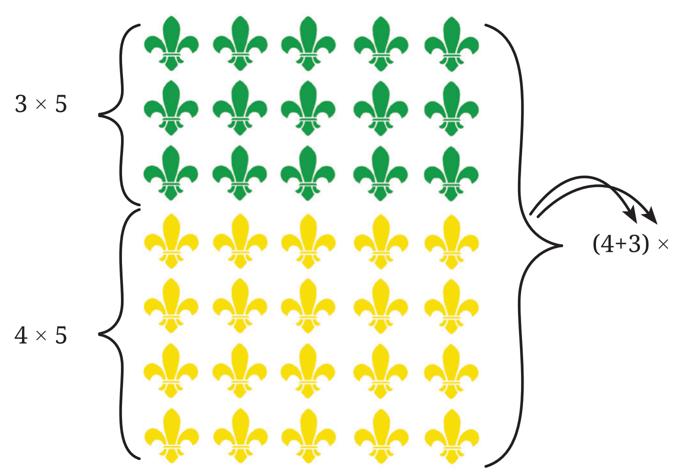
ପ୍ୟାରେଡ୍‌ରେ ଅଂଶ ଗ୍ରହଣ କରିଥିବା ବାଳକ ସ୍କାଉଟ୍ ସଂଖ୍ୟା 4×5 | ଅଂଶଗ୍ରହଣ କରିଥିବା ବାଳିକା ଗାଇଡ୍ ସଂଖ୍ୟା 3×5

ମୋଟ ଅଂଶଗ୍ରହଣ କରିଥିବା ସ୍କାଉଟ ଓ ଗାଇଡ୍ ସଂଖ୍ୟା = $4 \times 5 + 3 \times 5$

ଏହାକୁ ଆମେ ପ୍ରଥମେ ମୋଟ ଧାଡି ସଂଖ୍ୟା 4 + 3 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ସେଥିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିର ପିଲା ସଂଖ୍ୟା 5 ଗୁଣନ କରି ପାରିବା ।

ଏହା $(4+3) \times 5$

ତେଣୁ $4 \times 5 + 3 \times 5 = (4+3) \times 5$



ଏହାକୁ ଗଣନା କରି ଆମେ ପାଇବା

$$4 \times 5 + 3 \times 5 = 4 \times 5 + 3 \times 5 = 20 + 15 = 35$$

$(4+3) \times 5 = 7 \times 5 = 35$

$5 \times 4 + 3 \neq 5 \times (4 + 3)$ କାହିଁକି, ବର୍ଣ୍ଣନା କରିପାରିବ କି ?

$5 \times (4 + 3) = 5 \times (3 + 4) = (3 + 4) \times 5$ ସମାନ କି ?

ପୂର୍ବ ଦୁଇ ଉଦାହରଣ ଅନୁଯାୟୀ ଦେଖିବା

$10 \times 98 + 3 \times 98$ ଅର୍ଥ 98 ର 10 ଗୁଣ ଓ 98 ର 3 ଗୁଣର ସମଷ୍ଟି ।

$$\underbrace{98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98 + 98}_{10 \text{ ଥର}} + \underbrace{98 + 98 + 98}_{3 \text{ ଥର}}$$

ସ୍ପଷ୍ଟଭାବେ ଏହା 98 ର $10 + 3 = 13$ ଗୁଣ

ତେଣୁ, $10 \times 98 + 3 \times 98 = (10 + 3) \text{ x } 98$

ଅନ୍ୟପ୍ରକାରରେ $(10 + 3) \times 98 = 10 \times 98 + 3 \times 98$

ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମର ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି ଲେଖିଲେ ଆମେ ପାଇବା

$98 \times 10 + 98 \times 3 = 98\ (10+3)$ ଏବଂ $98\ (10+3) = 98 \times 10 + 98 \times 3$

ସେହିପରି $14 \times 10 - 6 \times 10$ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବିଚାର କରାଯାଉ ।

$14 \times 10 - 6 \times 10$ ର ଅର୍ଥ 10 ର 14 ଗୁଣରୁ 10 ରୁ 6 ଗୁଣ ବିୟୋଗ ।

$$\overbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + \cancel{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}}^{14 \text{ ଥର}}$$

ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଏହା $14\text{-}6 = 8$ ର 10 ଗୁଣ

ତେଣୁ $14 \times 10 - 6 \times 10 = (14\text{-}6) \times 10$

କିମ୍ବା $(14 - 6) \times 10 = 14 \times 10 - 6 \times 10$

ଏହି ଧର୍ମକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ

ଯୋଗ (ବିୟୋଗ) ର ଗୁଣନ, ଗୁଣନର ଯୋଗ (ବିୟୋଗ) ସହ ସମାନ ।

ସାଂଖ୍ୟିକ ପଦ ନିରୀକ୍ଷଣ – II

ଆସ ଦେଖିବା, ଗୋଟିଏ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସଂଖ୍ୟାର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଲେ କ'ଣ ହେବ ?

ଉଦାହରଣ 17 : $53 \times 18 = 954$ ହେଲେ 63×18 ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : 63×18 ଅର୍ଥ 63 ର 18 ଗୁଣ

$$\begin{aligned} 63 \times 18 &= (53 + 10) \times 18 \\ &= 53 \times 18 + 10 \times 18 \\ &= 954 + 180 \\ &= 1134 \end{aligned}$$

ଉଦାହରଣ 18 : 97×25 ର ମାନ ପାଇଁ ଏକ ଫଳପ୍ରଦ ଉପାୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ – 97×25 ଅର୍ଥ 97 ର 25 ଗୁଣ

ଏହାକୁ ଆମେ ଲେଖିବା $(100 - 3) \times 25$

ଏହାର ଅର୍ଥ 100 ର 25 ଗୁଣରୁ 3 ର 25 ଗୁଣ ବିୟୋଗ

$97 \times 25 = 100 \times 25 - 3 \times 25$

ଏହାର ମାନ ନିରୂପଣ କର ।

ଏହି ପଦ୍ଧତି ଅବଲମ୍ବନ କରି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) 95×8

(b) 104×15

(c) 49×50

ଗୁଣନର ସାଧାରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଠାରୁ ଏହା ସହଜ ଓ କ୍ଷିପ୍ରତର କି ?

ଗାଣିତିକ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଗୁଣନ ଗୁଡ଼ିକ ଉପର ପ୍ରକ୍ରିୟା ଭଳି ଶୀଘ୍ର ହିସାବ କରିହେବ ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରମାନ ପରିବର୍ତ୍ତନ ନ କରି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ସଂଖ୍ୟା ଓ ବାକ୍ସ ମଧ୍ୟରେ ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କର ।

(a) $3 \times (6 + 7) = 3 \times 6 + 3 \times 7$

(b) $(8 + 3) \times 4 = 8 \times 4 + 3 \times 4$

(c) $3 \times (5 + 8) = 3 \times 5 \boxed{} 3 \times$ ____

(d) $(9 + 2) \times 4 = 9 \times 4 \boxed{} 2 \times$ ____

(e) $3 \times ($____ $+ 4) = 3$ ____ $+$ ____

(f) (____ $+ 6) \times 4 = 13 \times 4 +$ ____

(g) $3 \times ($____ $+$ ____$) = 3 \times 5 + 3 \times 2$

(h) (____ $+$ ____$) \times$ ____ $= 2 \times 4 + 3 \times 4$

(i) $5 \times (9 - 2) = 5 \times 9 - 5 \times$ ____

(j) $(5 - 2) \times 7 = 5 \times 7 - 2 \times$ ____

(k) $5 \times (8 - 3) = 5 \times 8 \ \square\ 5 \times$ ____

(l) $(8 - 3) \times 7 = 8 \times 7 \ \square\ 3 \times 7$

(m) $5 \times (12 -$ ____ $) =$ ____ $\square\ 5 \times$ ____

(n) $(15 -$ ____ $) \times 7 =$ ____ $\square\ 6 \times 7$

(o) $5 \times ($ ____ $-$ ____ $) = 5 \times 9 - 5 \times 4$

(p) (____ $-$ ____) $\times$ ____ $= 17 \times 7 - 9 \times 7$

2. ନିମ୍ନ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଦେଖି ଶୂନ୍ୟ ସ୍ଥାନରେ ‘$<$’, ‘$>$’ ବା ‘$=$’ ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କର ।

(a) $(8 - 3) \times 29 \ \square\ (3 - 8) \times 29$

(b) $15 + 9 \times 18 \ \square\ (15 + 9) \times 18$

(c) $23 \times (17 - 9) \ \square\ 23 \times 17 + 23 \times 9$

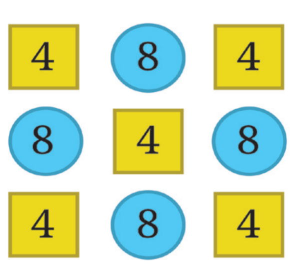
(d) $(34 - 28) \times 42 \ \square\ 34 \times 42 - 28 \times 42$

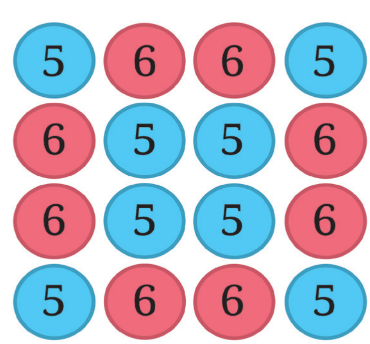
3. $2 \times (1 + 6) = 14$ ଏହିପରି 14 ପାଇବା ପାଇଁ ଅଧିକ ସଂରଚନା ଅଛି କି ?
ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(a) ____ × (____ + ____) = 14 (b) ____ × (____ + ____) = 14

(c) ____ × (____ + ____) = 14 (d) ____ × (____ + ____) = 14

4. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ଅତି କମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାକୁ କିପରି ସମାଧାନ କଲ ଲେଖ ।





? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିସ୍ଥିତି ଗୁଡିକୁ ପଢ଼ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ ଉପଯୁକ୍ତ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ ଲେଖି ସମାଧାନ କର ।

   (a) ନବରଙ୍ଗପୁର ଜିଲ୍ଲା ହାଟ ସପ୍ତାହର ସାତ ଦିନ ବସେ । ରହିମ୍ ନିଜ ବାଡ଼ିରେ ଫଳୁଥିବା ଆମ୍ବ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ 9 କିଗ୍ରା କରି ଏବଂ ରାମ ନିଜ ବାଡ଼ିରେ ଫଳୁଥିବା ଆମ୍ବ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ 11 କି.ଗ୍ରା କରି ଏହି ହାଟକୁ ଯୋଗାଇ ଥାଆନ୍ତି । ସେମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ହାଟକୁ ସପ୍ତାହଯାକ ଯୋଗାଇ ଥିବା ସମୁଦାୟ ଆମ୍ବର ପରିମାଣ କେତେ ?

   (b) ବିନୁର ମାସିକ ଆୟ 20,000 ଟଙ୍କା । ସେ ମାସକୁ ଘର ଭଡ଼ା ବାବଦକୁ 5000 ଟଙ୍କା, ଖାଦ୍ୟ ବାବଦକୁ 5000 ଟଙ୍କା ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟଖର୍ଚ୍ଚ ବାବଦକୁ 2000 ଟଙ୍କା ଖର୍ଚ୍ଚ କରେ । ତେବେ ସେ ବର୍ଷକୁ କେତେ ଟଙ୍କା ସଞ୍ଚୟ କରିବ ?

   (c) ଗୋଟିଏ ଗେଣ୍ଡା ଦିନବେଳେ ଏକ ଖୁଣ୍ଟ ଉପରକୁ 3 ସେ.ମି ଚଢ଼େ, ଏବଂ ରାତିରେ ସେ 2 ସେ.ମି ଚଢ଼େ । ଖୁଣ୍ଟଟି 100 ସେ.ମି ଉଚ୍ଚ ହୋଇଥିଲେ ଖୁଣ୍ଟର ଅଗ୍ରଭାଗକୁ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ ତାକୁ କେତେ ଦିନ ଲାଗିବ ?

2. ମହେନ୍ଦ୍ର ମଙ୍ଗଳବାର ଓ ଶନିବାର ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ଦିନ ମାନଙ୍କରେ ପ୍ରତିଦିନ ଦୁଇ ପୃଷ୍ଠାର ଏକ ଗପ ପଢ଼େ । ସେ 8 ସପ୍ତାହରେ କେତୋଟି ଗପ ପଢ଼ିବ ? ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା କେଉଁ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଟି ଏହାକୁ ସୂଚିତ କରେ ?

   (a) $5 \times 2 \times 8$
   (b) $(7 - 2) \times 8$
   (c) 8×7
   (d) $7 \times 2 \times 8$
   (e) $7 \times 5 - 2$
   (f) $(7 + 2) \times 8$
   (g) $7 \times 8 - 2 \times 8$
   (h) $(7 - 5) \times 8$

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ବିଭିନ୍ନ ପଦ୍ଧତି ଲେଖ ।

   (a) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10$
   (b) $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1$

4. $<, >$ କିମ୍ବା $=$ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଯୋଡା ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡିକର ତୁଳନାକର ।

   (a) $49 - 7 + 8$ $\boxed{}$ $49 - 7 + 8$
   (b) $83 \times 42 - 18$ $\boxed{}$ $83 \times 40 - 18$
   (c) $145 - 17 \times 8$ $\boxed{}$ $145 - 17 \times 6$

(d) $23 \times 48 - 35$ ☐ $23 \times (48 - 35)$

(e) $(16 - 11) \times 12$ ☐ $-11 \times 12 + 16 \times 12$

(f) $(76 - 53) \times 88$ ☐ $88 \times (53 - 76)$

(g) $25 \times (42 + 16)$ ☐ $25 \times (43 + 15)$

(h) $36 \times (28 - 16)$ ☐ $35 \times (27 - 15)$

5. ହିସାବ ନ କରି ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ସହ ସମାନ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ତୁମେ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ପଦ ବ୍ୟବହାର କରି କିମ୍ବା ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କରି ଲେଖିପାର । ଏଠାରେ ଏକାଧିକ ପରିପ୍ରକାଶ, ଦତ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶ ସହ ସମାନ ହୋଇପାରେ ।

(a) $83 - 37 - 12$
   (i) $84 - 38 - 12$
   (ii) $84 - (37 + 12)$
   (iii) $83 - 38 - 13$
   (iv) $-37 + 83 - 12$

(b) $93 + 37 \times 44 + 76$
   (i) $37 + 93 \times 44 + 76$
   (ii) $93 + 37 \times 76 + 44$
   (iii) $(93 + 37) \times (44 + 76)$
   (iv) $37 \times 44 + 93 + 76$

5. ଏକ ସଂଖ୍ୟା ନିଅ ଏବଂ ଦଶଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ଯାହାର ମାନ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ହେବ ।

ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

- ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ପଠନ ଓ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଆସୁଛନ୍ତି । ଏଠାରେ ଆମେ କେତେକ ସରଳ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ଅର୍ଥ ଓ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପୁନଃ ଆଲୋଚନା କଲେ ।
- ଆମେ ପାରମ୍ପରିକ ରୀତିରେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନ କରି ଏହାକୁ ଯୁକ୍ତି ମାଧ୍ୟମରେ ତୁଳନା କରିବା ଶିଖିଲେ ।
- ପଦ ଏବଂ ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହାର କରି ଜଟିଳ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ପଠନ ଓ ମାନ ଜାଣି ହୁଏ ।
- ଯେତେବେଳେ ଏକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦ ଗୁଡ଼ିକର କ୍ରମର ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି କିମ୍ବା ପଦର ଏକତ୍ରୀ କରଣ କରି ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ମାନର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ନାହିଁ । ଏହା ଯଥାକ୍ରମେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମ ଏବଂ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ଅଟେ ।
- ବନ୍ଧନୀ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଥିବା ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ସମାଧାନ ସମୟରେ ବନ୍ଧନୀ ପୂର୍ବରୁ ଋଣାତ୍ମକ (–) ଚିହ୍ନ ଥିଲେ ବନ୍ଧନୀ ଭିତରେ ଥିବା ପଦ ଗୁଡ଼ିକର ଚିହ୍ନର ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ।
- ଆମେ ମଧ୍ୟ "ବଣ୍ଟନ ନିୟମ" ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିଲେ, ଯାହାକି ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ, ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।

ଗୋଲକଧନ୍ଦା ସମୟ

ପରିପ୍ରକାଶ ଯନ୍ତ୍ରୀ

ଚାରି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା (ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ, ଓ ହରଣ) ଏବଂ ଆବଶ୍ୟକ ଅନୁଯାୟୀ ବନ୍ଧନୀ ସହିତ ତିନୋଟି 3 ର ବ୍ୟବହାର କରି ଅନେକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ତିଆରି କରିପାରିବା । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : $(3+3)/3=2, 3+3-3=3, 3\times3+3=12$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ଚାରୋଟି 4 ର ବ୍ୟବହାର କରି, 1 ରୁ 20 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ପାଇଁ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ ।

1, 2, 3, 4 ଓ 5 କୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଥରେ ବ୍ୟବହାର କରି -10 ରୁ 10 ମଧ୍ୟରେ ଯଥା ସାମ୍ଭାବ୍ୟ ମାନ ପାଇବା ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡିକ ଲେଖ । 0 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଥରେ ବ୍ୟବହାର କରି, 100 ସହ ସମାନ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

ଏହିପରି ଅନ୍ୟ କେଉଁ କୌତୁହଳପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରଶ୍ନ ତୁମେ ପଚାରି ପାରିବ କି ?

ତୃତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ

ସଂଖ୍ୟାର ମଝିରେ ବିନ୍ଦୁର କମାଲ

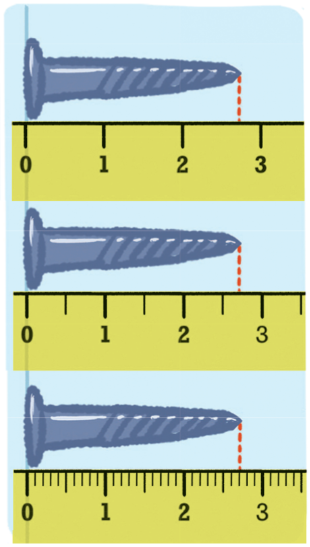
3.1 କ୍ଷୁଦ୍ର ଏକକର ଆବଶ୍ୟକତା

ସୋନୁର ମାଆ ଗୋଟିଏ ଖେଳନା ସଜାଡୁଥିଲେ । ସେ ଏକ ସ୍କ୍ରୁ ସାହାଯ୍ୟରେ ଦୁଇଖଣ୍ଡକୁ ଯୋଡ଼ିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁଥିଲେ । ସୋନୁ କୌତୁହଳର ସହ ତାଙ୍କ ମାଆଙ୍କ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଦେଖୁଥିଲେ । ତାଙ୍କର ମାଆ ଖଣ୍ଡଦୁଇଟିକୁ ଯୋଡ଼ିବାକୁ ସକ୍ଷମ ହେଉ ନଥିଲେ । ସୋନୁ ତାଙ୍କ ମାଆଙ୍କୁ ଯୋଡ଼ି ନପାରିବାର କାରଣ ପଚାରିଲେ । ତାଙ୍କ ମାଆ କହିଲେ ଯେ ସ୍କ୍ରୁଟି ଉପଯୁକ୍ତ ଆକାରର ନୁହେଁ ।

ସେ ଆଉ ଏକ ସ୍କ୍ରୁ ବାକ୍ସରୁ ଆଣିଲେ ଏବଂ ଖେଳନାଟିକୁ ସଜାଡ଼ିବାରେ ସକ୍ଷମ ହେଲେ । ସୋନୁକୁ ଦୁଇଟି ସ୍କ୍ରୁ ଏକାଭଳି ଦେଖାଗଲା । କିନ୍ତୁ ସେ ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ସ୍କ୍ରୁକୁ ପାଖରୁ ନୀରିକ୍ଷଣ କଲା ଦେଖିଲା ଯେ, ସେ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟରେ ସାମାନ୍ୟ ଫରକ ଅଛି ।

ଲମ୍ବରେ ଏତେ ଛୋଟ ପାର୍ଥକ୍ୟ ଏତେ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ କିପରି ହୋଇପାରେ ତାହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ସୋନୁ ଆଗ୍ରହୀ ହୋଇପଡ଼ିଲା, ସେ ଲମ୍ବର ପାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ ଜାଣିବାକୁ ଆଗ୍ରହୀ ଥିଲା, ସେ ଏହା ମଧ ଜାଣିବାକୁ ଆଗ୍ରହୀ ଥିଲା ଯେ, ସେଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରାୟ ସମାନ ଦେଖା ଯାଉଥିଲେ ମଧ ପାର୍ଥକ୍ୟ କେତେ କମ୍ ।

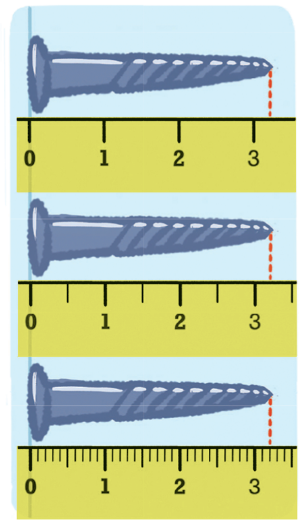
ନିମ୍ନଲିଖିତ ଚିତ୍ରରେ ସ୍କ୍ରୁଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ସ୍କେଲ ଉପରେ ରଖାଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମାପନ୍ତୁ ଏବଂ ଦିଆଯାଇଥିବା ସ୍ଥାନରେ ସେଗୁଡ଼ିକର ଲମ୍ବ ଲେଖ ।



2 ସେ.ମି. ଓ 3 ସେ.ମି. ମଧ୍ୟରେ

$2\frac{1}{2}$ ସେ.ମି. ଠାରୁ ଅଧିକ ମାତ୍ର 3 ସେ.ମି. ଠାରୁ କମ୍

$2\frac{7}{10}$ ସେ.ମି.



? ସ୍କେଲର କେଉଁ ଏକକଟି ସ୍କ୍ରୁର ଠିକ୍ ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟରେ ତୁମକୁ ସହାୟକ ହେବ ? କାହିଁକି ?

? $2\frac{7}{10}$ ସେ.ମି.ର ଅର୍ଥ କ'ଣ ? (ପ୍ରଥମ ସ୍କ୍ରୁ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ)

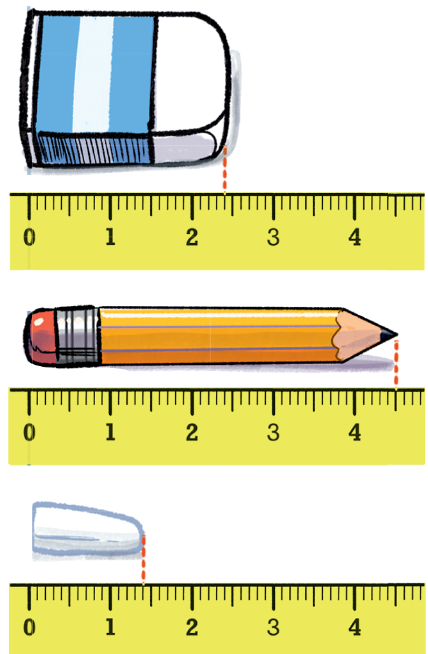
ସ୍କେଲ୍‌ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପରି, ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ 10 ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । $2\frac{7}{10}$ ସେ.ମି. ଲମ୍ବ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ '0' ରୁ '2' ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯିବା ଏବଂ ତା' ପରେ 10 ଭାଗରୁ 7 ଭାଗ ନେବା, ତେଣୁ ସ୍କ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2 ସେ.ମି. ଏବଂ $\frac{7}{10}$ ସେ.ମି. । ସେହିପରି $3\frac{2}{10}$ ସେ.ମି.କୁ କିପରି ବୁଝିବା ?

ଆମେ $2\frac{7}{10}$ ସେ.ମି.କୁ 2 ପୂର୍ଣ୍ଣ 7 ବିଭକ୍ତ 10 ସେ.ମି. ଏବଂ $3\frac{2}{10}$ ସେ.ମି.କୁ 3 ପୂର୍ଣ୍ଣ 2 ବିଭକ୍ତ 10 ସେ.ମି. ରୂପେ ପଢୁ, ବା $2\frac{7}{10}$ ସେ.ମି.କୁ 2 ସେ.ମି. ଓ 7 ଦଶାଂଶ ସେ.ମି. ଏବଂ $3\frac{2}{10}$ ସେ.ମି.କୁ 3 ସେ.ମି. ଓ 2 ଦଶାଂଶ ସେ.ମି. ରୂପେ ପଢ଼ିପାରିବା ।

? ତୁମେ କହିପାରିବ କି ? ସ୍କ୍ରର ଲମ୍ବ ମାପିବା ପାଇଁ କାହିଁକି ଛୋଟ ଛୋଟ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରାଗଲା ?

? ଗୋଟିଏ ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ଏବଂ ଏହାକୁ ସେଣ୍ଟିମିଟରରେ ଲେଖ (ସ୍କ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ପାଇଁ ଯେପରି ଉପରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି) କଲମ, ପେନସିଲ୍, ରବର ଏବଂ ତୁମ ପସନ୍ଦର ଅନ୍ୟ ଯେକୌଣସି ବସ୍ତୁ ନେଇପାର ।

? ନିମ୍ନଲିଖିତ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ମାପ ଲେଖ ।

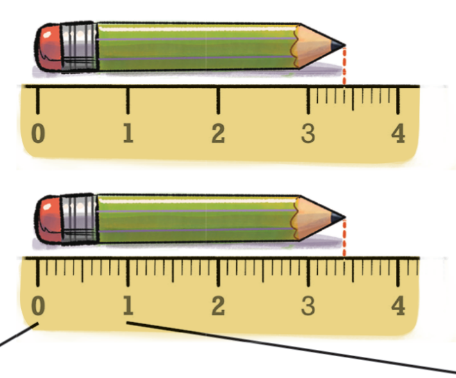


ଏଠାରେ ଦେଖିଲୁ ଯେ, ଛୋଟ ଜିନିଷର ଠିକ୍ ମାପ ପାଇବାପାଇଁ ଆମେ ଛୋଟ ଛୋଟ ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ ।

3.2 ଦଶାଂଶ

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ପେନ୍ସିଲ୍ ଲମ୍ବ $3\frac{4}{10}$ ଏକକ, ଏହାକୁ 3 ଏକକ ଓ 4 ଦଶାଂଶ ଏକକ ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ,

ଅର୍ଥାତ୍ $(3\times1)+\left(4\times\frac{1}{10}\right)$ ଏକକ ।



$$\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}$$

= 10 ଥର $\frac{1}{10} = 10\times\frac{1}{10} = 1$ ଏକ

ଏହି ପେନସିଲ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 34 ଦଶାଂଶ ଏକକ ସହ ସମାନ କାରଣ 10 ଦଶାଂଶ, 1 ଏକକ ସହ ସମାନ

$$34 \times \frac{1}{10} = \frac{34}{10} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{4}{10}$$ (34 ଦଶାଂଶ)

$$= 1 + 1 + 1 + \frac{4}{10}$$ (3 ଓ ଆଉ 4 ଦଶାଂଶ)

ନିମ୍ନରେ କେତେକ ସଂଖ୍ୟା ଦିଆଯାଇଛି ଆସ ଏହାକୁ କିପରି ପଢ଼ାଯାଏ ଜାଣିବା ।

$4\frac{1}{10} \rightarrow$ (ଚାରି ଓ ଏକ ଦଶାଂଶ)

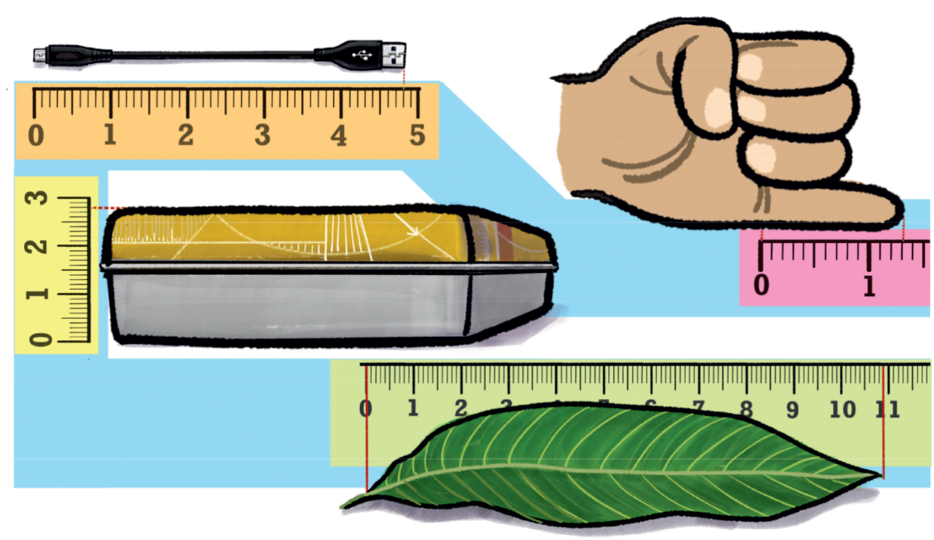
$\frac{4}{10} \rightarrow$ (ଚାରି ଏକ ଦଶାଂଶ କିମ୍ବା ଚାରି ଦଶାଂଶ)

$\frac{41}{10} \rightarrow$ (ଏକଚାଳିଶ ଏକ ଦଶାଂଶ କିମ୍ବା ଏକଚାଳିଶ ଦଶାଂଶ)

$41\frac{1}{10} \rightarrow$ (ଏକଚାଳିଶ ଓ ଏକଦଶାଂଶ)

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ସେମାନଙ୍କର ଲମ୍ବଗୁଡ଼ିକୁ ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ଲେଖ ଏବଂ ବଡ଼ପାଟିରେ ପଢ଼ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ତାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ଓ $\frac{8}{10}$ ଏକକ ବା $\frac{48}{10}$ ଏକକ ।



? ନିମ୍ନ ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।

(a) $\frac{9}{10}$ (b) $1\frac{7}{10}$ (c) $\frac{130}{10}$ (d) $13\frac{1}{10}$

(e) $10\frac{5}{10}$ (f) $7\frac{6}{10}$ (g) $6\frac{7}{10}$ (h) $\frac{4}{10}$

? ନିମ୍ନ ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।

$4\frac{1}{10}, \frac{4}{10}, \frac{41}{10}, 41\frac{1}{10}$.

? ଦୋକାନରୁ ସରିତା $2\frac{7}{10}$ ଏକକ ଲମ୍ବର ଓ ଲଳିତା $3\frac{6}{10}$ ଏକକ ଲମ୍ବର ରିବନ କିଣିଲେ, ଉଭୟ ମୋଟ କେତେ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ରିବନ କିଣିଲେ ?

ମୋଟ ରିବନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ସରିତା ରିବନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 2 ଏକକ ଓ 7 ଦଶାଂଶ ଏକକ ଏବଂ ଲଳିତା ରିବନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3 ଏକକ ଓ 6 ଦଶାଂଶଏକକର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।

ତେଣୁ, 2 ଏକକ ଓ 7 ଦଶାଂଶ ଏକକ + 3 ଏକକ ଓ 6 ଦଶାଂଶ ଏକକ =

(2+3) ଏକକ ଓ (7+6) ଦଶାଂଶ ଏକକ = 5 ଏକକ 13 ଦଶାଂଶ ଏକକ =

6 ଏକକ ଓ 3 ଦଶାଂଶ ଏକକ (13 ଦଶାଂଶ ଏକକ = 1 ଏକକ ଓ 3 ଦଶାଂଶ ଏକକ)

ମୋଟ ରିବନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ଏକକ 3 ଦଶାଂଶ ଏକକ = $6\frac{3}{10}$

(a)

$$(2+3)+\left(\frac{7}{10}+\frac{6}{10}\right)$$
$$= (2+3)+\left(\frac{13}{10}\right)$$
$$= 5+\frac{13}{10}$$
$$= 5+\frac{10}{10}+\frac{3}{10} = 5+1+\frac{3}{10}$$
$$= 6+\frac{3}{10}$$
$$= 6\frac{3}{10}$$

(b)

$$\begin{array}{rr} & 2\ \frac{7}{10} \\ + & 3\ \frac{6}{10} \\ \hline = & 5\ \frac{13}{10} \\ = & 6\ \frac{3}{10} \end{array}$$

କିମ୍ବା ଉଭୟ ମାପକୁ ଦଶାଂଶରେ ପରିଣତ କରି ଯୋଗ କରି ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ ।

(c) 27 ଦଶାଂଶ ଓ 36 ଦଶାଂଶ = 63 ଦଶାଂଶ

$\frac{27}{10} + \frac{36}{10} = \frac{63}{10}$

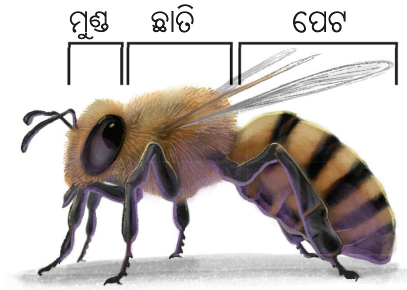
$\frac{63}{10} = 60$ ଦଶାଂଶ $\left(\frac{60}{10}\right)$ ଓ 3 ଦଶାଂଶ $\left(\frac{3}{10}\right) = 6$ ଓ 3 ଦଶାଂଶ = $6\frac{3}{10}$

? ମହୁମାଛି ଶରୀରର ବିଭିନ୍ନ ଅଂଶର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦିଆଯାଇଅଛି । ଏହାର ମୋଟ ଲମ୍ବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ମୁଣ୍ଡ : $2\frac{3}{10}$ ଏକକ

ଛାତି : $5\frac{4}{10}$ ଏକକ

ପେଟ : $7\frac{5}{10}$ ଏକକ

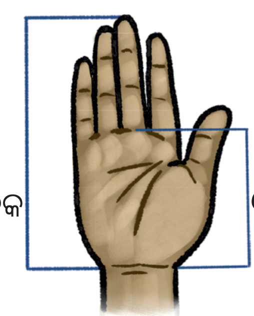


? ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଶୈଳଜାର ହାତର ଲମ୍ବ $12\frac{4}{10}$ ଏକକ ଏବଂ ତା'ର ପାପୁଲିର ଲମ୍ବ $6\frac{7}{10}$ ଏକକ ଅଟେ । ତେବେ ତା'ର ମଧ୍ୟମ ଆଙ୍ଗୁଠିର ଲମ୍ବ କେତେ ?

ସମାଧାନ: ଶୈଳଜାର ମଧ୍ୟମ ଆଙ୍ଗୁଠିର ଲମ୍ବ ହେବ :

$$\left(12+\frac{4}{10}\right)-\left(6+\frac{7}{10}\right)$$

ଏହାକୁ ନିମ୍ନ ଉପାୟରେ ସରଳୀକୃତ କରିହେବ ।



ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ :

(a) $12 + \frac{4}{10} - 6 - \frac{7}{10}$

$= (12 - 6) + \left(\frac{4}{10} - \frac{7}{10}\right)$

$= 6 - \frac{3}{10}$

$= 5 + 1 - \frac{3}{10}$

$= 5 + \frac{10}{10} - \frac{3}{10}$

$= 5 + \frac{7}{10} = 5\frac{7}{10}$

ଏଠାରେ କ'ଣ କରାଯାଇଛି ଓ କାହିଁକି କରାଯାଇଛି ଆଲୋଚନା କର ।

(b) $\begin{array}{r} 12\frac{4}{10} \\ -\ 6\frac{7}{10} \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 11\frac{14}{10} \\ -\ 6\frac{7}{10} \\ \hline = 5\frac{7}{10} \end{array}$

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ 4 ଦଶାଂଶରୁ 7 ଦଶାଂଶ ବିୟୋଗ କରିହେବ ନାହିଁ । ତେଣୁ 12 ଏକକରୁ 1 ଏକକ ଆଣି ଏହାକୁ 10 ଦଶାଂଶ ଏକକରେ ପରିଣତ କରାଗଲା । ବର୍ତ୍ତମାନ ସଂଖ୍ୟାଟି 11 ଏକକ ଓ 14 ଦଶାଂଶ ଏକକ ହେଲା, 14 ଦଶାଂଶ ଏକକୁ 7 ଦଶାଂଶ ଏକକ ଏବଂ 11 ଏକକରୁ 6 ଏକକ ବିୟୋଗ କରାଗଲା ।

? ଉଭୟ ଲମ୍ବକୁ ଦଶାଂଶରେ ପରିଣତ କରି ସମାଧାନ କର ।

? ଗୋଟିଏ ରୋହୀ ମାଛର ଲମ୍ବ $36\frac{2}{10}$ ସେ.ମି. ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଇଲିଶି ମାଛର ଲମ୍ବ $31\frac{9}{10}$ ସେ.ମି. । ତେବେ ରୋହୀ ମାଛଟି, ଇଲିଶିମାଛଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ଲମ୍ବା ?

ରୋହୀ ମାଛ

ଇଲିଶି ମାଛ

? ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାକ୍ରମକୁ ଦେଖି ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଖାଲିସ୍ଥାନରେ ପୂରଣ କର ।

(a) $4, 4\frac{3}{10}, 4\frac{6}{10}$, ----------, ----------, ----------, ----------

(b) $8\frac{2}{10}, 8\frac{7}{10}, 9\frac{2}{10}$, ----------, ----------, ----------, ----------

(c) $7\frac{6}{10}, 8\frac{7}{10}$, ----------, ----------, ----------, ----------

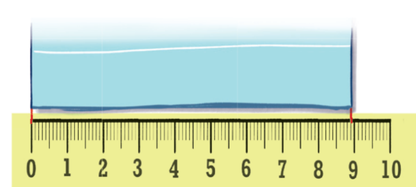
(d) $5\frac{7}{10}, 5\frac{3}{10}$, ----------, ----------, ----------, ----------

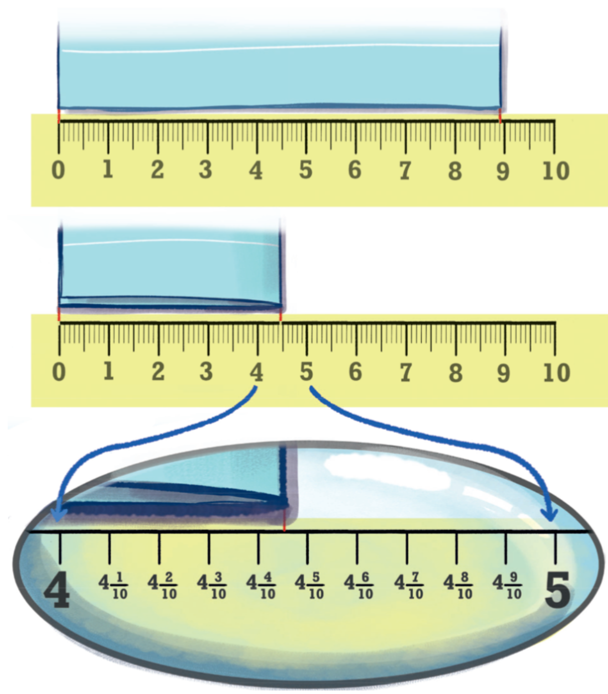
(e) $13\frac{5}{10}, 13, 12\frac{5}{10}$, ----------, ----------, ----------, ----------

(f) $11\frac{5}{10}, 10\frac{4}{10}, 9\frac{3}{10}$, ----------, ----------, ----------, ----------

3.3 ଶତାଂଶ

ଖଣ୍ଡିଏ କାଗଜର ଲମ୍ବ $8\frac{9}{10}$ ଏକକ ଯାହାକୁ 8 ଓ 9 ଦଶାଂଶ ଏକକ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ଏହାକୁ ଲମ୍ବ ଭାଗରେ ଅଧା କରି ଭଙ୍ଗାଯାଇଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହାର ଲମ୍ବ କେତେ ?



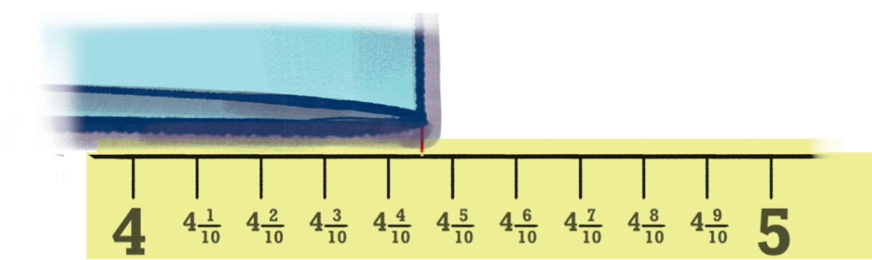


ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ଏହାର ଲମ୍ବ $4\frac{4}{10}$ ଏକକ କିମ୍ବା $4\frac{5}{10}$ ଏକକର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଏକକ, କିନ୍ତୁ ଆମେ ଏହାର ଠିକ୍ ମାପ କହିପାରିବୁ ନାହିଁ । କାରଣ ସେଠାରେ $4\frac{4}{10}$ ଓ $4\frac{5}{10}$ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନ ନାହିଁ । ପୂର୍ବରୁ ଆମେ 1 ଏକକକୁ 10ଟି ଦଶାଂଶ ଏକକରେ ବିଭକ୍ତ କରିଥିଲେ । ସେହିପରି ଆହୁରି ଛୋଟ ଲମ୍ବ ମାପିବା ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦଶାଂଶକୁ 10 ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରିପାରିବା ।

? ଏହି ଛୋଟ ଅଂଶର ଲମ୍ବ କେତେ ? ଏହିଭଳି କେତୋଟି ଛୋଟ ଅଂଶ ନେଲେ 1 ଏକକ ହେବ ?

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାଯାଇଥିବା ପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦଶାଂଶକୁ ସମାନ 10ଟି ଛୋଟ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକକ 10ଟି ଦଶାଂଶ ଏକକ ଅଟେ ତେଣୁ 1 ଏକକ = 100 ଶତାଂଶ, ଏକକ

ତେଣୁ 1 ଶତାଂଶ ଏକକ ହେଉଛି 1ଏକକର $\frac{1}{100}$ ଅଂଶ ।



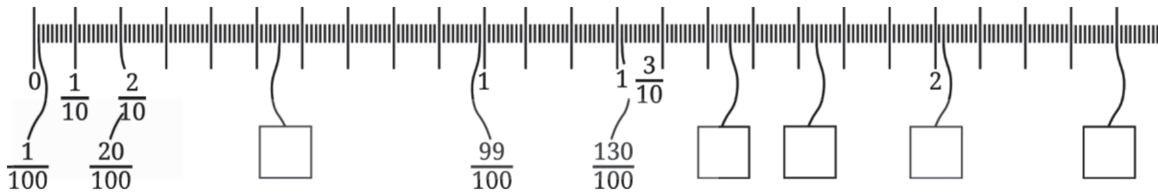
ବର୍ତ୍ତମାନ ଭଙ୍ଗା କାଗଜଟିର ଲମ୍ବ କେତେ ଜାଣିବା ।

ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଯେ ଏହା $4+\frac{4}{10}+\frac{5}{100}$ ଲମ୍ବ, ଏହାକୁ 4 ଏକକ 4 ଦଶାଂଶ ଓ 5 ଶତାଂଶ ଏକକ ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

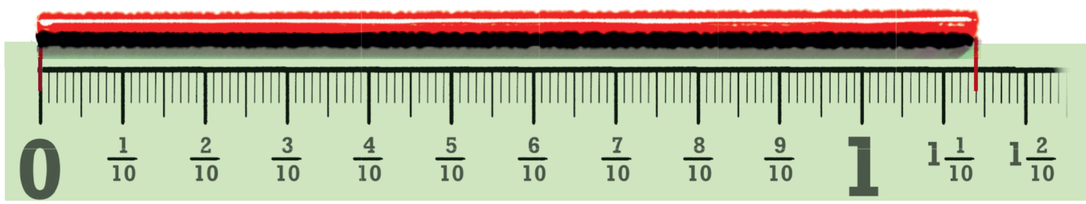
? ଏକ ଦଶାଂଶ ଯେ କେତେ ଶତାଂଶ ? ଏହି ଲମ୍ବକୁ ଆମେ 4 ଏକକ ଓ 45 ଶତାଂଶ ଏକକ କହିପାରିବା କି ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଟିକୁ ଦେଖି ଖାଲି କୋଠରିରେ ଚିହ୍ନିତ ଅଂଶର ଲମ୍ବ କେତେ ଲେଖ ।



ନିମ୍ନ ଛବିରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ତାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ତିନି ପ୍ରକାର ଉପାୟରେ ଦିଆଯାଇଅଛି । ତୁମେ ଦେଖିପାରୁଛ କି ସେଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ଲମ୍ବକୁ ସୂଚାଏ ?

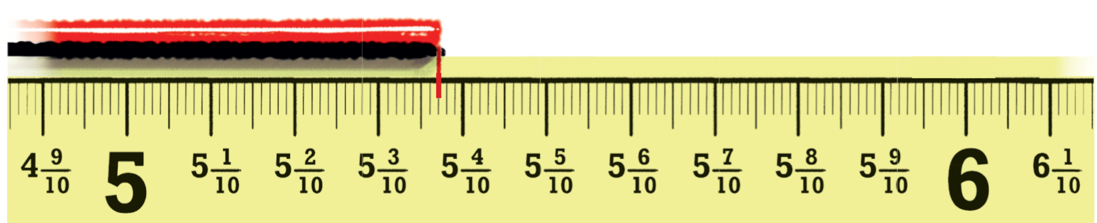


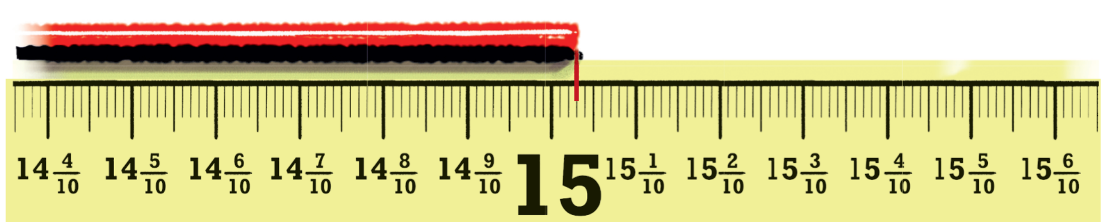
$1\ \frac{1}{10}\ \frac{4}{100}$ ଏକ ଏକକ, ଏକ ଦଶାଂଶ ଏକକ ଓ ଚାରି ଶତାଂଶ ଏକକ

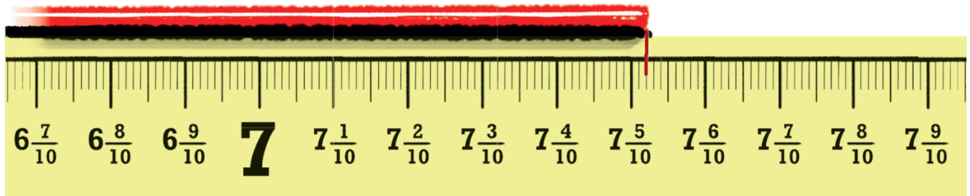
$1\frac{14}{100}$ ଏକ ଏକକ ଓ ଚଉଦ ଶତାଂଶ ଏକକ

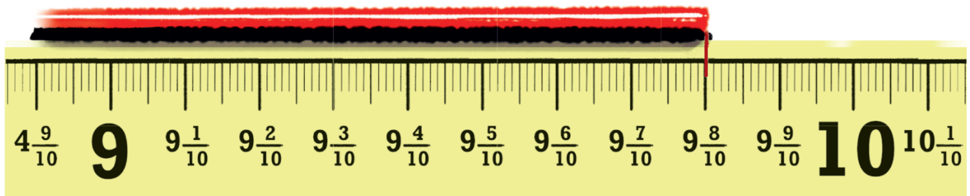
$\frac{114}{100}$ ଏକ ଶହ ଚଉଦ ଶତାଂଶ ଏକକ

? ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖି ତାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଲେଖ ଓ ପଢ଼ ।



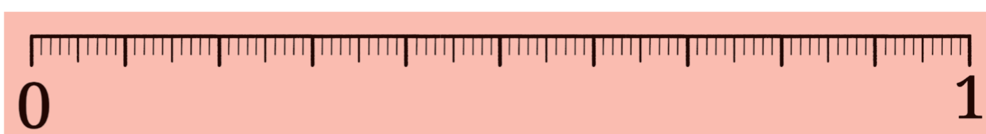




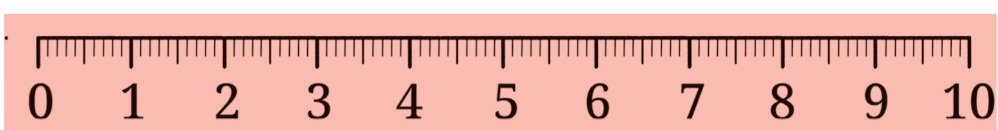


ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଲମ୍ବରୁ କେଉଁଟି ବୃହତ୍ତର ଓ କେଉଁଟି କ୍ଷୁଦ୍ରତର ଏହି ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଦତ୍ତ ସ୍କେଲରେ ଚିହ୍ନିତ କର ।

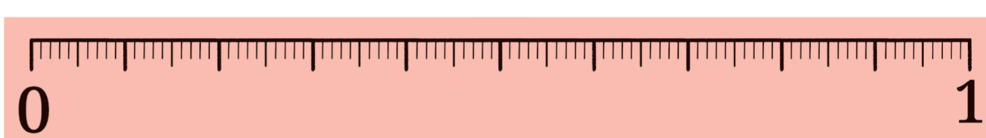
(a) $\frac{3}{10}, \frac{3}{100}, \frac{33}{100}$



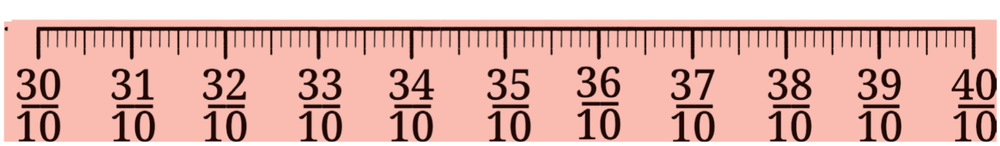
(b) $3\frac{1}{10}, \frac{30}{10}, 1\frac{3}{10}$



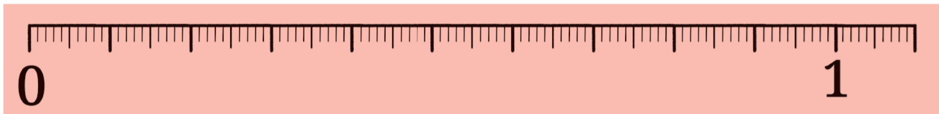
(c) $\frac{45}{100}, \frac{54}{100}, \frac{5}{10}, \frac{4}{10}$



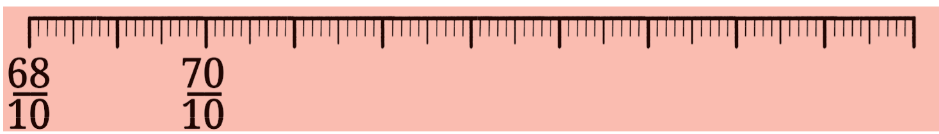
(d) $3\frac{6}{10}, 3\frac{6}{100}, 3\frac{6}{10}\frac{6}{100}$



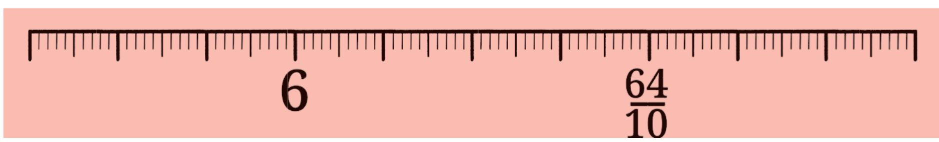
(e) $\frac{8}{10}\ \frac{2}{100}$, $\frac{9}{100}$, $1\ \frac{8}{100}$



(f) $7\ \frac{3}{10}\ \frac{5}{100}$, $7\ \frac{5}{10}$, $7\ \frac{41}{100}$



(g) $\frac{65}{10}\ \frac{15}{100}$, $5\ \frac{87}{100}$, $5\ \frac{7}{100}$



? $15\frac{3}{10}\ \frac{4}{100}$ ଓ $2\frac{6}{10}\ \frac{8}{100}$ ର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

ଏହାକୁ ବିଭିନ୍ନ ପଦ୍ଧତିରେ ସମାଧାନ କରାଯାଇପାରେ । ନିମ୍ନରେ ସମାଧାନର ପଦ୍ଧତି ଦିଆଗଲା ।

(a) ପଦ୍ଧତି -1

$$(15 + 2) + \left(\frac{3}{10} + \frac{6}{10}\right) + \left(\frac{4}{100} + \frac{8}{100}\right)$$

$$= 17 + \frac{9}{10} + \frac{12}{100}$$

$$= 17 + \frac{9}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{100}$$

$$= 17 + \frac{10}{10} + \frac{2}{100}$$

$$= 18\frac{2}{100}.$$

10 ଶତାଂଶ = 1 ଦଶାଂଶ

(b) ପଦ୍ଧତି -2

$$\begin{array}{cccc} & 15 & \frac{3}{10} & \frac{4}{100} \\ + & 2 & \frac{6}{10} & \frac{8}{100} \\ \hline = & 17 & \frac{9}{10} & \frac{12}{100} \\ = & 17 & \frac{10}{10} & \frac{2}{100} \\ = & 18 & & \frac{2}{100} \end{array}$$

? ଏହି ପଦ୍ଧତି ଦ୍ୱୟ ଭିନ୍ନ ଅଟନ୍ତି କି ?

? 483 + 268ର ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଦେଖ । ପୂର୍ବ ପଦ୍ଧତି ସହ ଏହି ପଦ୍ଧତିର ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ଅଛି କି ?

ଗାଣିତିକ କଥାବାର୍ତ୍ତା

$$(400 + 80 + 3) + (200 + 60 + 8)$$
$$= (400 + 200) + (80 + 60) + (3 + 8)$$
$$= 600 + 140 + 11$$
$$= 600 + 150 + 1$$
$$= 600 + 100 + 50 + 1$$
$$= 700 + 50 + 1$$
$$= 751$$

$15\frac{3}{10}\frac{4}{100}$ ଓ $2\frac{6}{10}\frac{8}{100}$ କୁ ଶତାଂଶରେ ପରିଣତ କରି ନିମ୍ନମତେ ଯୋଗ କରାଯାଇପାରେ ।

(c) $(15 + 2) + \left(\frac{34}{100} + \frac{68}{100}\right)$

$$= 17 + \frac{102}{100}$$
$$= 17 + 1 + \frac{2}{100}$$
$$= 18\frac{2}{100}$$

> 100 ଶତାଂଶ ଏକକ
> = 1 ଏକକ

(d) $\left(\frac{1534}{100}\right) + \left(\frac{268}{100}\right)$

$$= \frac{1802}{100}$$
$$= \frac{1800}{100} + \frac{2}{100}$$
$$= 18\frac{2}{100}$$

> 15 = 1500 ଶତାଂଶ
> 2 = 200 ଶତାଂଶ

? **ବିୟୋଗ କର:** $25\frac{9}{10} - 6\frac{4}{10}\frac{7}{100}$?

ପଦ୍ଧତି-୧

$$\begin{array}{r} 25\frac{9}{10} \\ -\,6\frac{4}{10}\frac{7}{100} \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 25\frac{8}{10}\frac{10}{100} \\ -\,6\frac{4}{10}\frac{7}{100} \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 25\frac{8}{10}\frac{10}{100} \\ -\,6\frac{4}{10}\frac{7}{100} \\ \hline = 19\frac{4}{10}\frac{3}{100} \end{array}$$

? ଶତାଂଶରେ ପରିଣତ କରି ସମାଧାନ କର

ବିୟୋଗ କର : $15\ \frac{3}{10}\ \frac{4}{100} - 2\ \frac{6}{10}\ \frac{8}{100}$

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

$$15\ \frac{3}{10}\ \frac{4}{100} \qquad 15\ \frac{2}{10}\ \frac{14}{100} \qquad 14\ \frac{12}{10}\ \frac{14}{100}$$

$$-2\ \frac{6}{10}\ \frac{8}{100} \qquad -2\ \frac{6}{10}\ \frac{8}{100} \qquad -2\ \frac{6}{10}\ \frac{8}{100}$$

$$=12\ \frac{6}{10}\ \frac{6}{100}$$

653 ଓ 268 ର ବିୟୋଗକୁ ଦେଖ । ପୂର୍ବ ପଦ୍ଧତି ସହ ଏହି ପଦ୍ଧତିର କିଛି ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ଅଛି କି ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

$$
\begin{aligned}
&(600+50+3) - (200+60+8)\\
&= (600 - 200) + (50 - 60) + (3 - 8)\\
&= (600 - 200) + (40 - 60) + (13 - 8)\\
&= (600 - 200) + (40 - 60) + 5\\
&= (500 - 200) + (140 - 60) + 5\\
&= 300 + 80 + 5\\
&= 385
\end{aligned}
$$

? **ନିଜେ କରି ଦେଖ**

ଯୋଗଫଳ ଓ ବିୟୋଗ ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) $\frac{3}{10} + 3\frac{4}{100}$

(b) $9\ \frac{5}{10}\ \frac{7}{100} + 2\ \frac{1}{10}\ \frac{3}{100}$

(c) $15\ \frac{6}{10}\ \frac{4}{100} + 14\ \frac{3}{10}\ \frac{6}{100}$

(d) $7\frac{7}{100} - 4\frac{4}{100}$

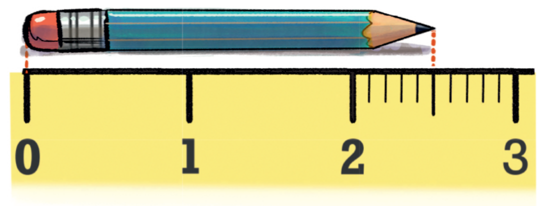
(e) $8\frac{6}{100} - 5\frac{3}{100}$

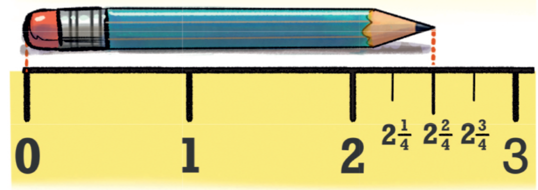
(f) $12\ \frac{6}{10}\ \frac{2}{100} - \frac{9}{10}\ \frac{9}{100}$

3.4 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ

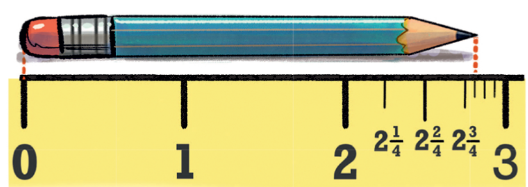
କୌଣସି ଏକ ବସ୍ତୁର ସଠିକ୍ ମାପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାପାଇଁ ଆମେ ଏହାର କିଛି ଅଂଶକୁ ଛୋଟ ଛୋଟ 10 ଟି ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରିଥାଉ, ଯେପରିକି 1 ଏକକକୁ 10 ଦଶାଂଶ ଏକକ, 1 ଦଶାଂଶ ଏକକୁ 10 ଶତାଂଶ ଏକକରେ ପରିଣତ କରି ଛୋଟ ଛୋଟ ଅଂଶକୁ ମାପିଥାଉ ।

? 1 ଏକକକୁ ସମାନ 4 ଭାଗ, ସମାନ 5 ଭାଗ, ସମାନ 8 ଭାଗ କିମ୍ବା ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସମାନ ଭାଗରେ ଆମେ ବିଭକ୍ତ କରିପାରିବା ନାହିଁ କି ? ହଁ, ଆମେ କରିପାରିବା 1 ଏକକକୁ 10 ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କିମ୍ବା 4 ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କଲେ ସମାନ ଲମ୍ବକୁ କିପରି ଦେଖାଯାଏ ତାହା ନିମ୍ନ ଉଦହରଣରେ ତୁଳନା କରାଯାଇଛି ।





ଯଦି ଆହୁରି ଠିକ୍ ମାପ ଆବଶ୍ୟକ ହୁଏ, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକ ଚତୁର୍ଥାଂଶକୁ ପୁନର୍ବାର 4 ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇପାରିବ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ 1 ଏକକର $\frac{1}{16}$ ଅଂଶ, ଏହି 16 ଅଂଶ ମିଶି 1 ଏକକ ହେବ ।



? 1 ଏକକକୁ ପ୍ରତିଥର 10 ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା କାହିଁକି ?

କାରଣ, ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀରେ 10 ର ବିଶେଷ ଭୂମିକା ରହିଛି । ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲିଖିତ ଏକ ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ 10 ର ଭୂମିକା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ–

284 ରେ 2 ହେଉଛି ଶତକ (100) ସ୍ଥାନୀୟ, 8 ହେଉଛି ଦଶକ (10) ସ୍ଥାନୀୟ ଓ 4 ହେଉଛି ଏକକ (1) ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଏହାର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସ୍ଥାନୀୟ ମାନର 10 ଗୁଣ । ସେହିପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଏହାର ଠିକ୍ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସ୍ଥାନୀୟ ମାନର 10 ଭାଗ ।

10 ଟି 1, 10 ହୁଏ,

10 ଟି 10, 100 ହୁଏ

10 ଟି 100, 1000 ହୁଏ, ଇତ୍ୟାଦି ।

× 10 × 10 × 10 × 10

10,000	1000	100	10	1

÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10

ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବାର ପ୍ରଣାଳୀକୁ 1 ଠାରୁ ଛୋଟ ଅଂଶରେ ବିସ୍ତାର କରିବା ପାଇଁ ଆମେ 1 କୁ 10 ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରୁ । ଏଥିରୁ ଆମେ କ'ଣ ପାଉ ? ଏହା 1 ଦଶାଂଶ ଅଟେ । ଏହାକୁ ଆହୁରି 10 ଭାଗ କଲେ 1 ଶତାଂଶ ମିଳେ, ଇତ୍ୟାଦି ।

× 10   × 10   × 10   × 10   × 10   × 10

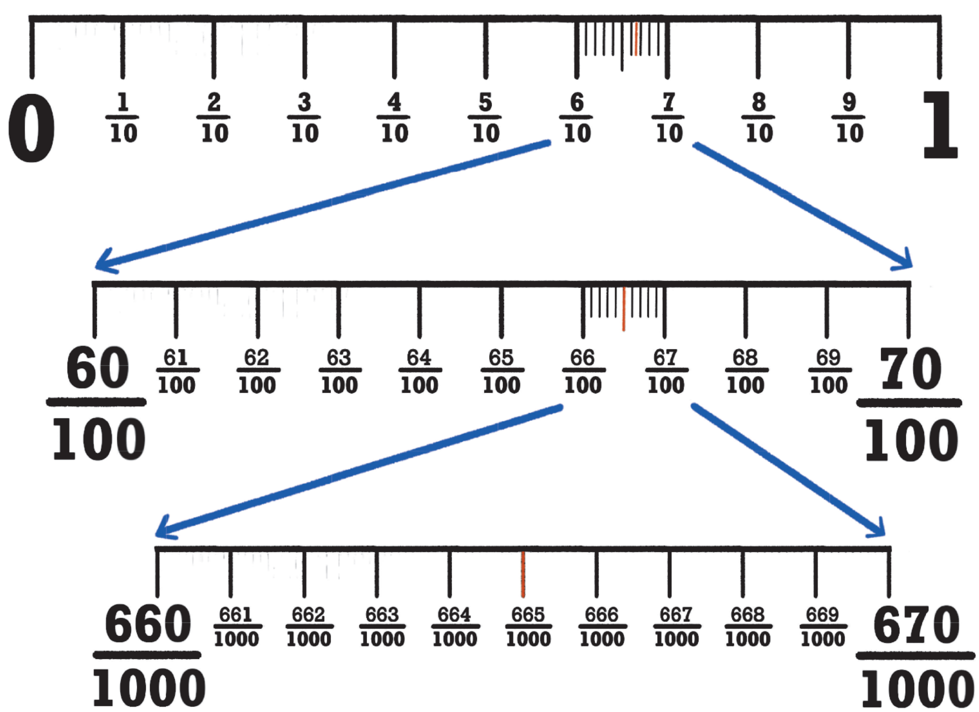
10,000	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$

÷ 10   ÷ 10   ÷ 10   ÷ 10   ÷ 10   ÷ 10

? ଏହାକୁ ପୁନର୍ବାର ବିସ୍ତାରିତ କରିପାରିବା କି ?

? $\frac{1}{100}$ କୁ 10 ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କଲେ କେତେ ହେବ ?

ଏହା $\frac{1}{1000}$ ହେବ । ଏହାକୁ ଏକ ସହସ୍ରାଂଶ ଭାବେ ପଢ଼ାଯାଏ, ଏକ ହଜାର ସହସ୍ରାଂଶ = 1 ଏକକ



ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୋପାନରେ 10,000ର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ ସ୍ଥାନକୁ ବିସ୍ତାରିତ କଲେ ବଡ଼ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଏବଂ $\frac{1}{1000}$ ର ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ସ୍ଥାନକୁ ବିସ୍ତାରିତ କଲେ କ୍ଷୁଦ୍ର ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ, ଆମେ ପାଇପାରିବା ।

$\times 10$	$\times 10$	$\times 10$	$\times 10$	$\times 10$	$\times 10$	
10,000	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
$\div 10$	$\div 10$	$\div 10$	$\div 10$	$\div 10$	$\div 10$	

ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବାର ଏହି ପଦ୍ଧତିକୁ "ଦଶମିକ ପଦ୍ଧତି" (Decimal System) କୁହାଯାଏ । କାରଣ ଏହା ସଂଖ୍ୟା 10 ଉପରେ ଆଧାରିତ, ଲାଟିନ୍ ଭାଷାରେ "decem" ଅର୍ଥ ଦଶ, ଯାହା ସଂସ୍କୃତ ଶବ୍ଦ ଦଶଃ ସହିତ ସମାନ, ଓଡ଼ିଆ, କୋଙ୍କଣୀ, ମରାଠୀ, ଗୁଜୁରାଟୀ, ହିନ୍ଦୀ, କାଶ୍ମୀରୀ, ବୋଡୋ ଏବଂ ଆସାମୀ ଭଳି ଅନେକ ଭାରତୀୟ ଭାଷାରେ ଦଶ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବାର ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଉପାୟ ବିଷୟରେ ଶିଖିବା ।

କେତେ ବଡ଼ ?

? ଆମେ ଭଗ୍ନାଂଶ ବିଷୟରେ ସମାନ ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନ ପଚାରିପାରିବା ।

(a) କେତୋଟି ସହସ୍ରାଂଶ ହେଲେ 1 ଏକ ହେବ ?

(b) କେତୋଟି ସହସ୍ରାଂଶ ହେଲେ 1 ଦଶାଂଶ ହେବ ?

(c) କେତୋଟି ସହସ୍ରାଂଶ ହେଲେ 1 ଶତାଂଶ ହେବ ?

(d) କେତୋଟି ଦଶାଂଶ ହେଲେ 10 ହେବ ?

(e) କେତୋଟି ଶତାଂଶ ହେଲେ 10 ହେବ ?

? ଏହି ପ୍ରକାରର ଆଉ କିଛି ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ଏବଂ ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

ଆସ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସଂକେତରେ ଚିହ୍ନାଇବା, ପଢ଼ିବା ଓ ଲେଖିବା

ଆମେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉପାୟରେ ଲେଖିଥାଉ, ଯେପରିକି, $4 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1$ ଲେଖିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ 456 ଲେଖୁ । ସେହିପରି 1 ଦଶାଂଶ ଓ 1 ଶତାଂଶକୁ ବାଦ ଦେଇ ଲେଖିପାରିବା କି ? $4\frac{2}{10}$ କୁ 42 ଭାବରେ ($2 \times \frac{1}{10}$ ରେ $\frac{1}{10}$ କୁ ବାଦ୍‌ଦେଇ) ଲେଖି ପାରିବା କି ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଯଦି ହଁ, ତେବେ ଆମେ କିପରି ଜାଣିବୁ ଯେ 42 ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି 4 ଦଶ 2 ଏକ କିମ୍ବା 4 ଏକ 2 ଦଶାଂଶ ?

ସେହିପରି, 705 ର ଅର୍ଥ

(a) 7 ଶହ, 0 ଦଶ 5 ଏକ $(700 + 0 + 5)$

(b) 7 ଦଶ, 0 ଏକ 5 ଦଶାଂଶ $(70 + 0 + \frac{5}{10})$

(c) 7 ଏକ, 0 ଦଶାଂଶ 5 ଶତାଂଶ $(7 + 0 + \frac{5}{100})$

ଯେହେତୁ ଏଗୁଡ଼ିକ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପରିମାଣ ଅଟେ, ତେଣୁ ଆମକୁ ସେଗୁଡ଼ିକ ଲେଖିବାପାଇଁ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଉପାୟ ଅବଲମ୍ବନ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

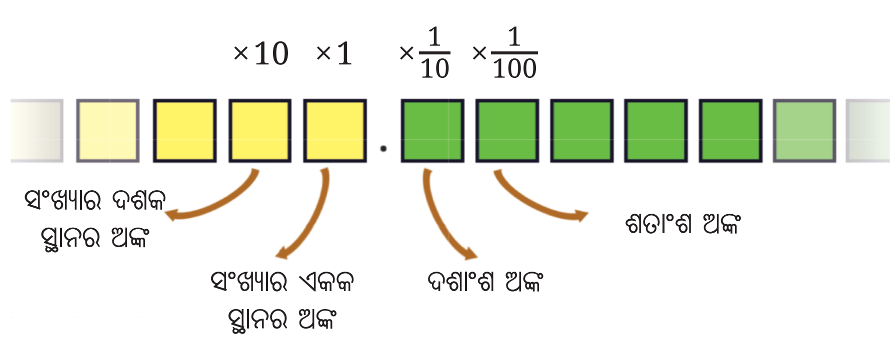
ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଚିହ୍ନଟ/ଜାଣିବା ପାଇଁ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ଶେଷରେ ଏବଂ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଆରମ୍ଭ ହେଉଥିବା ସ୍ଥାନରେ ଆମେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ (‘.’) ଚିହ୍ନକୁ ବିଭାଜକ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର କରୁ, ଯାହାକୁ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ (decimal point) କୁହାଯାଏ ।

ଉପରୋକ୍ତ ପରିମାଣକୁ ଦଶମିକ ପଦ୍ଧତିରେ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା :

ପରିମାଣ	ଦଶମିକ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସଂଙ୍କେତ
7 ଶହ 5 ଏକ (700+0+5)	705
7 ଦଶ 5 ଦଶାଂଶ $(70+0+\frac{5}{10})$	70.5
7 ଏକ 5 ଶତାଂଶ $(7+0+\frac{5}{100})$	7.05

ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଅନୁସାରେ ଲେଖିଲେ

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା	ଶତକ	ଦଶକ	ଏକକ	• ଦଶାଂଶ	ଶତାଂଶ
705	7×100	0×10	5×1	•	
70.5		7×10	0×1	• $5 \times \frac{1}{10}$	
7.05			7×1	• $0 \times \frac{1}{10}$	$5 \times \frac{1}{100}$



ଏହିପରି ଦଶମିକ ଚିହ୍ନଟ ହେଉଛି ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଲିଖନ ପଦ୍ଧତିର ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ବିସ୍ତାର (ଭଗ୍ନାଂଶ ଅଂଶ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ)

705 କୁ ସାତ ଶହ ପାଞ୍ଚ

70.5 କୁ ସତୁରୀ ଦଶମିକ ପାଞ୍ଚ ବା ସାତ ଦଶ 5 ଦଶାଂଶ

7.05 କୁ ସାତ ଦଶମିକ ଶୂନ୍ୟପାଞ୍ଚ ବା ସାତ ଏକ 5 ଶତାଂଶ

0.274 କୁ ଶୂନ୍ୟ ଦଶମିକ ଦୁଇ ସାତ ଚାରି, ଏହାକୁ ଶୂନ୍ୟ ଦଶମିକ ଦୁଇଶହ ଚଉସ୍ତରୀ ବୋଲି ପଢ଼ିବା ନାହିଁ କାରଣ 0.274 ଅର୍ଥ 2, 7, 4 ର ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଯଥାକ୍ରମେ 2 ଦଶାଂଶ, 7 ଶତାଂଶ ଏବଂ 4 ସହସ୍ରାଂଶ ଅଟେ ।

? ଏକ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର, ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଦଶମିକ ରୂପରେ ଓ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଅନୁଯାୟୀ ଲେଖ ଏବଂ ପଢ଼ ?

(a) 2 ଏକ 3 ଦଶାଂଶ 5 ସହସ୍ରାଂଶ

(b) 1 ଦଶ 5 ଦଶାଂଶ

(c) 4 ଏକ 6 ଶତାଂଶ

(d) 1 ଶହ 1 ଏକ 1 ଶତାଂଶ

(e) $\frac{8}{100}$ ଓ $\frac{9}{10}$

(f) $\frac{5}{100}$

(g) $\frac{1}{10}$

(h) $2\frac{1}{100}, 4\frac{1}{10}$ ଏବଂ $7\frac{7}{1000}$

ଆସ ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଲେଖିବା ।

23 ଶହ $= 23 \times 100 = 2000 + 300 = 2300$

ସହସ୍ର	ଶତକ	ଦଶକ	ଏକକ
	23		
2	3	0	0

ସେହିପରି 23 ଦଶ $= 23 \times 10 = 200 + 30 = 230$

ସହସ୍ର	ଶତକ	ଦଶକ	ଏକକ
		23	
	2	3	0

234 ଦଶାଂଶକୁ ଦଶମିକ ରୂପରେ କିପରି ଲେଖିବା

234 ଦଶାଂଶ $= \frac{234}{10}$

$= \frac{200}{10} + \frac{30}{10} + \frac{4}{10}$

$= 20 + 3 + \frac{4}{10}$

$= 23.4.$

ଶତକ	ଦଶକ	ଏକକ	ଦଶାଂଶ	ଶତାଂଶ
			234	
	2	3	• 4	

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଦଶମିକ ରୂପରେ ଲେଖ, (a) 234 ଶତାଂଶ (b) 105 ଦଶାଂଶ

3.5 ମାପର ଏକକ

ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପର ଏକକରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା:

ଆମେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବା ଲମ୍ବ ମାପ ପାଇଁ ସ୍କେଲ ବ୍ୟବହାର କରୁ, ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ 1 ସେ.ମି. = 10 ମି.ମି. (ମିଲିମିଟର)

1 ମି.ମି. ଯେ କେତେ ସେଣ୍ଟିମିଟର ?

1 ମି.ମି. $= \frac{1}{10}$ ସେ.ମି. = 0.1 ସେ.ମି. (1 ସେ.ମି.ର 1 ଦଶାଂଶ)

(a) 5 ମି.ମି. (b) 12 ମି.ମି. ଯେ କେତେ ସେ.ମି. ?

5 ମି.ମି. $= \frac{5}{10}$ ସେ.ମି. = 0.5 ସେ.ମି.

12 ମି.ମି. = 10 ମି.ମି. + 2ମି.ମି. = 1 ସେ.ମି. $+\frac{2}{10}$ ସେ.ମି. = 1.2 ସେ.ମି.

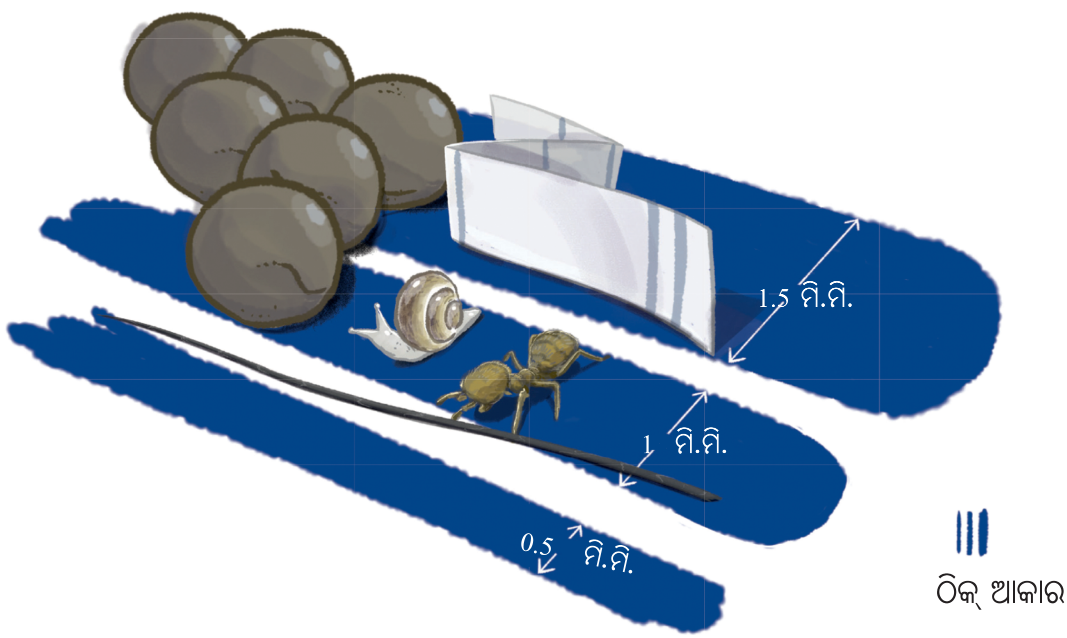
5.6 ସେ.ମି. ଯେ କେତେ ମି.ମି. ? 1 ସେ.ମି. = 10 ମି.ମି.

5.6 ସେ.ମି. = 5 ସେ.ମି. + 0.6 ସେ.ମି. = 50 ମି.ମି. + 6 ମି.ମି. = 56 ମି.ମି.

? ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

12 ମି.ମି. = 1.2 ସେ.ମି.	56 ମି.ମି. = 5.6 ସେ.ମି.	70 ମି.ମି. = _____ ସେ.ମି.
_______ = 0.9 ସେ.ମି.	134 ମି.ମି. =_____ ସେ.ମି.	_______ = 203.6 ସେ.ମି

କିଛି ଜିନିଷ କେତେ ଛୋଟ ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଅଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକର ଏକ ଆନୁମାନିକ ମାପନେବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।



- ତିନୋଟି ନୀଳ ରେଖା, କଲମ ଗାରର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଆପେକ୍ଷିକ ଆକାରକୁ ସୂଚିତ କରେ: ସରୁ (ସୂକ୍ଷ୍ମ) ଗାର, ମଧ୍ୟମ ଧରଣର ଗାର ଏବଂ ମୋଟା ଗାର ।
- ମଣିଷର କେଶ ପ୍ରାୟ 0.1 ମି.ମି. ମୋଟା
- ଖବର କାଗଜର ମୋଟେଇ 0.05 ମି.ମି.ରୁ 0.08 ମି.ମି. ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ହୋଇପାରେ,
- ସୋରିଷ ମଞ୍ଜିର ମୋଟେଇ 1 ମି.ମି. ରୁ 2 ମି.ମି. ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ।
- ଫାରୋହ (Pharaoh ant) ପିମ୍ପୁଡ଼ି ଭାରତର ଏକ ଛୋଟ ପ୍ରଜାତିର ପିମ୍ପୁଡ଼ି, ଯାହାର ଲମ୍ବ 1.5 ମି.ମି.ରୁ 2 ମି.ମି. ଅଟେ । ଏହା ଓଡ଼ିଶାରେ ମଧ୍ୟ ଦେଖାଯାଏ ।
- ଆକ୍ନେଲା ନାନା, ବର୍ତ୍ତମାନ ସୁଦ୍ଧା ଆବିଷ୍କୃତ ହୋଇଥିବା କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଗେଣ୍ଡା (ସ୍ଥଳ ଭାଗରେ) ପ୍ରଜାତିର ଯାହାର ଖୋଳପାର ବ୍ୟାସ 0.7 ମି.ମି. । ଏଗୁଡ଼ିକ ମାଲେସିଆରେ ଦେଖାଯାଆନ୍ତି ।

ଆମେ ଜାଣୁ, 1 ମିଟର = 100 ସେ.ମି.

1 ସେ.ମି. = $\frac{1}{100}$ ମି. = 0.01 ମି.

? (a) 10 ସେ.ମି. (b) 15 ସେ.ମି.କୁ ମିଟରରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

10 ସେ.ମି. = $\frac{1}{10}$ ମି. = 0.1 ମି.

ଯେହେତୁ 1 ସେ.ମି., 1 ମିଟରର 1 ଶତାଂଶ ଅଟେ, 15 ସେ.ମି.କୁ ମିଟରରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

15 ସେ.ମି. = $\frac{15}{100}$ ମି.

= $\frac{10}{100}$ ମି. + $\frac{5}{100}$ ମି.

= $\frac{1}{10}$ ମି. + $\frac{5}{100}$ ମି.

= 0.15 ମି.

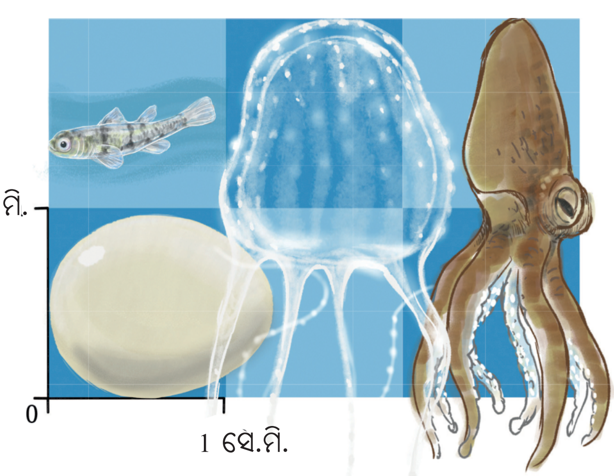
? ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

36 ସେ.ମି. = ...ମି.	50 ସେ.ମି. = ...ମି.	.... ସେ.ମି. = 0.89 ମି.
4 ସେ.ମି. = ...ମି.	325 ସେ.ମି. = ...ମି.	.... ସେ.ମି. = 2.07 ମି.

? 1 ମିଟରରେ କେତୋଟି ମିଲିମିଟର ଅଛି ?

? 1 ମିଲିମିଟର = $\frac{1}{1000}$ ମିଟର ଲେଖିପାରିବା କି ?

ଏଠାରେ ପ୍ରକୃତିର କେତେକ ଛୋଟ ଜିନିଷଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ କିଛି ଆକର୍ଷଣୀୟ ତଥ୍ୟ ଦିଆଯାଇଅଛି ।



- ହିମଙ୍ଗ ପକ୍ଷୀର ଅଣ୍ଡାର ଲମ୍ବ 1.3 ସେ.ମି. ଏବଂ ଓସାର 0.9 ସେ.ମି. ।
- ଛୋଟ ମୋହୁରାଳି ମାଛର ଲମ୍ବ 2 ସେ.ମି. । ଏହା ଓଡ଼ିଶାରେ ଦେଖାଯାଏ ।
- କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଜେଲିଫିସ୍, ଇରୁକାନ୍ଦଜୀର ଆକାର ପ୍ରାୟ 0.5 ସେ.ମି.ରୁ 2.5 ସେ.ମି. ଓ ଲମ୍ୱା ପ୍ରାୟ 1 ମିଟର । ଏହା ଅଷ୍ଟ୍ରେଲିଆରେ ଦେଖାଯାଆନ୍ତି । ଏହାର ବିଷ ମନୁଷ୍ୟପାଇଁ ମାରାତ୍ମକ ।
- ବିଶ୍ୱର ସବୁଠାରୁ ଛୋଟ ଅକ୍ଟୋପସ୍ ଓ୍ୱଲଫି ଅକ୍ଟୋପସ୍ ଯାହା ଷ୍ଟାରସୁକ୍‌ର ପିଗି ଭାବେ ଜଣାଶୁଣା । ସେମାନଙ୍କର ସାଧାରଣ ଆକାର ପ୍ରାୟ 1 ରୁ 2.5 ସେ.ମି. ଏବଂ ଓଜନ 1 ଗ୍ରାମରୁ କମ୍ । ସେଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରାୟତଃ ପ୍ରଶାନ୍ତ ମହାସାଗରରେ ଦେଖାଯାଆନ୍ତି ।

ଓଜନ ମାପର ଏକକରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା

ଆମେ କହିପାରିବା, 1 ଗ୍ରାମ୍ = $\frac{1}{1000}$ କିଲୋଗ୍ରାମ୍ = 0.001 କି.ଗ୍ରା.

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, 1 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ = 1000 ଗ୍ରାମ୍

? 5 ଗ୍ରାମ୍ ଯେ, କେତେ କି.ଗ୍ରା. ?

5 ଗ୍ରାମ୍ = $\frac{5}{1000}$ କି.ଗ୍ରା. = 0.005 କି.ଗ୍ରା.

? 10 ଗ୍ରାମ୍ = କେତେ କି.ଗ୍ରା. ?

10 ଗ୍ରାମ୍ = $\frac{10}{1000}$ କି.ଗ୍ରା. = $\frac{1}{100}$ କି.ଗ୍ରା. = 0.010 କି.ଗ୍ରା. = 0.01 କି.ଗ୍ରା.

ଯେହେତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ 1ଗ୍ରାମ୍ ଯେ 1 କିଲୋଗ୍ରାମ୍‌ର 1 ସହସ୍ରାଂଶ, ତେଣୁ 254 ଗ୍ରାମ୍‌କୁ

ଆମେ ଲେଖିବା 254 ଗ୍ରାମ୍ = $\frac{254}{1000}$ କିଲୋଗ୍ରାମ୍

$= \left(\frac{200}{1000} + \frac{50}{1000} + \frac{4}{1000}\right)$ କି.ଗ୍ରା.

$= \left(\frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000}\right)$ କି.ଗ୍ରା.

$= 0.254$ କି.ଗ୍ରା.

? ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର (ଗ୍ରାମ୍ $\longleftrightarrow$ କି.ଗ୍ରା.)

465 ଗ୍ରା. = ----------	68 ଗ୍ରା. = ----------	1560 ଗ୍ରା. = ----------
704 ଗ୍ରା. = ----------	--------- = 0.56 କି.ଗ୍ରା.	-----------= 2.5 କି.ଗ୍ରା.

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ 1 ଗ୍ରାମ୍ ଓଜନର ଚାଉଳଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ପରବର୍ତ୍ତୀ ଓଜନର ଚାଉଳର ପରିମାଣ ପୂର୍ବ ପରିମାଣର 10 ଗୁଣାଭାରୀ ଚାଉଳ ପ୍ୟାକେଟ୍ ରଖାଯାଇଛି । ମୋଟ ଚାଉଳର ପରିମାଣ 11.111 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ।

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ,

1 ଗ୍ରାମ୍ = 1000 ମିଲିଗ୍ରାମ୍

ତେଣୁ 1 ମିଲିଗ୍ରାମ୍ = $\frac{1}{1000}$ ଗ୍ରାମ୍ = 0.001 ଗ୍ରାମ୍

ଟଙ୍କା - ପଇସା ହିସାବରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା

ତୁମେ ‘ପଇସା’ ବିଷୟରେ ଶୁଣିଥିବ, 100 ପଇସା, 1 ଟଙ୍କା ସହିତ ସମାନ, ଆମ ପାଖରେ ଟଙ୍କା ନିମନ୍ତେ ମୁଦ୍ରା ଓ ନୋଟ୍ ଅଛି, ବର୍ତ୍ତମାନ ସୁଦ୍ଧା ଆମେ ପଇସା ପାଇଁ ସାଧାରଣତଃ ମୁଦ୍ରା ବ୍ୟବହାର କରୁ । 1 ପଇସା, 2 ପଇସା, 3 ପଇସା, 5 ପଇସା, 10 ପଇସା, 20 ପଇସା, 25 ପଇସା ଓ 50 ପଇସା ପାଇଁ ମୁଦ୍ରା ଥିଲା । 2011 ମସିହାଠାରୁ 25 ପଇସା ଏବଂ ତା’ଠାରୁ କମ୍ ମୂଲ୍ୟର ସମସ୍ତ ମୁଦ୍ରା ଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାରରୁ ବାଦ ଦିଆଯାଇଛି । କିନ୍ତୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ସୁଦ୍ଧା ବିଲ୍, ଆକାଉଣ୍ଟ ବିବରଣୀ ଆଦିରେ ପଇସା ଲେଖାଥିବାର ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ।

1 ଟଙ୍କା = 100 ପଇସା

1 ପଇସା = $\frac{1}{100}$ ଟଙ୍କା = 0.01 ଟଙ୍କା

ପ୍ରତ୍ୟେକ 1 ପଇସା, 1 ଟଙ୍କାର 1 ଶତାଂଶ,

ସେହିପରି, 75 ପଇସା = $\frac{75}{100}$ ଟଙ୍କା

$$=\left(\frac{70}{100}+\frac{5}{100}\right) \text{ଟଙ୍କା}$$

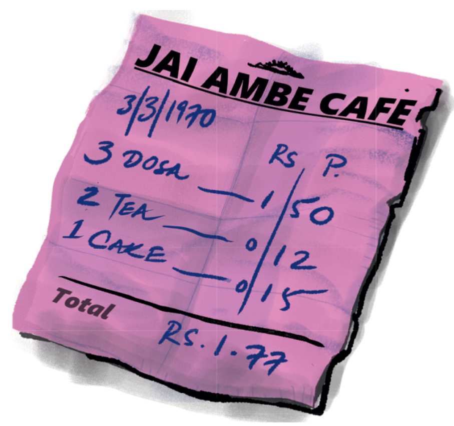
$$=\left(\frac{7}{10}+\frac{5}{100}\right) \text{ଟଙ୍କା}$$

$= 0.75$ ଟଙ୍କା

? ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର । (ଟଙ୍କା ↔ ପଇସା)

10 ପଇସା = ...	.... ପଇସା = ଟ 0.005	.... ପଇସା = ଟ. 0.36
.... = ଟ 0.50	99 ପଇସା = ...	250 ପଇସା = ...

1970 ମସିହାରେ ଏକ ମସଲା ଦୋସାର ମୂଲ୍ୟ ମାତ୍ର 50 ପଇସା, 20-25 ପଇସାରେ ଗୋଟିଏ କଦଳୀ, 2 ପଇସା କିମ୍ବା 3 ପଇସାରେ ମୁଠାଏ ଚକୋଲେଟ୍ ଏବଂ ଟ.2.45 ରେ 1 କି.ଗ୍ରା. ଚାଉଳ ଉପଲବ୍ଧ ଥିଲା ।

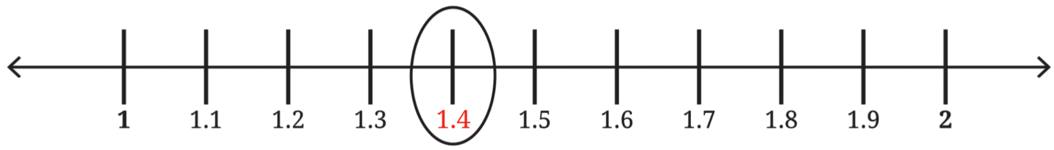


ଘରେ/ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ବୟସ୍କମାନଙ୍କର ପିଲାଦିନରେ ଉପଲବ୍ଧ ବିଭିନ୍ନ ସାମଗ୍ରୀର ମୂଲ୍ୟ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କର । ପୁରୁଣା ମୁଦ୍ରା ଏବଂ ଟିକଟ ସଂଗ୍ରହ କର ।

ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

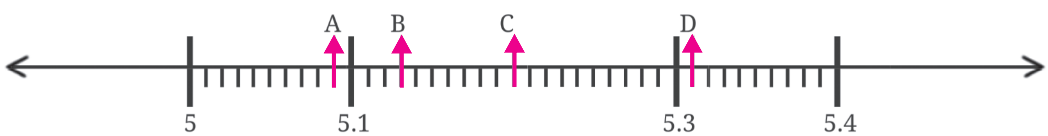
3.6 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଚିହ୍ନଟ ଓ ତୁଳନା

ଆସ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା 1.4 କୁ ବିଚାରକୁ ନେବା । ଏହି ସଂଖ୍ୟାଟି 1 ଓ 2 ମଧ୍ୟରେ ସ୍ଥାନିତ ହେବ । ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ 1 ଓ 2 କୁ 10 ସମାନ ଭାଗରେ ଭାଗ କରି 4 ସମାନ ଭାଗ ନେଲେ ଆମେ 1.4 ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ପାଇପାରିବା ।



? ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ଉପରେ 1 ଓ 1.1 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ଭାଗ ଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।

? ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଥିବା ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକର ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନଟ କର ଏବଂ ଲେଖ ।



ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଶୂନ୍ୟ (0)ର ପହେଳି !

? ସୋନୁ କହିଲା ଯେ 0.2 କୁ ମଧ୍ୟ 0.20, 0.200 ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ, ନୈନା ଭାବିଲା ଯେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଶୂନ (0) ଲେଖିଲେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ମୂଲ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୋଇପାରେ । ତୁମେ କ'ଣ ଭାବୁଛ ?

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖି ଏହାକୁ ଆମେ ଜାଣିପାରିବା ।

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା	ଏକକ	ଦଶାଂଶ	ଶତାଂଶ	ସହସ୍ରାଂଶ
0.2	0	2		
0.20	0	2	0	
0.200	0	2	0	0
0.02	0	0	2	
0.002	0	0	0	2

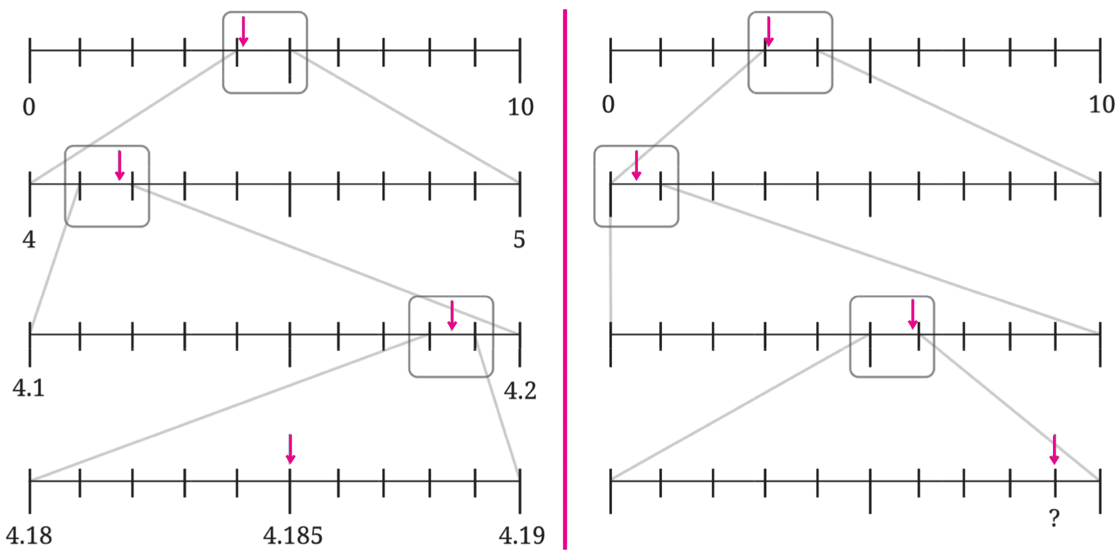
ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ 0.2, 0.20, 0.200 ସମସ୍ତ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସମାନ, ଯେହେତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ 2 ଦଶାଂଶକୁ ସୂଚାଏ । କିନ୍ତୁ 0.2, 0.02 ଏବଂ 0.002 ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

? ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଟି କ୍ଷୁଦ୍ରତର ଏବଂ କେଉଁଟି ବୃହତ୍ତର କହିପାରିବ କି ?

? ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ଅଟନ୍ତି । 4.5, 4.05, 0.405, 4.050, 4.50, 4.005, 04.50

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର (a)ରେ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାକୁ ଦେଖ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାଗକୁ ବିସ୍ତାରିତ କରାଯାଇ ସଂଖ୍ୟା 4.185 କୁ ଚିହ୍ନିତ କରାଯାଇଛି ।

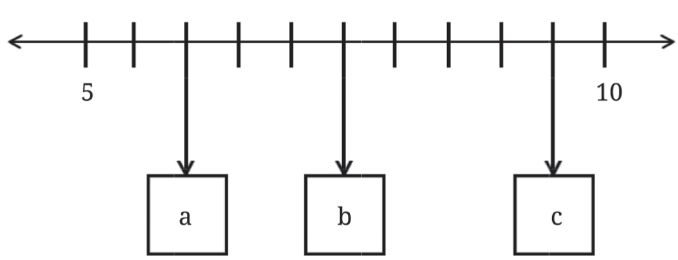
? ଚିତ୍ର (b)ର ଶେଷ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ (?) ସୂଚିତ ଅଂଶଟି କେଉଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଏ ?



(a) (b)

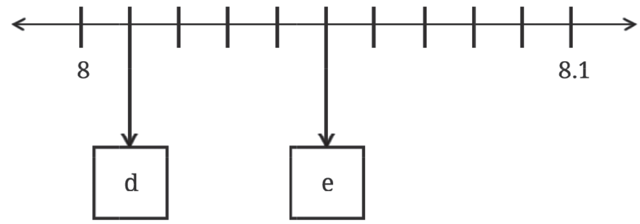
? (a) 9.876 (b) 0.407 କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଚିହ୍ନଟ କର ।

? ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ a, b, c କୋଠରିଗୁଡ଼ିକ କେଉଁ କେଉଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚିତ କରେ ଲେଖ ।



'*b*' କୋଠରିଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା 7.5 କୁ ସୂଚିତ କରେ କିପରି ? ଏଠାରେ 5 ଏକକକୁ, 5 ଓ 10 ମଧ୍ୟରେ ସମାନ 10 ଭାଗ କରାଯାଇଅଛି, ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ 2 ଭାଗ 1 ଏକକ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ 1 ଭାଗ $\frac{1}{2}$ ଏକକ ଅଟେ । '*a*' ଓ '*b*' କୋଠରି କେଉଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଏ ?

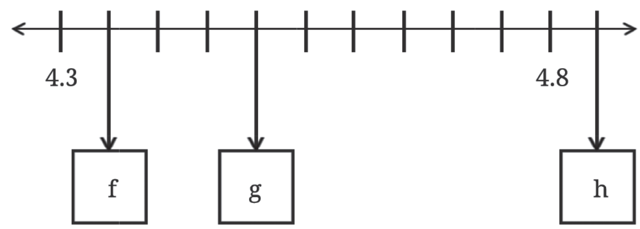
? ସେହିଭଳି ନିମ୍ନ କୋଠରିଗୁଡ଼ିକ କେଉଁ କେଉଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଏ ଲେଖ ।



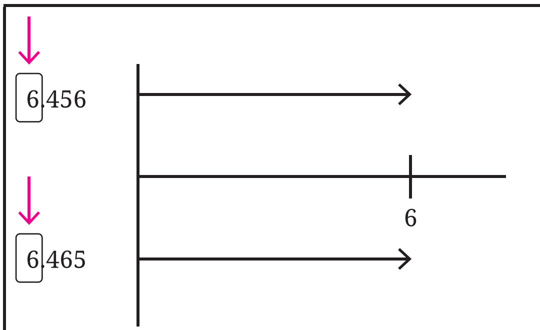
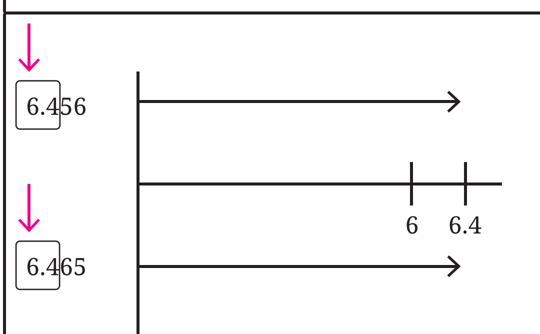
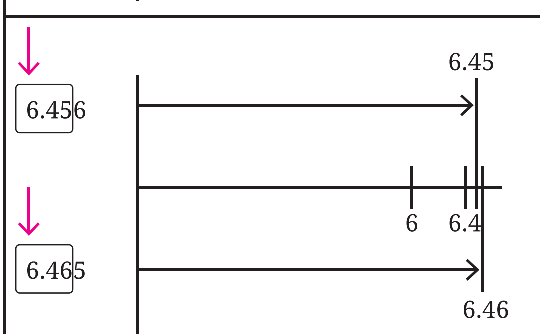
? 6.456 ଓ 6.465 ମଧ୍ୟରେ କେଉଁଟି ବଡ଼ ?

ଏହାର ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ବ୍ୟବହାର କରି ସେଥିରେ ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସ୍ଥାପନ କଲେ କେଉଁଟି ବଡ଼ ସୂଚାଇ ହେବ ।

ଏହାକୁ ମଧ୍ୟ ଆମେ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନର ତୁଳନା ମାଧ୍ୟମରେ କେଉଁଟି ବଡ଼ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।



ଏହି ତୁଳନାକୁ ନିମ୍ନମତେ ସୋପାନ ଅନୁଯାୟୀ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଅଛି ।

	ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଏକକ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ ସମାନ ଅଛି ।
	ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଏକକ ଏବଂ ଦଶାଂଶ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ ସମାନ ଅଛି ।
	ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଏକକ ଏବଂ ଦଶାଂଶ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ ସମାନ ମାତ୍ର ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାରେ ଶତାଂଶ ସ୍ଥାନରେ 6 ଥିଲାବେଳେ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଶତାଂଶ ସ୍ଥାନର 5 ଅଛି ।

ଦୁଇଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ତୁଳନା (ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ସର୍ବାଧିକ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଅନୁଯାୟୀ), ଯଦି ଦୁଇଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସମାନ ଓ ବାମ ପାଖ ଅଙ୍କ ସମାନ, ତେବେ ତା' ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କର ତୁଳନା କରି ବଡ଼ ଅଙ୍କଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ବୋଲି ସ୍ଥିର କରାଯାଏ ।

? ଏହି ଅବସ୍ଥାରେ ଆମେ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନାକୁ ବନ୍ଦ କରିବା କାହିଁକି ? ଆମେ ନିଶ୍ଚିତ କି ଏହାପରେ ଥିବା ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ଆମ ଉତ୍ତରକୁ ପ୍ରଭାବିତ କରିବ ନାହିଁ ।

(ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାରେ ବଡ଼ ଓ ସାନ ସଂଖ୍ୟା, ଜାଣିବାପାଇଁ କିପରି ତୁଳନା କର ମନେ ପକାଅ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ତୁଳନା ବେଳେ କିଛି ବ୍ୟତିକ୍ରମ ଦେଖୁଛ କି ?)

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

କେଉଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଟି ବଡ଼ ?

(a) 1.23 କିମ୍ବା 1.32

(b) 3.81 କିମ୍ବା 13.800

(c) 1.009 କିମ୍ବା 1.090

ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା

ନିମ୍ନ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାର କର ।

0.9, 1.1, 1.01 ଏବଂ 1.11 ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏହି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି 1 ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ । ଆସ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ତୁଳନା କରିବା । ଉପରୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖିଲେ $0.9<1<1.01<1.1<1.11$, ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 1 ର ପରବର୍ତ୍ତୀ 1.01, 1 ଠାରୁ $\frac{10}{100}$ ଅଧିକ, ମାତ୍ର 0.9, 1 ଠାରୁ $\frac{1}{100}$ ସାନ, ତେଣୁ, 1 ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ହେଉଛି 1.01 ।

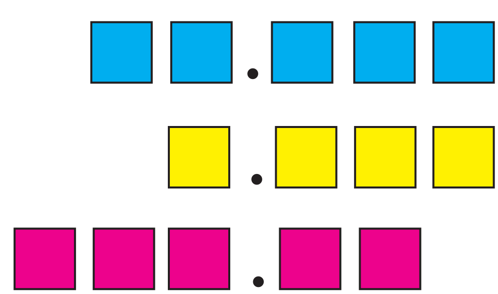
? ଉପରୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି 1.09ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ?

? ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି 4 ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ?

3.56, 3.65, 3.099

? 0.8, 0.69, 1.08 ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି 1 ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ?

? 4, 1, 8, 2 ଓ 5 ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ଥରେ ମାତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ଯେପରିକି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ 25ର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ହେବ ?



ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

3.7 ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ

? ପ୍ରିୟା ତା'ର ସ୍କର୍ଟ ତିଆରି ପାଇଁ 2.7 ମି. ଓ ଶୈଳଜା ତା'ର କୁର୍ତ୍ତି ତିଆରି ପାଇଁ 3.5 ମି. କପଡ଼ା ଦରକାର କରନ୍ତି । ତେବେ ସ୍କର୍ଟ ଓ କୁର୍ତ୍ତୀ ତିଆରି ପାଇଁ ମୋଟରେ କେତେ କପଡ଼ା ଆବଶ୍ୟକ ?

ସମାଧାନ:

ଆମକୁ 2.7 ମିଟର ଓ 3.5 ମିଟରର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ । ପୂର୍ବରୁ ଆମେ $2\frac{7}{10}$ ଓ $3\frac{5}{10}$ ର ଯୋଗ ଜାଣିଛୁ । ଯୋଗର ସେହି ସୋପାନ ଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ କରାଯିବ ।

$$\begin{array}{r} 2\frac{7}{10} \\ +\,3\frac{5}{10} \\ \hline =5\frac{12}{10} \\ =6\frac{2}{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \scriptstyle 1 \\ 2.7 \\ +\,3.5 \\ \hline =6.2 \end{array}$$

∴ ସମୁଦାୟ 6.2 ମି. କପଡ଼ା ଆବଶ୍ୟକ ହେବ ।

? ପ୍ରିୟାଠାରୁ ଶୈଳଜା କପଡ଼ାର ପରିମାଣ କେତେ ଅଧିକ ?

ସମାଧାନ:

ଏଠାରେ 3.5 ଓ 2.7 ମି. ର ବିୟୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଦେଖ

$$\begin{array}{r} 3\frac{5}{10} \\ -\,2\frac{7}{10} \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 2\frac{15}{10} \\ -\,2\frac{7}{10} \\ \hline =0\frac{8}{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3.5 \\ -\,2.7 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} {\scriptstyle 2\ 1} \\ \cancel{3}.5 \\ -\,2.7 \\ \hline =0.8 \end{array}$$

ଆମେ ଜାଣିଲୁ ଯେ ସଂପ୍ରସାରିତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ଏବଂ ବିୟୋଗ ନିମନ୍ତେ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସାଧାରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅବଲମ୍ବନରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ଏବଂ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା କରାଯାଇପାରିବ ।

75.345 ଓ 86.691ର ଯୋଗଫଳ ନିମ୍ନରେ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଅନୁସାରେ ବିସ୍ତୃତ ଭାବେ ଦିଆଗଲା ।

	1×100	1×10 7×10	1×1 5×1	$1 \times \frac{1}{10}$ $3 \times \frac{1}{10}$	$4 \times \frac{1}{100}$	$5 \times \frac{1}{1000}$
+		8×10	6×1	$6 \times \frac{1}{10}$	$9 \times \frac{1}{100}$	$1 \times \frac{1}{1000}$
=	1×100	16×10	12×1	$10 \times \frac{1}{10}$	$13 \times \frac{1}{100}$	$6 \times \frac{1}{1000}$

```
 11 1
 75.345
+86.691
=162.036
```

? 84.691 – 77.345 କୁ ସ୍ଥାନୀୟ ମାନ ଅନୁଯାୟୀ ବିସ୍ତୃତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ବିୟୋଗ କରି ବିୟୋଗ ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଓ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ବିୟୋଗ କର । ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିୟୋଗଫଳର ତୁଳନା କର । **ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର**

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) 5.3 + 2.6 (b) 18 + 8.8

(c) 2.15 + 5.26 (d) 9.01 + 9.10

(e) 29.19 + 9.91 (f) 0.934 + 0.6

(g) 0.75 + 0.03 (h) 6.236 + 0.487

2. ବିୟୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) 5.6 – 2.3 (b) 18 – 8.8

(c) 10.4 – 4.5 (d) 17 – 16.198

(e) 17 – 0.05 (f) 34.505 – 18.1

(g) 9.9 – 9.09 (h) 6.236 – 0.487

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମ

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମଟିକୁ ଦେଖ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ କେତେ ଅଛି କୁହ ?

4.4, 4.8, 5.2, 5.6, 6.0, ...

ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରେ 0.4 ଯୋଗ କଲେ ତା' ପର ସଂଖ୍ୟାଟି ମିଳେ ।

? ଏହି କ୍ରମରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ 3 ଟି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

? ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାକ୍ରମଗୁଡ଼ିକର ପଦ ଗୁଡ଼ିକ ଯେଉଁ କ୍ରମରେ ଅଛନ୍ତି ସେହି କ୍ରମ ଅନୁଯାୟୀ ପରବର୍ତ୍ତୀ 3 ଟି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।
(ମନେ ମନେ ଚିନ୍ତା କରି ମାନସାଙ୍କ ପତ୍ର ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

(a) 4.4, 4.45, 4.5, ..., ..., ... (b) 25.75, 26.25, 26.75, ..., ..., ...

(c) 10.56, 10.67, 10.78, ..., ..., ... (d) 13.5, 16, 18.5, ..., ..., ...

(e) 8.5, 9.4, 10.3, ..., ..., ... (f) 5, 4.95, 4.90, ..., ..., ...

(g) 12.45, 11.95, 11.45, ..., ..., ... (h) 36.5, 33, 29.5, ..., ..., ...

? ତୁମେ ନିଜେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି, ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ କ୍ରମ ଲେଖିବାକୁ କୁହ ।

ଯୋଗଫଳ ଏବଂ ବିୟୋଗଫଳର ପୂର୍ବାନୁମାନ

ସୋନୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ଓ ବିୟୋଗଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ନୀରିକ୍ଷଣ କରୁଥିଲା ଏବଂ କହିଲା "ଦୁଇଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳର ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶଟି ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶ ଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳଠାରୁ ସର୍ବଦା ବଡ଼ ହେବ, ଏବଂ ଏହି ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ସେମାନଙ୍କର ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶର ସମଷ୍ଟିଠାରୁ 2 ଅଧିକ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଠାରୁକମ୍ ହେବ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 25.936 ଏବଂ 8.202 ର ଯୋଗଫଳର ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶ, (25.936 ଏବଂ 8.202 ର ଯୋଗଫଳର ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶ, (25+8)ଠାରୁ ଅଧିକ ହେବ ଏବଂ (25+1)+(8+1) ବା (25+8+2) ଠାରୁ କମ୍ ହେବ ।

? ଏ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ତୁମେ କ'ଣ ଭାବୁଛ ? ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ଏହା ସତ କି ନୁହେଁ ପରୀକ୍ଷା କର ? ଏହା ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? 25.93603259 ଓ 8.202 ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ?

? ସେହିଭଳି ଦୁଇଟି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗଫଳର ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶ ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଂଶ ମଧ୍ୟରେ ଏକ ସଂପର୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଗଣନା କରିବା ପୂର୍ବରୁ ଫଳାଫଳର ପୂର୍ବାନୁମାନ କଲେ ଏହାର ଫଳାଫଳ ଭୁଲ କି ଠିକ୍ ଜାଣିବାରେ ସହାୟକ ହେବ ।

୩.୮ ଦଶମିକ ପ୍ରଣାଳୀ ବିଷୟରେ ଅଧିକ ତଥ୍ୟ

ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ମାପର ଏକକ ବ୍ୟବହାରରେ ତ୍ରୁଟି:

ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ଓ ମାପର ଏକକ ରୂପାନ୍ତରରେ ହେଉଥିବା ଭୁଲଗୁଡ଼ିକ ବେଳେବେଳେ ସାମାନ୍ୟ ମନେହୁଏ କିନ୍ତୁ ଏହା ଗମ୍ଭୀର ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି କରିପାରେ । ଏଠାରେ କିଛି ପ୍ରକୃତରେ ଘଟିଥିବା ଘଟଣା ଲେଖାଅଛି ଯେଉଁଥିରେ ଏପରି ତ୍ରୁଟି ପ୍ରମୁଖ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି କରିଥିଲା ।

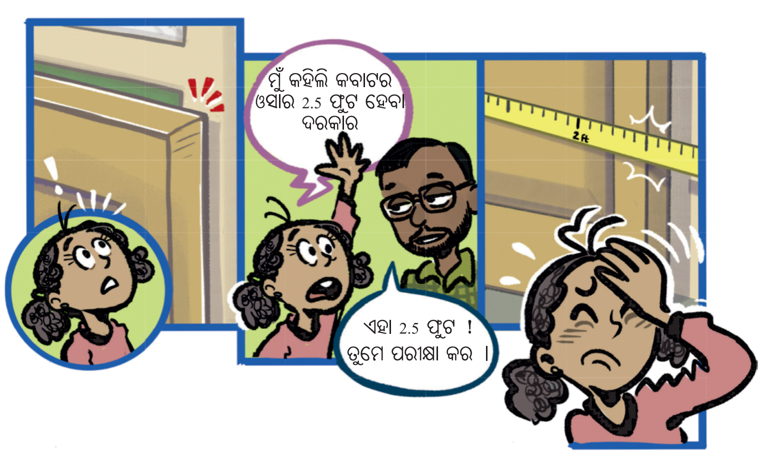
- ଏକଦା ଗୋଟିଏ ଅର୍ଥ କାର୍ଯ୍ୟାଳୟରେ ଭୁଲ୍‌ବଶତଃ ୧.୪୪ ନିୟୁତ ଟଙ୍କା ବଦଳରେ ୧୪୪ ନିୟୁତ ଟଙ୍କା ଗୃହନିର୍ମାଣ ପାଇଁ ସହାୟତା ରାଶି ଦେଇଥିଲେ । କାରଣ ଏହାର ପ୍ରୋଗ୍ରାମିଂ ତ୍ରୁଟି ଥିଲା ।
- 1983 ମସିହାରେ ଥରେ ଏକ ଦଶମିକ ତ୍ରୁଟି ଏୟାର କାନଡ଼ା କମ୍ପାନୀ ବୋଇଙ୍ଗ 767 ପାଇଁ ବିପଦ ଆଣିଥିଲା । ଅଧିଷ୍ଠାନ କର୍ମଚାରୀ ଇନ୍ଧନର ଭୁଲ୍, ହିସାବ ଦେଇ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ପରିମାଣର ପ୍ରାୟ 22300 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ବଦଳରେ 22,300 ପାଉଣ୍ଡ ଇନ୍ଧନ ଭରିଦେଲା (ଏକ ପାଉଣ୍ଡ ~ 0.453 କି.ଗ୍ରା.) । ଯାହା ଫଳରେ ବିମାନଟିର ଇନ୍ଧନ ମଝି ଆକାଶରେ ସରିଗଲା । ଫଳରେ ବିମାନଚାଳକ ଏକ ପରିତ୍ୟକ୍ତ ସ୍ଥାନରେ ବିମାନର ଜରୁରୀକାଳୀନ ଅବତରଣ କରିବାକୁ ବାଧ୍ୟ ହେଲେ । ସୌଭାଗ୍ୟବଶତଃ ସମସ୍ତ ଯାତ୍ରୀ ସୁରକ୍ଷିତ ରହିଲେ ।

ଔଷଧ ଦେବା ସମୟରେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଭୁଲ ପଠନ ଯୋଗୁଁ ଅନେକ ଦୁର୍ଘଟଣା ଘଟିଛି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 0.05 ମିଲିଗ୍ରାମ୍‌କୁ 0.5 ମିଲିଗ୍ରାମ ଭାବରେ ପଢ଼ିବା ଦ୍ୱାରା ଆବଶ୍ୟକ ପରିମାଣଠାରୁ 10 ଗୁଣା ଔଷଧ ଖାଇ ଅସୁସ୍ଥ ହେବାର ନଜିର ରହିଛି । ତେଣୁ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପ୍ରତି ଧ୍ୟାନ ଦେବାର ଯଥେଷ୍ଟ ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି ।

ଭ୍ରାନ୍ତିକର ଦଶମିକ ସଂକେତ

ପାୟଲ ଏକ ବାର୍ତ୍ତା ପାଏ : ବସ ମଧ୍ୟାହ୍ନର 4.5 ଘଣ୍ଟା ପରେ ଷ୍ଟେସନରେ ପହଁଞ୍ଚିବ । ତେବେ ବସଟି କେତେବେଳେ ଷ୍ଟେସନରେ ପହଞ୍ଚିବ : ଅପରାହ୍ନ 4.05, ଅପରାହ୍ନ, 4.5, ଅପରାହ୍ନ 4.25 ।

ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନୁହଁ । ଏଠାରେ 0.5 ଘଣ୍ଟା ଅର୍ଥାତ୍ ଏକ ଘଣ୍ଟାକୁ 10 ସମାନ ଭାଗ କରି ସେଥିମଧ୍ୟରୁ 5 ସମାନ ଭାଗ ନେବା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶ 6 ମିନିଟ୍ (60 ମିନିଟ୍/10) । ଏହିପରି 5 ସମାନ ଭାଗ ଅର୍ଥାତ୍ 30 ମିନିଟ୍ । ତେଣୁ ବସଟି 4.30 ମି.ରେ ପହଞ୍ଚିବ ।



ଏଠାରେ ଏକ ଦଶମିକ ତ୍ରୁଟିର କାହାଣୀ ଅଛି । ଜଣେ ଝିଅ ଏକ ଦ୍ୱାର ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଖୋଲା ସ୍ଥାନର ପ୍ରସ୍ଥ 2 ଫୁଟ 5 ଇଞ୍ଚ ମାପିଲା କିନ୍ତୁ ସେ ଏକ ବଢ଼େଇକୁ 2.5 ଫୁଟ୍ ଚଉଡ଼ାର ଏକ ଦ୍ୱାର ତିଆରି କରିବାକୁ କହିଲା । ବଢ଼େଇଟି 2 ଫୁଟ୍ 6 ଇଞ୍ଚ୍ ଚଉଡ଼ାର କବାଟଟିଏ ତିଆରି କଲା ।

(1 ଫୁଟ = 12 ଇଞ୍ଚ, 0.5 ଫୁଟ = 6 ଇଞ୍ଚ) ଏଣୁ କବାଟଟି ସେହି ସ୍ଥାନରେ ଲାଗିପାରିଲା ନାହିଁ ।

? ଦଶମିକ ପରି ସଙ୍କେତ ସହିତ ତୁମେ ଏପରି ଅଣ-ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଆଉ କେଉଁଠାରେ ଦେଖିଛ କି ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଦଶମିକ ସଙ୍କେତ - ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଇତିହାସ

ଦଶମିକ ଭଗ୍ନାଂଶ (ଅର୍ଥାତ୍ ଭଗ୍ନାଂଶର ହର ଏପରି ଥାଇ $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000} \cdots$) ଏହାର ବ୍ୟବହାର ବହୁତ ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞ, ଜ୍ୟୋତିର୍ବିଜ୍ଞାନୀମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା କରାଯାଉଥିଲା । ଅଷ୍ଟମ ଶତାବ୍ଦୀର ଶ୍ରୀଧରାଚାର୍ଯ୍ୟଙ୍କ ପାଟୀଗଣିତ ଓ ବୀଜଗଣିତରେ ଏହାର ବ୍ୟବହାର ଦେଖାଯାଏ । ଆଧୁନିକ ରୂପରେ ଗଣିତ ମୂଳତଃ ପ୍ରାୟ 950 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ଜଣେ ଆରବ ଗଣିତଜ୍ଞ ଅବୁଲ ହାସନ ଅଲ-ଉଜରିଦିସିଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ରଚିତ କିତାବ ଅଲ-ଫୁସୁଲ ଫି ଅଲ୍-ହିସାବ ଅଲ ହିନ୍ଦୀ (ଭାରତୀୟ ପାଟୀଗଣିତ ଉପରେ ଆଧାରିତ ପୁସ୍ତକ)ରେ ବିସ୍ତାରିତ ଭାବରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଥିଲା । ସେ 0.059375 ସଂଖ୍ୟାକୁ 0059375. ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରିଥିଲେ ।

ପଞ୍ଚଦଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରୁ ଭିନ୍ନ କରିବା ପାଇଁ ଅନେକ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥିଲା:

- ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଅଂଶର ଶେଷ ଅଙ୍କରେ ଏକ ଭୂଲମ୍ବ ଚିହ୍ନ (ଉପରେ ଦେଖାଯାଉଥିବା ପରି)
- ବିଭିନ୍ନ ରଙ୍ଗର ବ୍ୟବହାର ଓ
- ଏକ ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ଅବଧାରଣା (ଧାଡ଼ି ଉପରେ ଲେଖା ବା ମୁଦିତ) ଯାହା ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଏହିପରି ସ୍ଥାନ ଦିଏ (0.36 କୁ 36^{2}) ।

ଷୋଡ଼ଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ ସ୍କଟିସ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ ଜନ୍ ନେପିୟର ଏବଂ ଜର୍ମାନ ଗଣିତଜ୍ଞ କ୍ରିଷ୍ଟୋଫର୍ କ୍ଲାଭିୟସ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ପୃଥକ କରିବାପାଇଁ ବିନ୍ଦୁ ('.') ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ କିନ୍ତୁ ଫ୍ରାନସ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ ଫ୍ରାନ୍‌କୋଇସ ଭିଟେ ଏହା ବଦଳରେ କମା (',') ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ମଧ୍ୟ ଅନେକ ଦେଶ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ପୃଥକ କରିବା ପାଇଁ କମାର ବ୍ୟବହାର କରୁଛନ୍ତି । ଏହି ଦେଶଗୁଡ଼ିକରେ 1,000.5 କୁ 1 000,5 ହିସାବରେ ଲେଖନ୍ତି (ଖାଲିସ୍ଥାନ ଏକ ହଜାରର ବିଭାଜକ ଭାବରେ) କିନ୍ତୁ ଭାରତୀୟ ଲେଖା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ସବୁଠାରୁ ଲୋକପ୍ରିୟ ସଙ୍କେତ ଭାବରେ ରହିଅଛି ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

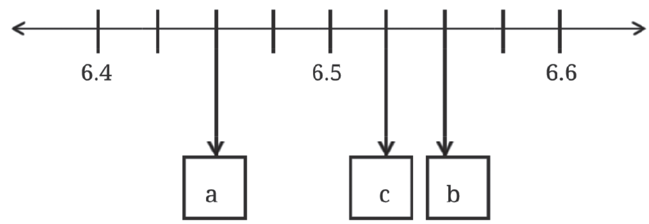
1. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(a) $\frac{5}{100}$ (b) $\frac{16}{1000}$ (c) $\frac{12}{10}$ (d) $\frac{254}{1000}$

2. ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶାଂଶ, ଶତାଂଶ ଓ ସହସ୍ରାଂଶର ଯୋଗଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ?

(a) 0.34 (b) 1.02 (c) 0.8 (d) 0.362

3. ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରରେ ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକ କେଉଁ ଦଶମିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚୀତ କରୁଅଛି ।



4. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଅ ।

(a) 11.01, 1.011, 1.101, 11.10, 1.01

(b) 2.567, 2.675, 2.768, 2.499, 2.698

(c) 4.678 ଗ୍ରାମ୍, 4.595 ଗ୍ରାମ୍, 4.600 ଗ୍ରାମ୍, 4.656 ଗ୍ରାମ୍, 4.666 ଗ୍ରାମ୍

(d) 33.12 ମି., 33.31ମି., 33.133 ମି., 33.331ମି., 33.313ମି.

5. ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା 2, 4, 6 ଏବଂ 8କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଲେଖ ।

(a) 30 ର ନିକଟତମ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା

(b) 100 ଏବଂ 1000 ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବନିମ୍ନ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା

6. ଅଧିକ ଅଙ୍କ ଥିବା ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା, କମ ଅଙ୍କ ଥିବା ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବଡ଼ ହେବ କି ?

7. ଲିସା 0.25 କିଲୋଗ୍ରାମ ବିନ୍ସ, 0.3 କିଲୋଗ୍ରାମ ଗାଜର, 0.5 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ଆଳୁ, 0.2 କିଲୋଗ୍ରାମ୍ କେପ୍ସିକମ୍, 0.05 କିଲୋଗ୍ରାମ ଅଦା କିଣିଲା । ସେ ସମୁଦାୟ ମୋଟ କେତେ ଓଜନର ଜିନିଷ କିଣିଲା ?

8. ଏକ ଦୁଗ୍ଧ ସଂଗ୍ରହ କେନ୍ଦ୍ରକୁ ରହିମ୍ ପ୍ରଥମ ତିନିଦିନରେ 3.79 ଲି, 4.2 ଲି ଏବଂ 4.5 ଲି କ୍ଷୀର ଯୋଗାଇଦିଏ । ଯଦି 6 ଦିନରେ 25 ଲି. କ୍ଷୀର ଯୋଗାଇଥାଏ, ତେବେ ସେ ଶେଷ ତିନିଦିନରେ କେତେ ଲିଟର କ୍ଷୀର ଯୋଗାଇଥିଲା ?

9. ଜାନୁୟାରୀ ମାସରେ ଟିଙ୍କୁର ଓଜନ 35.75 କିଲୋଗ୍ରାମ ଏବଂ ଫେବୃୟାରୀରେ 34.50 କିଲୋଗ୍ରାମ ଥିଲା । ତା'ର ଓଜନ ବୃଦ୍ଧି ନା ହ୍ରାସ ହୋଇଛି ? କେତେ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୋଇଅଛି ?

10. ଅନୁକ୍ରମର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇଟି ପଦ ଲେଖ ।

5.5, 6.4, 6.39, 7.29, 7.28, 6.18, 6.17, ---------, ---------

11. 1 କିଲୋମିଟର କେତେ ମିଲିମିଟର ?

12. ଭାରତୀୟ ରେଳବାଇ ଇ-ଟିକେଟ ସଂଗ୍ରହ କରୁଥିବା ଯାତ୍ରୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଇଚ୍ଛାଧୀନ ଯାତ୍ରା ବୀମା ପ୍ରଦାନ କରେ । ପ୍ରତି ଯାତ୍ରୀଙ୍କ ପାଇଁ ଏହି ବୀମାର ମୂଲ୍ୟ 45 ପଇସା । ଯଦି ଗୋଟିଏ ଦିନରେ 1 ଲକ୍ଷ ଲୋକ ବୀମା କରିବାକୁ ଚାହିଁଥାନ୍ତି ତେବେ ମୋଟ ବୀମା ଦେୟ କେତେ ହେବ ?

13. କେଉଁଟି ବଡ଼ ?

(a) $\frac{10}{1000}$ କିମ୍ବା $\frac{1}{10}$

(b) ଏକ ଶତାଂଶ ଓ 90 ସହସ୍ରାଂଶ

(c) ଏକ ସହସ୍ରାଂଶ ଓ 90 ଶତାଂଶ

14. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ଉଦାହରଣ:-

(a) 87 ଏକ 5 ଦଶାଂଶ ଓ 60 ଶତାଂଶ = 88.10

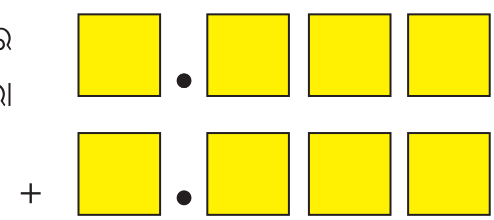
(b) 12 ଦଶ ଓ 12 ଦଶାଂଶ

(c) 10 ଦଶ, 10 ଏକ, 10 ଦଶାଂଶ ଓ 10 ଶତାଂଶ

(d) 25 ଦଶ, 25 ଏକ, 25 ଦଶାଂଶ ଓ 25 ଶତାଂଶ

ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

15. 0 ରୁ 9 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଙ୍କକୁ ଥରେ ମାତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନରେ ଥିବା କୋଠରିଗୁଡ଼ିକ ପୂରଣ କର ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଯୋଗଫଳ 10.5ର ନିକଟତମ ହେବ ।



16. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$ (e) $\frac{1}{5}$ (f) $\frac{4}{5}$

ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

- ଅଧିକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ/ଠିକ୍ ମାପ, ନିର୍ଭୁଲ ମାପ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଏକ ଏକକକୁ ଛୋଟ ଛୋଟ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରିପାରିବା ।
  - ✔ ଆମେ ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ବିସ୍ତାର କଲୁ ଓ ଦେଖିଲୁ ଯେ,
  - ✔ 1 ଏକ = 10 ଦଶାଂଶ (ଦଶ ଭାଗରୁ ଏକ ଭାଗ),
  - ✔ 1 ଦଶାଂଶ = 10 ଶତାଂଶ
  - ✔ 1 ଶତାଂଶ = 10 ସହସ୍ରାଂଶ
  - ✔ 10 ଶତାଂଶ = 1 ଦଶାଂଶ
  - ✔ 100 ଶତାଂଶ = 1 ଏକ
- ଭାରତୀୟ ସ୍ଥାନୀୟମାନ ଲିଖନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଅଂଶକୁ ଏହାର ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଅଂଶରୁ ପୃଥକ କରିବା ପାଇଁ ଏକ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ (.) ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।
- ଆମେ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ତୁଳନା କରିବା, ସେଗୁଡ଼ିକ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ କିପରି ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ଏବଂ ବିୟୋଗ କିପରି କରାଯାଇପାରିବ ତାହା ମଧ୍ୟ ଶିଖିଲୁ ।

ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ

ଅକ୍ଷର ଓ ସଂଖ୍ୟା ମାଧ୍ୟମରେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ

4.1 ବୀଜ ଗଣିତର ସ୍ୱରୂପ

ଆମେ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବିଭିନ୍ନ ଗଣିତ ଅଧ୍ୟୟନ କରିଛନ୍ତି । ସଂଖ୍ୟା ଗଠନର ମୂଳପିଣ୍ଡ ହେଉଛି ଅଙ୍କ । ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ ସଙ୍କେତ ବା ଅକ୍ଷରକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କିପରି ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କ ଓ ସଂରଚନାକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଓ ସୁବ୍ୟବସ୍ଥିତ ଉପାୟରେ ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଇପାରେ, ତାହା ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା ।

ବିଶେଷ କରି ଆମେ ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କ ଓ ସଂରଚନା ଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉପାୟରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇ ପାରିବ ତାହା ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା । ଏହା କିପରି ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କ ଓ ସଂରଚନାକୁ ବୁଝିବାରେ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ କାହିଁକି ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ ଆଧାରିତ ଜାଣିବାରେ ସହାୟକ ହେଉଛି ଜାଣିବା ।

ଉଦାହରଣ - 1 ସୋଫିଆ, ଚନ୍ଦନ ଅପେକ୍ଷା 3 ବର୍ଷ ବଡ଼ । ଯେତେବେଳେ ଚନ୍ଦନର ବୟସ 10 ବର୍ଷ ସୋଫିଆର ବୟସ ସେତେବେଳେ 13 ବର୍ଷ ହେବ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଚନ୍ଦନର ବୟସ 18 ବର୍ଷ । ସୋଫିଆର ବୟସ କେତେ ହେବ ?

ଚନ୍ଦନର ବୟସକୁ ଜାଣି ତୁମେ କିପରି ସୋଫିଆର ବୟସ ଜାଣିବ ?

ସୂଚନା - ସୋଫିଆର ବୟସ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଚନ୍ଦନର ବୟସରେ 3 ଯୋଗ କରିବା ।

ଆମେ ଏହାକୁ ଏକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖି ପାରିବା କି ? ଯେହେତୁ ସୋଫିଆର ବୟସ ଚନ୍ଦନ ବୟସ ଠାରୁ 3 ବର୍ଷ ବଡ଼ ସଂକ୍ଷେପରେ ଲେଖାଯାଇପାରେ ।

ସୋଫିଆର ବୟସ = ଚନ୍ଦନର ବୟସ + 3

ଏହିପରି ଯେକୌଣସି ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ ଲେଖାଯାଇପାରେ । ଉପରୋକ୍ତ ସମ୍ପର୍କରେ ସୋଫିଆର ବୟସ ଓ ଚନ୍ଦନର ବୟସ ପରିବର୍ତ୍ତେ ଏକ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ସଙ୍କେତ ବା ଅକ୍ଷର ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା । ସାଧାରଣତଃ ଏହି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ପାଇଁ ଅକ୍ଷର ବା କ୍ଷୁଦ୍ର ବାକ୍ୟାଂଶ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ ।

ଆସ ଆମେ ଚନ୍ଦନର ବୟସକୁ ଇଂରାଜୀ 'a' (ଅନ୍ୟ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର ମଧ୍ୟ ନିଆଯାଇପାରେ) ଓ ସୋଫିଆର ବୟସକୁ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର 's' ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରିବା ।

ଚନ୍ଦନର ବୟସ	ସୋଫିଆର ବୟସ
4	4 + 3
10	10 + 3
23	23 + 3
?	? + 3
a	a + 3

ଚିତ୍ର 4.1

ତେବେ ସୋଫିଆର ବୟସକୁ $a+3$ ରେ ଦର୍ଶାଯାଇ ପାରିବ ।

ଯଦି a ର ମାନ 23 ହୁଏ (ଚନ୍ଦନର ବୟସ ବର୍ଷରେ)

ତେବେ ସୋଫିଆର ବୟସ କେତେ ହେବ ?

ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ $a+3$ ରେ a ବଦଳରେ 23 ନେଲେ ଆମେ ପାଇବା

$s=23+3=26$ ବର୍ଷ

ଏଠାରେ ସଂଖ୍ୟା ବଦଳରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଥିବା ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର a ଏବଂ s କୁ ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା କହିବା । ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା / ଚଳରାଶିକୁ ନେଇ ଏହିଭଳି ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ କୁହାଯାଏ ।

(ଯେପରି $s=a+3$)

? ସୋଫିଆର ବୟସ ଦିଆଯାଇଛି । ଚନ୍ଦନର ବୟସକୁ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖ ?

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, ସୋଫିଆର ବୟସ, ଚନ୍ଦନ ବୟସ ଠାରୁ 3 ବର୍ଷ ବେଶି ।

ଅନ୍ୟ ଭାଷାରେ ଚନ୍ଦନର ବୟସ, ସୋଫିଆ ବୟସ ଠାରୁ 3 ବର୍ଷ କମ୍ । ଏହାକୁ ଗାଣିତିକ ଭାଷାରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇପାରେ-

ଚନ୍ଦନ ବୟସ = ସୋଫିଆର ବୟସ - 3 ବର୍ଷ

ଯଦି ଆମେ ପୁନର୍ବାର ଚନ୍ଦନର ବୟସକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର a ଓ ସୋଫିଆର ବୟସକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର 's' ବ୍ୟବହାର କରୁ, ତେବେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଟି ହେବ

$a=s-3$ ଅର୍ଥାତ୍ a, s ଠାରୁ 3 କମ୍ ।

? ଯଦି ସୋଫିଆର ବୟସ 20 ବର୍ଷ ହୁଏ, ତେବେ ଏହି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଚନ୍ଦନର ବୟସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

ସୂଚନା :- 's' ସ୍ଥାନରେ 's' ର ମୂଲ୍ୟ 20 ଲେଖ, ଏବଂ ସମାଧାନ କର ।

? **ଉଦାହରଣ 2 :**

ଗୀତା ଦିଆସିଲି କାଠିରେ ଏକ ସଂରଚନା (Pattern) ପ୍ରସ୍ତୁତ କରୁଛି । ସେ ଚିତ୍ର 4.2 ପରି ବାରମ୍ବାର L ସଂରଚନା ପରେ ଆଉ ଗୋଟିଏ L ସଂରଚନା କରୁଛି ।

ଚିତ୍ର 4.2

ଏହିପରି 5 ଟି L ତିଆରି କରିବାକୁ କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ହେବ ?

ଏହା 5×2 ହେବ ।

7 ଟି L ତିଆରି କରିବାକୁ କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ?

ଏହା 7×2 ହେବ ।

45 ଟି L ତିଆରି କରିବାକୁ କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ?

ଏହା 45×2 ହେବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ L ସଂରଚନାର ସଂଖ୍ୟା ଓ ଦିଆସିଲି କାଠି ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ କ'ଣ ?

ଆସ ପ୍ରଥମେ ସମ୍ପର୍କ କିମ୍ବା ସଂରଚନାକୁ ବାଖ୍ୟା କରିବା ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ L ଗଠନ ପାଇଁ 2 ଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ।

ତେଣୁ ଆବଶ୍ୟକ ଦିଆସିଲି କାଠିର ସଂଖ୍ୟା = 2 × ସଂରଚନା 'L' ର ସଂଖ୍ୟା

ବର୍ତ୍ତମାନ 'L' ର ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ଯେକୌଣସି ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷରକୁ ନେଇ ପାରିବା ।

ମନେକର L ର ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ 'n' ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

ତେଣୁ n ଟି L ସଂରଚନା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଦିଆସିଲି କାଠିସଂଖ୍ୟା = $2 \times n$ ହେବ ।

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶ $(2 \times n)$, n ଟି L ସଂରଚନା ପ୍ରସ୍ତୁତି ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ହେଉଥିବା ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଉଛି ।

ଆମେ କେବଳ ସଂରଚନା L ର ସଂଖ୍ୟାକୁ n ରେ ଲେଖିଛୁ ।

ଉଦାହରଣ 3 :

ରାକେଶ ନଡ଼ିଆ, ଗୁଡ଼, ଲଡୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ଯୋଗାଏ । ଗୋଟିଏ ନଡ଼ିଆର ଦାମ 35 ଟଙ୍କା ଏବଂ 1 କି.ଗ୍ରା ଗୁଡ଼ର ଦାମ 60 ଟଙ୍କା ।

ଯଦି ସେ 10 ଟି ନଡ଼ିଆ ଏବଂ 5 କି.ଗ୍ରା ଗୁଡ଼ କିଣନ୍ତି, ତେବେ ସେ କେତେ ଟଙ୍କା ଦେବେ ?

10 ଟି ନଡ଼ିଆର ମୂଲ୍ୟ = 10×35 ଟଙ୍କା

5 କି.ଗ୍ରା ଗୁଡ଼ର ମୂଲ୍ୟ = 5×60 ଟଙ୍କା

ମୋଟ ମୂଲ୍ୟ = (10×35) ଟଙ୍କା + (5×60) ଟଙ୍କା = 350 ଟଙ୍କା + 300 ଟଙ୍କା = 650 ଟଙ୍କା

ଯଦି ସେ 8 ଟି ନଡ଼ିଆ ଏବଂ 9 କି.ଗ୍ରା ଗୁଡ଼ କିଣନ୍ତି, ତେବେ ସେ କେତେ ଟଙ୍କା ଦେବେ ?

ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟକ ନଡ଼ିଆ ଓ ଗୁଡ଼ର ପରିମାଣ ପାଇଁ ସମୁଦାୟ ମୂଲ୍ୟକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖ ।

ଆସ ଏଠାରେ ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କ ଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଏବଂ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଲେଖିବା ।

ଆବଶ୍ୟକ ପରିମାଣ	ସମ୍ପର୍କ	ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ
ନଡ଼ିଆର ମୂଲ୍ୟ	ନଡ଼ିଆ ସଂଖ୍ୟା $\times$ 35	$c \times 35$
ଗୁଡ଼ର ମୂଲ୍ୟ	ଗୁଡ଼ର ପରିମାଣ (କି.ଗ୍ରା.ରେ) $\times$ 60	$j \times 60$

ଏଠାରେ 'c' ନଡ଼ିଆର ସଂଖ୍ୟା ଓ 'j' ଗୁଡ଼ର ପରିମାଣ (କିଲୋଗ୍ରାମ୍) ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି ।

ସମୁଦାୟ ଦେୟ ଟଙ୍କା = ନଡ଼ିଆର ମୂଲ୍ୟ + ଗୁଡ଼ର ମୂଲ୍ୟ

ଅନୁରୂପ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଟି : $c \times 35 + j \times 60$

? ଏହି ପରିପ୍ରକାଶ (ସୂତ୍ର) କୁ ବ୍ୟବହାର କରି 7 ଟି ନଡ଼ିଆ ଓ 4 କିଲୋଗ୍ରାମ ଗୁଡ଼ ପାଇଁ ସମୁଦାୟ ଟଙ୍କା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଧ୍ୟାନ ଦିଅ ଯେ, c ଏବଂ j ର ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟ ବଦଳି ଯାଉଛି ।

ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ ଲେଖିବା ।

$$\boxed{c \times 35} + \boxed{j \times 60}$$

? **ଉଦାହରଣ - 4 :**

ସରଳ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରଣାଳୀ ସହିତ ଆମେ ପରିଚିତ । ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶଟିଏ ଲେଖ ?

ଏକ ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା ଏହାର ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର 4 ଗୁଣ ।

ଯଦି ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରରେ q ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ସୂଚାଏ ।

ତେବେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଟି $4 \times q = 4q$ ହେବ ।

? ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ଏକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 7 ସେ.ମି ହେଲେ ଏହି ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ତାହାର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର ଓ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ସାଧାରଣ ରୂପ ଦେବାରେ ସହାୟକ ହୁଏ । ଏହି ପ୍ରକାର ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କର ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସୂତ୍ର କୁହାଯାଏ ।

? **ନିଜେ କରି ଦେଖ - ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ସୂତ୍ର ଲେଖ ।**

(a) ସମସ୍ତ ବାହୁ ସମାନ ଥିବା ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ସୂତ୍ରଟିଏ ଲେଖ ?

(b) ସୁଷମ ପଞ୍ଚଭୁଜର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ସୂତ୍ରଟିଏ ଲେଖ ?

(c) ସୁଷମ ଷଡଭୁଜର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ସୂତ୍ରଟିଏ ଲେଖ ?

ତିନି ବା ତିନିରୁ ଅଧିକ ବାହୁ ଥିବା କ୍ଷେତ୍ରର ସମସ୍ତ ବାହୁ ସମ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ ତାହାକୁ ସୁଷମ ବହୁଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।

2. ଜନ୍ ପାଖରେ 20 ମିଟର ଲମ୍ବର ଏକ ପାଣି ପାଇପ୍ ଅଛି । ତଥାପି ସେ ନିଜ ବଗିଚାରେ ଜଳସେଚନ ପାଇଁ ଅଧିକ ଲମ୍ବର ପାଇପ୍ ସେଥିରେ ଯୋଡ଼ିବା ପାଇଁ ଚାହୁଁଛନ୍ତି । ତେଣୁ ସେ କିଛି ଲମ୍ବର ପାଇପ୍ ସେଥିରେ ଯୋଡିଲେ, ଯୋଡାଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ପାଇପର ମୋଟ ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖ । ଯୋଡା ଯାଇଥିବା ଅନ୍ୟ ପାଇପ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା 'k' ବ୍ୟବହାର କର ।

3. ରାକେଶ ପାଖରେ 100 ଟଙ୍କା, 20 ଟଙ୍କା ଓ 5 ଟଙ୍କାର କିଛି ନୋଟ୍ ଅଛି । ନୋଟ୍‌ର ସଂଖ୍ୟା ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ସାରଣୀଟିକୁ ପୂରଣ କର ।

100 ଟଙ୍କାର ନୋଟ୍‌ର ସଂଖ୍ୟା	20 ଟଙ୍କାର ନୋଟ୍‌ର ସଂଖ୍ୟା	5 ଟଙ୍କାର ନୋଟ୍‌ର ସଂଖ୍ୟା	ପରିପ୍ରକାଶ ଓ ସମୁଦାୟ ପରିମାଣ
3	5	6	
			$6 \times 100 + 4 \times 20 + 3 \times 5 = 695$
8	4	z	
x	y	z	

4. ଅନିତାର ଏକ ଅଟାକଳ ଅଛି । ଅଟାକଳରେ ଥିବା ରୋଲର ଚାଲିବା ଆରମ୍ଭ କରିବାକୁ 10 ସେକେଣ୍ଡ ସମୟ ନିଏ । ଥରେ ଚାଲିବା ପରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ 1 କି.ଗ୍ରା ଅଟା ପେଷିବା ପାଇଁ ୫ ସେକେଣ୍ଡ ସମୟ ନେଇଥାଏ । ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ପରିପ୍ରକାଶଟି 'y' କିଲୋଗ୍ରାମ ଅଟା ପେଷିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ହେଉଥିବା ସମୟକୁ ସୂଚାଉଛି । (ଆରମ୍ଭରୁ ରୋଲରଟି ବନ୍ଦଥିଲା)

(a) $10 + 8 + y$ (b) $(10 + 8) \times y$
(c) $10 \times 8 \times y$ (d) $10 + 8 \times y$
(e) $10 \times y + 8$

5. ନିଜ ପସନ୍ଦର ଅକ୍ଷର ବ୍ୟବହାର କରି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

(a) ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ 5 ଅଧିକ ।

(b) ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ 4 ଊଣା ।

(c) ଏକ ସଂଖ୍ୟାର 13 ଗୁଣରୁ 2 କମ୍

(d) ଏକ ସଂଖ୍ୟାର 2 ଗୁଣରୁ 13 କମ୍

ଦେଖ – ଯେପରି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ 3 ଅଧିକ ଯଦି ସଂଖ୍ୟାଟି ପାଇଁ (p) ଅକ୍ଷର ନିଆଯାଏ । ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଟି ହେବ $= p+3$

6. ନିମ୍ନଲିଖିତ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସାଧାରଣ ଉକ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।
   ଯେପରି : - $3 \times x + 2$, x ର 3 ଗୁଣରୁ 2 ଅଧିକ ।
   (କ) $8 \times x + 3 \times y$
   (ଖ) $15 \times j - 2 \times k$

7. ନିମ୍ନରେ 2024 ମସିହାର ନଭେମ୍ବର ମାସର କ୍ୟାଲେଣ୍ଡର ଦିଆଯାଇଛି । ପ୍ରଦର୍ଶିତ 2×3 ଗ୍ରୀଡରେ ତାରିଖ ଗୁଡ଼ିକ ଲେଖାଯାଇଛି । ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖ ।
   ନିମ୍ନସ୍ଥ 2×3 ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ତଳ ମଧ୍ୟମ କୋଠରିରେ ତାରିଖକୁ w ଅକ୍ଷର ଦ୍ୱାରା ସୂଚୀତ କରାଯାଇଛି ।

ନଭେମ୍ବର 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

w – 1	w	

4.2 ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ସମୀକ୍ଷା

କେତୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟିକୁ ନେଇ ଆମେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖିବା ଶିଖିଲେ ଏବଂ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ପଢ଼ିବାର ଶୈଳୀ ଜାଣିଲେ । ସମୟ ସମୟରେ ଆମେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଶୈଳୀରେ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ପଢ଼ିଥାଉ । ପରିପ୍ରକାଶର ଠିକ୍ ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ ନିମିତ୍ତ ଆମେ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦ ମାନଙ୍କୁ ଅଦଳବଦଳ କରି ବା ଦଳଭୁକ୍ତ କରି ସୂଚାଇ ଥାଉ ।

ଏଥିପାଇଁ '+' ଏବଂ '–' ଚିହ୍ନ ସହିତ ବନ୍ଧନୀର ମଧ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ । ଚାଲ ଏହି ଧାରଣା ଗୁଡ଼ିକର ଠିକ୍ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଏବଂ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

1. $23 - 10 \times 2$
2. $83 + 28 - 13 + 32$
3. $34 - 14 + 20$
4. $42 + 15 - (8 - 7)$
5. $68 - (18 + 13)$
6. $7 \times 4 + 9 \times 6$
7. $20 + 8 \times (16 - 6)$

ଚାଲ, ପ୍ରଥମ ପରିପ୍ରକାଶଟିର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କରିବା । ପ୍ରଥମେ ପରିପ୍ରକାଶଟିର ପଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା । ଲକ୍ଷ୍ୟକର ସେଥିମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ପଦ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା, କିନ୍ତୁ ଅନ୍ୟପଦଟି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ । ଏଣୁ ଏହି ପଦଟିକୁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କଲାପରେ ଦୁଇଟି ପଦକ ଯୋଗ କରିପାରିବା ।

ଯଥା - $23 - 10 \times 2 = 23 + (-10 \times 2) = 23 + (-20) = 3$

ଆସ ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଏହି ପରିପ୍ରକାଶରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା । ଯଦି ପରିପ୍ରକାଶଟିର ପଦମାନଙ୍କୁ ଅଦଳବଦଳ କରି ସଜାଇ ଲେଖିବା ତେବେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରିବା ସହଜ ହେବ ।

$$83 + 28 - 13 + 32 =$$

$$\boxed{83} + \boxed{28} + \boxed{-13} + \boxed{32}$$

$$= \boxed{70} + \boxed{60} = \boxed{130}$$

ଏବେ ପଞ୍ଚମ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଏହି ପରିପ୍ରକାଶରେ ବନ୍ଧନୀ ବାହାରେ '–' ଫେଡାଣ ଚିହ୍ନ ଅଛି । ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇ ପାରିବ । ପ୍ରଥମେ ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ସମାଧାନ କର । (ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସମାଧାନ ପରି)

ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଉପଯୁକ୍ତ ଶୈଳୀରେ ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କରି (ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସମାଧାନ ପରି) ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କରିପାରିବା ।

ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱର ସମାଧାନ ପ୍ରଣାଳୀ

$$= \boxed{68} + \boxed{-(18 + 13)}$$

$$= \boxed{68} + \boxed{-31}$$

$$= \boxed{37}$$

ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱର ସମାଧାନ ପ୍ରଣାଳୀ

$$= \boxed{68} + \boxed{-(18 + 13)}$$

$$= \boxed{68} + \boxed{-18} + \boxed{-13}$$

$$= \boxed{50} + \boxed{-13} = \boxed{37}$$

ଏହିପରି କୌଶଳ ଅବଲମ୍ବନ କରି ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା ଧ୍ରୁବକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ ହେବାପରେ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପିତ ହୋଇଥାଏ । ଉଦାହରଣ-1ରେ ଚନ୍ଦନର ବୟସ 23 ବର୍ଷ ହୋଇଥିବା ସମୟରେ ସୋଫିଆର ବୟସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନିମନ୍ତେ $a+3$ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା a ବଦଳରେ 23 ବ୍ୟବହାର କରିବା ପରେ ପରିପ୍ରକାଶ $a+3$ ର ମୂଲ୍ୟ 26 ହେଲା ।

4.3 ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଗୁଣନ ଚିହ୍ନର ଅପସାରଣ

ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...

ଏହି ସଂରଚନା (Pattern) ଟି କିପରି ଅଛି, ଆସ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ।

ସୂଚନା :- ଏଠାରେ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମ 4 ର ଗୁଣିତକ ଭାବରେ ବଢ଼ିବଢ଼ି ଚାଲିଛି ।

ଅନୁକ୍ରମର 3ୟ ପଦଟି କେତେ ? ଏହା 4×3 ଅଟେ ।

ଅନୁକ୍ରମର 29 ତମ ପଦଟି କେତେ ? ଏହା 4×29 ଅଟେ ।

? ଅନୁକ୍ରମର n ତମ ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଟି ଲେଖ ।

(ଏଠାରେ 'n' ଏକ ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ଅନୁକ୍ରମର ଏକ ସ୍ଥାନକୁ ସୂଚିତ କରୁଛି)

ଯେହେତୁ ଏହା 4 ର ଗୁଣିତକର କ୍ରମ ଅଟେ । ଏହା ଦେଖାଯାଇପାରେ ଯେ n ତମ ପଦଟି n ର 4 ଗୁଣ ହେବ $= 4 \times n$ ଏକ ପ୍ରଚଳିତ ଅଭ୍ୟାସ ଅନୁଯାୟୀ ସଂକ୍ଷେପରେ $4 \times n$ କୁ ଗୁଣନ ଚିହ୍ନ ବାଦ୍ ଦେଇ $4n$ ଲେଖିଥାଉ । ଆମେ ପ୍ରଥମେ ଧ୍ରୁବକ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖି ତା'ପରେ ଅକ୍ଷର ଲେଖୁ ।

7k ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଯେତେବେଳେ $k = 4$ ଏଠାରେ $7k$ ର ମୂଲ୍ୟ ହେବ $7 \times 4 = 28$ କିନ୍ତୁ 74 ହେବ ନାହିଁ । $m = 2$ ହେଲେ । $5m + 3$ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

ଯେହେତୁ $5m = 5 \times m$ ତେଣୁ $m = 2$ ବେଳେ

ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ହେବ $5 \times 2 + 3 = 10 + 3 = 13$

ଭୁଲ ଚିହ୍ନଟ କର ଓ ସଂଶୋଧନ କର :

ନିମ୍ନରେ କିଛି ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ସରଳୀକରଣ ନିମନ୍ତେ ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ ତାହାର ସାଂଖ୍ୟିକ ମୂଲ୍ୟକୁ ନେଇ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଛି ।

1. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତିକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କର । ଭୁଲ ଅଛି କି ନାହିଁ ଚିହ୍ନଟ କର ।
2. ଯଦି ଉକ୍ତିଟି ଭୁଲ ଅଛି ବୋଲି ଭାବୁଛ । ତେବେ ତାହା କ'ଣ ପାଇଁ ଭୁଲ ହେଲା ବୁଝାଅ ।
3. ଭୁଲର ସଂଶୋଧନ କର ଏବଂ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

1 ଯଦି $a = (-4)$
ତେବେ $10 - a = 6$

2 ଯଦି $d = 6$
ତେବେ $3d = 36$

3 ଯଦି $s = 7$
ତେବେ $3s - 2 - 15$

4. ଯଦି $r = 8$
   ତେବେ $2r + 1 = 29$

5. ଯଦି $j = 5$
   ତେବେ $2j = 10$

6. ଯଦି $m = -6$
   ତେବେ $3(m+1) = 19$

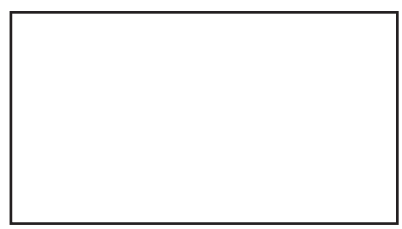
7. ଯଦି $f = 3, g = 1$
   ତେବେ $2f - 2g = 2$

8. ଯଦି $t = 4, b = 3$
   ତେବେ $2t + b = 24$

9. ଯଦି $h = 5, n = 6$
   ତେବେ $h - (3 - n) = 4$

4.4 ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ସରଳୀକରଣ

ପୂର୍ବରୁ ଆମେ କେତେକ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଛନ୍ତି । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏକ ଆୟତ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଖୋଜିବା ।



ପୂର୍ବପରି ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଜଣାଥିଲେ । ତା'ର ପରିସୀମା କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ।

ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା, ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ + ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥକୁ ଯଥାକ୍ରମେ l ଓ b ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଉ ଏବଂ 'p' ପରିସୀମାକୁ ସୂଚିତ କରୁ ।

ତେବେ ଆମେ ପାଇବା $p = l + b + l + b$

ଯେହେତୁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ପଦ ଗୁଡ଼ିକ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଯୋଗ କରାଯାଇପାରେ ।

ତେଣୁ ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ନିମ୍ନ ମତେ ଲେଖାଯାଇ ପାରିବ ।

$$l + l + b + b$$

$= 2 \times l + 2 \times b$ ($l + l = 2 \times l$ ଏବଂ $b + b = 2 \times b$)

ତେଣୁ $p = 2l + 2b$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ପ୍ରଥମ ପରିପ୍ରକାଶ $l + b + l + b$ ଓ ଶେଷ ପରିପ୍ରକାଶ $2l + 2b$ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଦେଖାଯାଉଛନ୍ତି । କିନ୍ତୁ ସେମାନଙ୍କର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ହେବ କାରଣ ଆମେ ସାଂଖ୍ୟିକ ପରିପ୍ରକାଶ ନିମନ୍ତେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ନିୟମ ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅନୁସରଣ କରି ପ୍ରଥମ ପରିପ୍ରକାଶରୁ ଶେଷ ପରିପ୍ରକାଶଟି ପାଇଛନ୍ତି । ଏଠାରେ ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା ବଦଳରେ ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ନେଲେ ଉଭୟ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ - ଯଦି $l = 3$ ଏବଂ $b = 4$ ହୁଏ ତେବେ

$l + b + l + b = 3+4+3+4 = 14$ ଏବଂ

$2l + 2b = 2 \times 3 + 2 \times 4 = 6 + 8 = 14$

$l + b + l + b$ ର ସରଳୀକୃତ ରୂପ ହେଉଛି $2l + 2b = 2\,(l + b)$

ଉଦାହରଣ – 5 ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀରେ ଗୋଟିଏ ଦୋକାନରେ ବିକ୍ରି ହୋଇଥିବା ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଓ ରବର ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଯାଇଛି । ଗୋଟିଏ ପେନସିଲ୍‌ର ଦାମ 'c' ଏବଂ ଗୋଟିଏ ରବରର ଦାମ 'd' ଏହି ତିନିଦିନରେ ଦୋକାନୀ କେତେ ଟଙ୍କା ରୋଜଗାର କରିବ ।

	ପ୍ରଥମ ଦିନ	ଦ୍ୱିତୀୟଦିନ	ତୃତୀୟଦିନ
ଗୋଟିଏ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ଦାମ 'c'	5	3	10
ଗୋଟିଏ ରବରର ଦାମ୍ 'd'	4	6	1

ଆସ ପ୍ରଥମେ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରିକରି ଦୋକାନୀ କେତେ ଆୟ କଲେ ଜାଣିବା ।

ପ୍ରଥମ ଦିନ ପେନ୍‌ସିଲ ବିକ୍ରି କରି ଦୋକାନୀ ପାଇଥିବା ଟଙ୍କା ହେଉଛି $5c$ ସେହିପରି ଦ୍ୱିତୀୟଦିନ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବିକ୍ରିକରି ଦୋକାନୀ ପାଇଥିବା ଟଙ୍କା ହେଉଛି = ________________

ଏବଂ ତୃତୀୟ ଦିନ ପେନ୍‌ସିଲ ବିକ୍ରି କରି ଦୋକାନୀ ପାଇଥିବା ଟଙ୍କା ହେଉଛି = ________________

ପେନ୍‌ସିଲ ବିକ୍ରିଦ୍ୱାରା ହୋଇଥିବା ମୋଟ ଆୟ = $5c + 3c + 10c$ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସରଳକରି ପଦ ସଂଖ୍ୟା କମ୍ କରି ହେବ କି ? 5 ଟି c , 3 ଟି c ଓ 10 ଟି c ର ଯୋଗଫଳ ପରିପ୍ରକାଶ $5c + 3c + 10c$ ର ଅର୍ଥକୁ ବୁଝାଉଛି । ତେଣୁ 18 ଟି c ର ଯୋଗ କରାଯାଇଛି । $(5+3+10)c$ । ଏଠାରେ ଆମେ ଗୁଣନର ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ ।

ତେଣୁ $5 \times c + 3 \times c + 10 \times c = (5 + 3 + 10) \times c$

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସରଳୀକରଣ କଲେ ପାଇବା

$(5 + 3 + 10) \times c = 18 \times c = 18\,c.$

ଯଦି $c =$ ₹50, ତେବେ ପେନ୍‌ସିଲ ବିକ୍ରିରୁ କେତେ ଆୟ ହେବ ?

ତିନିଦିନରେ ରବର ବିକ୍ରିକରି ଦୋକାନୀ ପାଇଥିବା ମୋଟ ଟଙ୍କାକୁ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖ । ତା'ପରେ ଏହି ପରିପ୍ରକାଶର ସରଳୀକରଣ କର ?

ଏହି ତିନିଦିନରେ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ଓ ରବର ବିକ୍ରିକରି ଆୟ କରିଥିବା ମୋଟ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ ହେବ : $18c + 11d$

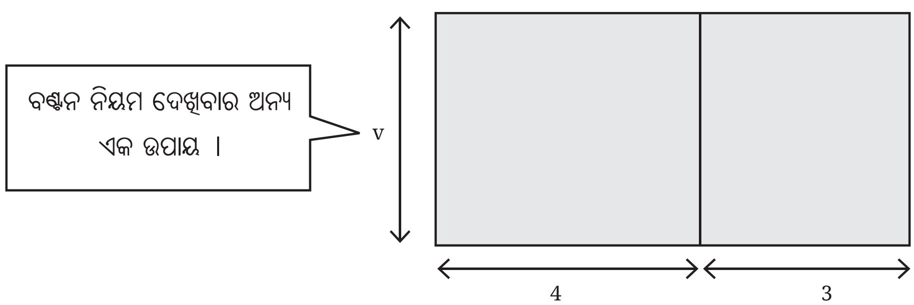
? $18c + 11d$ କୁ ଆଉ ଅଧିକ ସରଳୀକରଣ କରାଯାଇପାରିବ କି ?

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ ଅଧିକ ସରଳୀକରଣ କରିବା ପାଇଁ କୌଣସି ଉପାୟ ନାହିଁ । କାରଣ ଏଥିରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା ଅଛି । ଏହା ସରଳୀକୃତ ରୂପରେ ହିଁ ଅଛି ।

ଏହି ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟାରେ $5c + 3c + 10c$ ପରିପ୍ରକାଶଟିକୁ $18c$ ରୂପେ ସରଳୀକୃତ ହେବାର ଦେଖିଲୁ ।

? c ର ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ଏହି ଦୁଇ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ହେଉଥିବାର ପରୀକ୍ଷା କର ।

? **ଉଦାହରଣ 6 -** ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଇଲା ଭଳି ଏକ ବଡ଼ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଦୁଇଟି ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । (ଛୋଟ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 4 ଏକକ ଓ 3 ଏକକ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକର ପ୍ରସ୍ଥ 'v' ଏକକ)



ଏଠାରେ ଛୋଟ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଯଥାକ୍ରମେ

$4v$ ବର୍ଗ ଏକକ ଓ $3v$ ବର୍ଗ ଏକକ

ବଡ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇ ପାରେ ।

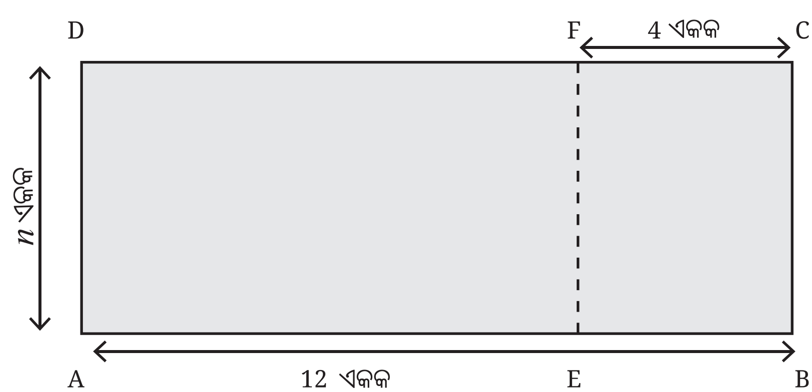
(i) ଦୁଇଟି ପାର୍ଶ୍ୱର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଯଥାକ୍ରମେ 'v' ଏବଂ $(4+3)$ ଏକକ ଭାବେ ବ୍ୟବହାର କରି ।

(ii) ଦୁଇଟି ଛୋଟ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ସିଧାସଳଖ ଯୋଗ କରି ପ୍ରଥମ ଉପାୟରେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $7v$ ବର୍ଗ ଏକକ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଉପାୟରେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $(4v + 3v)$ ବର୍ଗ ଏକକ ହେବ ।

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ $4v + 3v = 7v$ ଏହା ବଡ଼ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଆବଶ୍ୟକୀୟ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକାଶ । ପୂର୍ବପରି ଏକ ବଡ଼ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ନିମ୍ନରେ ଦେଖାଯାଉଥିବା ପରି ଦୁଇଟି ଛୋଟ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି ।

AEFD ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ପରିପ୍ରକାଶଟି ଲେଖ ।

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ AEFD ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ନିମ୍ନମତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରେ ।



(i) ସିଧାସଳଖ ଦୁଇ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ n ଏକକ ଏବଂ $(12-4)$ ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରି ।

(ii) ABCD ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳରୁ EBCF ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ବିୟୋଗ କରି । ପ୍ରଥମ ଉପାୟରେ AEFD ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରରେ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $8 \times n$ ବର୍ଗ ଏକକ ପାଇବା । ଦ୍ୱିତୀୟ ଉପାୟରେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $(12n-4n)$ ବର୍ଗ ଏକକ ହେବ । ଏହି ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ଅଟେ ।

ଯେହେତୁ $12n - 4n = 8n$ ବର୍ଗ ଏକକ । ଏହା ହେଉଛି AEFD ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ $(5c, c, 10c)$ ଏବଂ $\{12n, (-4n)\}$ ପଦଗୁଡ଼ିକସମାନ ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ । ଏଗୁଡ଼ିକୁ ସଦୃଶ ପଦ କୁହାଯାଏ ।

$\{18c, 11d\}$ ରେ ପଦଗୁଡ଼ିକ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚୀତ ହୋଇଥିବାରୁ ଏହି ଦୁଇଟି ପଦକୁ ଅସଦୃଶ ପଦ କହନ୍ତି ।

ସଦୃଶ ପଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ର କରି ଯୋଗକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ସରଳୀକୃତ କରି ଗୋଟିଏ ପଦରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

? **ଉଦାହରଣ - 7 :** ଜଣେ ଦୋକାନୀ ବ୍ୟବହାର କରିବା ପାଇଁ ଚେୟାର ଏବଂ ଟେବୁଲ ଭଡ଼ାରେ ଦିଅନ୍ତି ସେଗୁଡ଼ିକର ଦୈନିକ (ଏକ ଦିନର) ବ୍ୟବହାର ପାଇଁ ଭଡ଼ା ବାବଦରେ ପ୍ରତି ଚେୟାର ଓ ଟେବୁଲ ପାଇଁ ନିମ୍ନ ପରିମାଣର ଦେୟ ଅଗ୍ରୀମ ପ୍ରଦାନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ସାମଗ୍ରୀ	ଗୋଟାପ୍ରତି ଦୈନିକ ଭଡ଼ା ପରିମାଣ
ଚେୟାର	40 ଟଙ୍କା
ଟେବୁଲ	75 ଟଙ୍କା

ଯେତେବେଳେ ଗ୍ରାହକ ଆସବାବ ପତ୍ର (ଚେୟାର ଟେବୁଲ) ଫେରସ୍ତ ଦିଅନ୍ତି ଦୋକାନୀ ନିମ୍ନମତେ କିଛି ଟଙ୍କା ଫେରସ୍ତ ଦିଅନ୍ତି ।

ସାମଗ୍ରୀ	ସାମଗ୍ରୀ ପ୍ରତି ଫେରସ୍ତ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ
ଚେୟାର	6 ଟଙ୍କା
ଟେବୁଲ	10 ଟଙ୍କା

ଯଦି x ସଂଖ୍ୟକ ଚେୟାର ଏବଂ y ସଂଖ୍ୟକ ଟେବୁଲ ଭଡ଼ାରେ ନିଆଯାଏ । ତେବେ ମୋଟ ଦେୟର ପରିମାଣକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖ ।

ପ୍ରଥମରୁ ନିଆଯାଇଥିବା x ସଂଖ୍ୟକ ଚେୟାର ଓ y ସଂଖ୍ୟକ ଟେବୁଲ ପାଇଁ ମୋଟ ଅଗ୍ରୀମ ଦେୟରାଶି ଏବଂ ଆସବାବ ପତ୍ର ଫେରାଇବା ପରେ ମୋଟ ଫେରସ୍ତ ରାଶି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

? ଏହି ଟଙ୍କା ପରିମାଣ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଗାଣିତକ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କର ପ୍ରାରମ୍ଭରେ ଅଗ୍ରୀମ ପ୍ରଦାନ କରାଯାଇଥିବା ମୋଟ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ ହେଉଛି $40x + 75y$ ଏବଂ ଫେରସ୍ତ ପାଇଥିବା ମୋଟ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣ $6x + 10y$ ତେଣୁ ମୋଟ ଦେୟ ପରିମାଣ $(40x + 75y) - (6x + 10y)$

ଗାଣିତିକ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ଆମେ ଏହି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସରଳ କରିପାରିବା କି ? ଯଦି ହଁ, କିପରି ? ଯଦି ନୁହେଁ, କାହିଁକି ନୁହେଁ ?

ଏକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ କିପରି ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କରାଯାଏ ମନେ ପକାଇବା । ସେହି ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ଏଠାରେ ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କରିବା ।

$$(40x + 75y) - (6x + 10y) = 40x + 75y - 6x - 10y$$

ଯେହେତୁ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଯୋଗ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

ଏଣୁ ପରିପ୍ରକାଶଟି ହେବ $40x + 75y + (-6x) + (-10y)$

ନିମ୍ନ ମତେ ସଦୃଶ ପଦ ଗୁଡ଼ିକ ଏକତ୍ରିତ କରି ପାରିବା ।

$$40x + (-6x) + 75y + (-10y)$$

$$= (40 - 6)x + (75 - 10)y$$

$$= 34x + 65\,y$$

$(40x + 75y) - (6x + 10y)$ ର ସରଳୀକୃତ ପରିପ୍ରକାଶ ହେଉଛି :

$34x + 65y$ ଯାହାକି ମୋଟ ଦେୟ ଟଙ୍କାର ପରିମାଣକୁ ସୂଚୀତ କରୁଛି ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଆମେ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ପରିପ୍ରକାଶ $(40x + 75y) + (-6x - 10y)$ ଭାବେ ଲେଖିପାରିବା କି ?

ଉଦାହରଣ - 8 ମଧୁ ପ୍ରତିଯୋଗିତାର ତିନିରାଉଣ୍ଡରେ ଭାଗ ନେଇ ପାଇଥିବା ମାର୍କ ଗୁଡ଼ିକ ଯଥାକ୍ରମେ $7p - 3q$, $8p - 4q$ ଏବଂ $6p - 2q$

ଯେଉଁଠାରେ p ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟାଟି ଗୋଟିଏ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ପାଇଁ ମାର୍କ ସୂଚାଉଛି ଏବଂ q ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟାଟି ଗୋଟିଏ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ପାଇଁ କାଟି ଦିଆଯାଉଥିବା ମାର୍କକୁ ସୂଚାଉଛି ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶ କେଉଁ ଅର୍ଥକୁ ବୁଝାଉଛି ?

ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ପାଇଁ 4 ମାର୍କ $(p = 4)$ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୁଲ ଉତ୍ତର ପାଇଁ 1 ମାର୍କ $(q = 1)$ କାଟି ଦିଆଯାଏ ତେବେ ମଧୁ ପ୍ରଥମ ରାଉଣ୍ଡରେ କେତେ ମାର୍କ ପାଇଛି ।

ପ୍ରଥମ ରାଉଣ୍ଡରେ ମଧୁ ପାଇଥିବା ମୋଟ ମାର୍କ

$7p - 3q = 7 \times 4 - 3 \times 1$

ଆମେ ଏହାକୁ 2 ଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଲେଖି ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

$7 \times 4 - 3 \times 1 = 7 \times 4 + (-3) \times 1$

$= 28 + (-3) = 25$

ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ ରାଉଣ୍ଡରେ ମଧୁ ପାଇଥିବା ମୋଟ ମାର୍କ କେତେ ?

ଯଦି ଭୁଲ ଉତ୍ତର ପାଇଁ କୌଣସି ମାର୍କ କଟି ନଥାନ୍ତା ତେବେ କ'ଣ ହୋଇଥାନ୍ତା ।

ସେହି ପରିସ୍ଥିତିରେ q ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ହେବ ?

ପ୍ରଥମ ପରିସ୍ଥିତିରେ ତିନିରାଉଣ୍ଡର ପରିସମାପ୍ତି ପରେ ମଧୁ କେତେ ମାର୍କ ପାଇବ ।

ତିନିରାଉଣ୍ଡ ପରେ ମଧୁର ମୋଟ ମାର୍କ ତିନିରାଉଣ୍ଡରେ ପାଇଥିବା ମାର୍କର ସମଷ୍ଟି ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

$(7p - 3q) + (8p - 4q) + (6p - 2q)$

ଯେହେତୁ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦ ଗୁଡିକୁ ଯେ କୌଣସି କ୍ରମରେ ଯୋଗକରାଯାଇ ପାରିବ, ତେଣୁ ବନ୍ଧନୀର ଅପସାରଣ କରି ଲେଖିବା ।

$7p + (-3q) + 8p + (-4q) + 6p + (-2q)$

$= 7p + 8p + 6p + (-3q) + (-4q) + (-2q)$

(ପଦ ଗୁଡିକର କ୍ରମ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି ଓ ସଦୃଶ ପଦ ମାନଙ୍କୁ ଦଳଭୁକ୍ତ କରି)

$= (7+8+6)p + \{-(3+4+2)\}\, q$

$= 21p + (-9q)$

$= 21p - 9q$

ତିନି ରାଉଣ୍ଡର ପରିସମାପ୍ତି ପରେ ମଧୁ ପାଇଥିବା ମୋଟ ମାର୍କ $21p - 9q$, ତା'ର ସାଙ୍ଗ ନକୁଳ ସେହି ତିନି ରାଉଣ୍ଡ ପରିସମାପ୍ତିପରେ ପାଇଥିବା ମାର୍କ $23p - 7q$ ହେବ ।

? ତିନି ରାଉଣ୍ଡର ସମାପ୍ତିପରେ ନକୁଳ ପାଇଥିବା ମୋଟ ମାର୍କ $23p - 7q$ ହେବା ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ରାଉଣ୍ଡର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ମାର୍କ କେତେ କେତେ ହୋଇପାରେ ।

? ମଧୁ ଓ ନକୁଳ ମଧ୍ୟରେ କିଏ ଅଧିକ ମାର୍କ ରଖିଛି । ଆମେ କହିପାରିବା କି ? ଯଦି ନୁହେଁ ଏହାର କାରଣ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିପାରିବ କି ? ମଧୁ ଠାରୁ ନକୁଳ କେତେ ମାର୍କ ଅଧିକ ରଖିଛି ? ଦୁଇଟି ମୂଲ୍ୟାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ, ଏହା ସହଜରେ ଜଣାପଡିବ ।

$(23p - 7q) - (21p - 9q)$

? ଏହିପରି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଆହୁରି ସରଳ କର ।

? **ଉଦାହରଣ-୨:** $4(x + y) - y$ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସରଳ କର ।

ବଣ୍ଟନ ନିୟମର ପ୍ରୟୋଗ କରି ଏହି ପରିପ୍ରକାଶର ସରଳୀ କରଣ କରି ହେବ ।

$$\begin{aligned} 4(x + y) - y &= 4x + 4y - y \\ &= 4x + 4y + (-y) \\ &= 4x + 3y \end{aligned}$$

ଉଦାହରଣ - 10

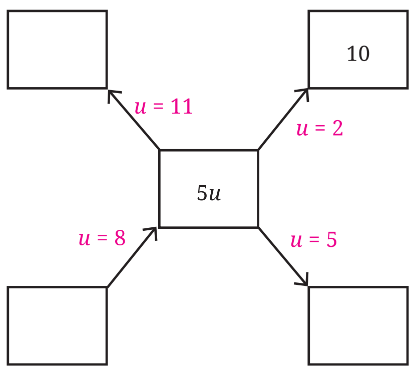
ପରିପ୍ରକାଶ $5u$ ଏବଂ $5 + u$ ର ମାନ ସମାନ କି ?

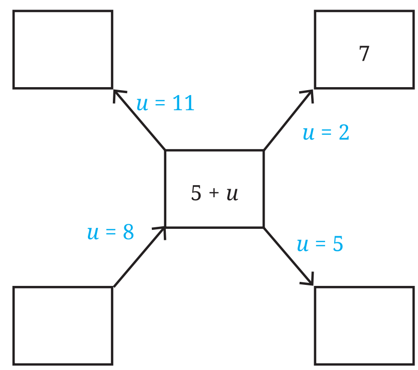
ପରିପ୍ରକାଶ $5u$ ର ଅର୍ଥ u ର 5 ଗୁଣକୁ ବୁଝାଏ ଏବଂ $5 + u$ ପରିପ୍ରକାଶର ଅର୍ଥ u ଠାରୁ 5 ଅଧିକ, ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶରେ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଭିନ୍ନ ଥିବାରୁ u ର ସମସ୍ତ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ମିଳିବ ।

ଚାଲ ପରୀକ୍ଷା କରିବା

u ର ମୂଲ୍ୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଉଦାହରଣ ଦେଖି ଖାଲି କୋଠରି ପୂରଣ କର ।

$5u$ ଏବଂ $5 + u$ ର ମୂଲ୍ୟକୁ ତୁଳନା କର ।





ଏହି ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଖାଲିସ୍ଥାନକୁ ପୂରଣ କରିବା ପରେ u ର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ $5u$ ଏବଂ $5 + u$ ର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ କି ? ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ $5u$ ଓ $5 + u$ ର ମାନ ସମାନ ହେବ ନାହିଁ ।

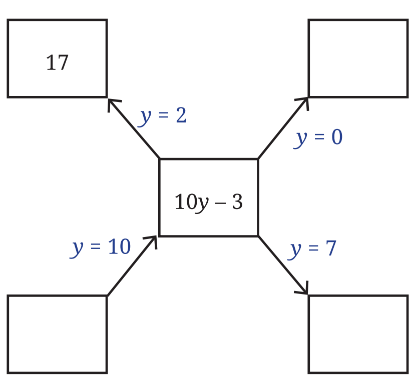
ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

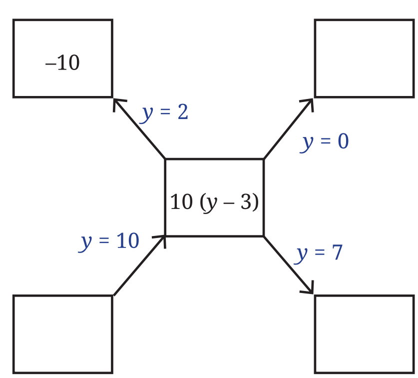
ପରିପ୍ରକାଶ $10y - 3$ ଏବଂ $10(y - 3)$ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସମାନ କି ?

$10 \times y - 3$ ପାଇଁ ସଂକ୍ଷେପରେ $10y - 3$ ଲେଖାଯାଏ । ଏହାର ଅର୍ଥ y ର 10 ଗୁଣ ଠାରୁ 3 କମ୍ ।

$10 \times (y - 3)$ ପାଇଁ ସଂକ୍ଷେପରେ $10(y - 3)$ ଲେଖାଯାଇଛି । ଏହାର ଅର୍ଥ y ଠାରୁ 3 କମ୍ ସଂଖ୍ୟାର ୧୦ ଗୁଣ ।

ଚାଲ y ର ବିଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ମୂଲ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକୁ ତୁଳନା କରିବା ।





? ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଖାଲି କୋଠରୀ ଗୁଡିକ ପୂରଣ କରିବା ପରେ ତୁମେ ଏହି ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ ସମାନ ହେଉଥିବାର ଦେଖୁଛ କି ?

ଉଦାହରଣ – 11

3	3	3	3
r	s		
r	s		
3	3	3	3

ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି କେତେ ହେବ ?

ଅଜ୍ଞାତ ମୂଲ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର r ଓ s ଦ୍ୱାରା ସୂଚୀତ ହୋଇଛି ।

ଏଠାରେ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ ।

i. ଧାଡ଼ିରେ ଯୋଗ କଲେ

$4 \times 3 + (r + s) + (r + s) + 4 \times 3$

ii. ସଦୃଶ ପଦକୁ ଏକତ୍ରିତ କରି ଯୋଗକଲେ $8 \times 3 + (r + r) + (s + s)$

iii. ଉପର ଅର୍ଦ୍ଧକୁ ଯୋଡ଼ି ଦ୍ୱିଗୁଣିତ କଲେ,

$2\,(4 \times 3 + r + s)$

ତିନୋଟି ପରିପ୍ରକାଶ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ମନେ ହୁଏ । କିନ୍ତୁ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ସରଳ କଲେ ତା'ର ମାନ $2r + 2s + 24$ ହେବ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକର । ସେମାନଙ୍କର ଅନୁରୂପ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ ଲେଖ ଏବଂ ସରଳ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ସୂଚାଅ ଏବଂ ଦେଖ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମାନ ମୂଲ୍ୟ ମିଳିବ ।

ଗାଣିତିକ କଥାବାର୍ତ୍ତା

$5y$	-6	x
x	2	$5y$

$2p$	$3q$	-2	3
$3q$	$2p$	3	-2
		$2p$	$3q$
		$3q$	$2p$

$-5g$	$5k$	$5k$	$-5g$
$5k$	$5k$	$5k$	$5k$
$5k$	$5k$	$5k$	$5k$
$-5g$	$5k$	$5k$	$-5g$

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ ସରଳକର ।

(a) $p + p + p + p$

(b) $p - q + p - q$

(c) $p + q - (p + q)$

(d) $2d - d - d - d$

(e) $2d - d - (d - c$

(f) $2d - d - c - c$

(g) $p + p + p + q$

(h) $p + q + p - q$

(i) $p + q - p + q$

(j) $p - q - p - q$

(k) $2d - d - d - c$

(l) $2d - (d - d) - c$

ଭୁଲ ଚିହ୍ନଟକରି ଓ ସଂଶୋଧନ କର

କେତେକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ସରଳୀକୃତ ରୂପ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି । ତାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏହାର ଠିକ୍ ସରଳୀକୃତମାନ ରହିବା ଉଚିତ୍ ।

- ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କର ଏବଂ ସେଥିରେ ଭୁଲ୍‌ଥିଲେ ଚିହ୍ନଟ କର ।
- ଯଦି କିଛି ଭୁଲ୍ ଅଛି, କେଉଁ କାରଣ ପାଇଁ ଭୁଲ ହୋଇଛି ବାଖ୍ୟା କର ।
- ତା'ପରେ ସଠିକ୍ ରୂପେ ସରଳୀକୃତ କର ।

ପରିପ୍ରକାଶ	ସରଳୀକୃତ ରୂପ	ଠିକ୍ ସରଳୀକୃତ ରୂପ
1. $3a + 2b$	5	
2. $3b - 2b - b$	0	
3. $6\ (p + 2)$	$6p + 8$	
4. $(4x + 3y) - (3x + 4y)$	$x + y$	
5. $5 - (2 - 6z)$	$3 - 6z$	
6. $2 + (x + 3)$	$2x - 6$	
7. $2y + (3y - 6)$	$-y + 6$	
8. $7p - p + 5q - 2q$	$7p + 3q$	
9. $5\ (2w + 3x + 4w)$	$10w + 15x + 20w$	
10. $3j + 6k + 9h + 12$	$3\ (j + 2k + 3h + 4)$	
11. $4(2r + 3s + 5)$	$-20 - 8r - 12s$	

? ସମସ୍ତ ସରଳୀକୃତ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ଏହି ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ପଦ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସମ୍ପର୍କ ଦେଖୁଛ କି ?

4.5 ସଂରଚନା ଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖ ଓ ଗାଣିତିକ ସଂପର୍କକୁ ପ୍ରକାଶ କର

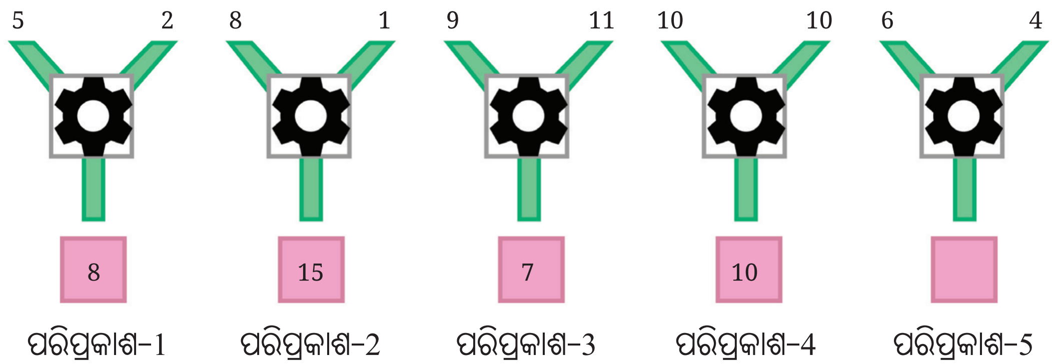
ପ୍ରଥମ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ, ସରଳ ସଂରଚନା ଓ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କକୁ କିପରି ଉତ୍ତମ ଢ଼ଙ୍ଗରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ ଜାଣିଲୁ । ଏଠାରେ ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିରେ ଥିବା ସଂରଚନା ଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ଓ ଏହା କିପରି ଓ କାହିଁକି ଏପରି ସଂରଚନାରେ ରହିପାରୁଛି ଜାଣିବା ।

ସେଗୁଡ଼ିକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖିବା ପୂର୍ବରୁ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳ ଭାଷାରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା କିମ୍ବା ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କକୁ ଅନୁଭବ କରିବାର ଗୁରୁତ୍ୱକୁ ମନେ ରଖିବା ।

? ସୂତ୍ର ଖୋଜିବା

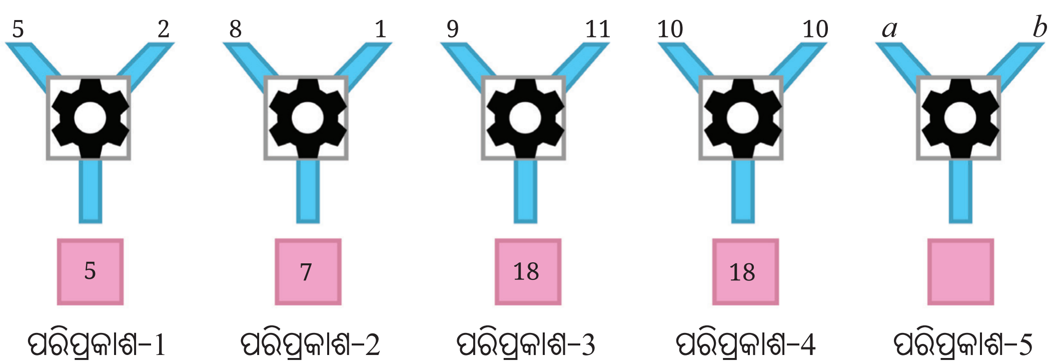
ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସଂଖ୍ୟା କଳ 'Y' ର ଶୀର୍ଷରେ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଦିଆଯାଇଛି । କିଛି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପରେ ମିଳୁଥିବା ଫଳାଫଳ ତଳେ ଲେଖାଅଛି ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ କଳଟି ସମାନ ଭାବରେ କାମ କରୁଛି ।

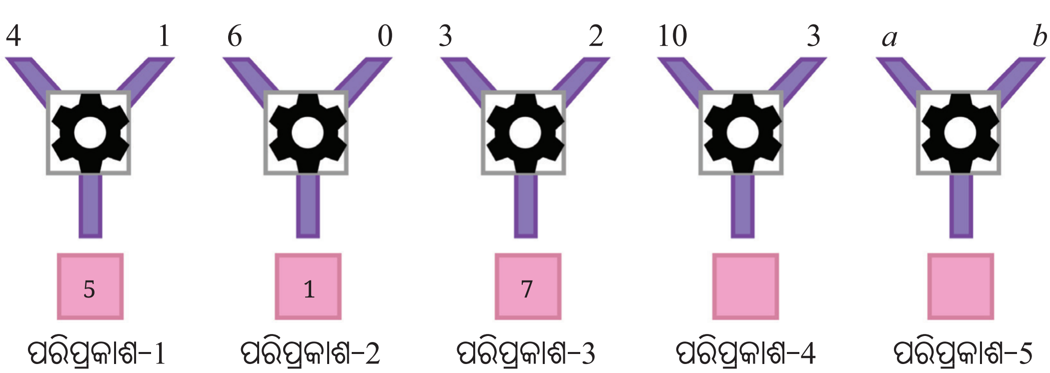
? ଏହି ସଂଖ୍ୟା କଳର ସୂତ୍ର ଖୋଜ ।



ଉପରିସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାକଳର ସୂତ୍ର ହେଉଛି, ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାର ଦୁଇଗଣରୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାର ଅନ୍ତରଫଳ ।
ଯଦି ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର 'a' ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର 'b' ଦ୍ୱାରା ସୂଚୀତ କରାଯାଏ ।
ତେବେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଟି $2a - b$ ହେବ ।
ପ୍ରଥମ କଳ ପାଇଁ ଫଳାଫଳ $2 \times 5 - 2$=୮ ହେବ ।
ପ୍ରତ୍ୟେକ କଳପାଇଁ ଏହା ଏକ ସୂତ୍ର ଭଳି ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ହେବ କି ପରୀକ୍ଷା କର ।

? ନିମ୍ନସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା କଳ ଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ସୂତ୍ର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖ ।



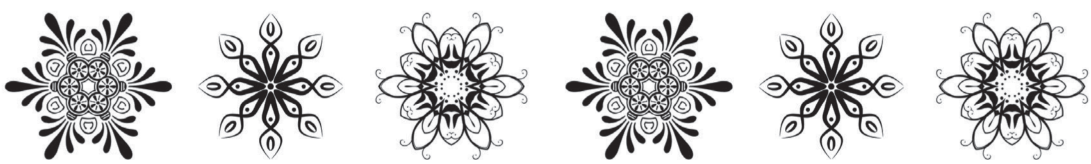


ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ ନିଜେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂରଚନା (Pattern) ପାଇଁ ଏକ ସୂତ୍ର ତିଆରିକର । ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ସଂଖ୍ୟାକଳକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ସୂତ୍ର ଲେଖ । ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହିତ ଆଲୋଚନା କରି ଏହାକୁ ସମାଧାନ କର ।

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : କେବଳ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ନୁହେଁ ବରଂ ନୂତନ ପ୍ରଶ୍ନ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ମଧ୍ୟ ଗଣିତ ଶିଖିବା ଏବଂ ସମାଧାନ କରିବାର ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଂଶ ବିଶେଷ ।

ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ନେଇ ସଂରଚନାର ବର୍ଣ୍ଣନା

ଉଦାହରଣ- 12 – ସ୍ମିତା ଶାଢ଼ୀ ଧଡ଼ିରେ ଏକ ସଂରଚନାର ପୁନରାବୃତ୍ତିକୁ ଦେଖିଲା ।



ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଡିଜାଇନ୍ ପୁଣିଥରେ କେଉଁସ୍ଥାନରେ ରହିବ, ନିରୂପଣ ପାଇଁ ଏକ ଉପାୟ ଥାଆନ୍ତା ।

ଯେପରିକି (1) A ଡିଜାଇନ୍ ପୁନଃ କେଉଁ ସ୍ଥାନରେ ରହିବ ।

(ii) B ଡିଜାଇନ୍ ପୁନଃ କେଉଁ ସ୍ଥାନରେ ରହିବ ।

(iii) C ଡିଜାଇନ୍ ପୁନଃ କେଉଁ ସ୍ଥାନରେ ରହିବ ।

ଆସ ଡିଜାଇନ୍ 'C' ରୁ ଆରମ୍ଭ କରିବା । ଏହା ଆରମ୍ଭରୁ 3 ୟ ସ୍ଥାନରେ ଅଛି । ଦ୍ୱିତୀୟଥର 6 ଷ୍ଠ ସ୍ଥାନରେ ରହିଛି ।

'n' ତମ ଅବସ୍ଥିତି ପାଇଁ ଡିଜାଇନ୍ 'C' କେଉଁ ସ୍ଥାନରେ ଦେଖାଯିବ ?

ଅର୍ଥାତ୍ ଡିଜାଇନ୍ 'C' n ଥର ପାଇଁ $3n$ ତମ ସ୍ଥାନରେ, ସେହିପରି ଡିଜାଇନ୍ A ଓ B, n ଥର ପାଇଁ କେଉଁ ସ୍ଥାନରେ ଆସିବେ ?

ଡିଜାଇନ୍ 'B' 2 ୟ, 5ମ, ଅଷ୍ଟମ, ଏକାଦଶ, ଚତୁର୍ଦ୍ଦଶ ଏହିପରି ସ୍ଥାନରେ ଆସିବ, ନା ଡିଜାଇନ୍ 'C' ସ୍ଥାନର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ମାନଙ୍କରେ ଆସିବ ।

ଡିଜାଇନ୍ 'B' ର n ତମ ସ୍ଥାନ ଡିଜାଇନ୍ C ର n ତମ ସ୍ଥାନ ଠାରୁ 1 କମ୍ ହେବ ।

ତେଣୁ ଡିଜାଇନ୍ 'B' ର ସ୍ଥିତି $3n - 1$ ତମ ସ୍ଥାନ ହେବ ।

ସେହିପରି ଡିଜାଇନ୍ 'A', n ଥର ପାଇ ଦୃଶ୍ୟ ହେଉଥିବା ସ୍ଥାନଟି $3n - 2$ ତମ ହେବ ।

ଏକ ସ୍ଥାନର ଅବସ୍ଥିତି ସଂଖ୍ୟାରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଏହି ସ୍ଥାନରେ କେଉଁ ଡିଜାଇନ୍ ଦୃଶ୍ୟମାନ ହେବ ? 122 ତମ ସ୍ଥାନରେ କେଉଁ ଡିଜାଇନ୍ ଦୃଶ୍ୟ ମାନ ହେବ ।

ଡିଜାଇନ୍ 'C' 3 ର ଗୁଣିତକ ସ୍ଥାନରେ ଦୃଶ୍ୟମାନ ।

ତେଣୁ 3 ର ଗୁଣିତକ ତମ ସ୍ଥାନରୁ ଏକ କମ୍ ତମ ସ୍ଥାନରେ ଡିଜାଇନ୍ B ଆସିବ ଓ ୩ ର ଗୁଣିତକ ତମ ସ୍ଥାନ ଠାରୁ 2 କମ୍ ତମ ସ୍ଥାନରେ ଡିଜାଇନ୍ A ଦୃଶ୍ୟମାନ ହେବ ।

ସ୍ଥାନର ଅବସ୍ଥିତିକୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ଭାଗଶେଷ ରହୁଛି କି ? ତଳ ସାରଣୀକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କର ।

ସ୍ଥାନର ଅବସ୍ଥିତି	3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜନରେ ଭାଗଫଳ	ଭାଗଶେଷ
99	33	0
122	40	2
148	49	1

ଏହାକୁ ଦେଖି 99, 122 ଏବଂ 148 ତମ ସ୍ଥାନରେ କେଉଁ ଡିଜାଇନ୍ ଆସିବ ଲେଖ ?

କ୍ୟାଲେଣ୍ଡରେ ସଂରଚନା

ଏଠାରେ ନଭେମ୍ବର 2024 ର କ୍ୟାଲେଣ୍ଡର ଦିଆଯାଇଛି । କ୍ୟାଲେଣ୍ଡରରେ ଚିହ୍ନିତ ହେବା ପରି 2×2 ବର୍ଗ ଗ୍ରୀଡ୍‌କୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ଏହି ବର୍ଗ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡିକ ଏକ ଆକର୍ଷଣୀୟ ଗୁଣ / ଧର୍ମ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରୁଛନ୍ତି ।

ନଭେମ୍ବର 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

12	13
19	20

ଆସ ଏହି 2×2 କୁ ଦେଖିବା, ଏହାର ଦୁଇ କର୍ଣ୍ଣ ସ୍ଥାନରେ ଯଥାକ୍ରମେ 12, 20 ଏବଂ 13, 19 ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ସେମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କର ।

$12 + 20 = 32$

$13 + 19 = 32$

ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗଫଳ ସମାନ । ଚାଲ କ୍ୟାଲେଣ୍ଡରରେ 30 ରୁ ଅଧିକ ଲେଖି ଅସୀମ ଧାଡ଼ି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂପ୍ରସାରିତ କରିବା ।

ନଭେମ୍ବର 2024

Mon	Tue	Wed	Thu	Fri	Sat	Sun
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37
38	39	40	41	42	43	44

? ଏହି ଅସୀମ ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ 2×2 ବର୍ଗାକୃତିରେ ଉଭୟ କୌଣିକ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ାର ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେବ କି ?

ନିଶ୍ଚିତ ହେବ ବୋଲି ଆମେ କହିପାରିବା କି ?

ଏହି ଗ୍ରୀଡ୍‌ଟି ଅସୀମ ସଂଖ୍ୟା ବିଶିଷ୍ଟ ହୋଇଥିବାରୁ ଆମେ ଏହାର ସତ୍ୟତା ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ 2×2 ବର୍ଗାକାର ଗ୍ରୀଡ୍‌କୁ ପରୀକ୍ଷା କରିପାରିବା ନାହିଁ ।

ଚାଲ ଏକ 2×2 ଗ୍ରୀଡ୍ ନେବା । ଏହାର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱର ଉପର ସଂଖ୍ୟା ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରେ । ଆମେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାକୁ 'a' ନେବା

? ଏକ 2×2 ଗ୍ରୀଡର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱର ଉପର ସଂଖ୍ୟାଟି ଜଣାଥିଲେ ଆମେ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡିକୁ ପାଇବା କିପରି ? ପ୍ରଥମେ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

- 'a' ର ଡାହାଣରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି ଏହାଠାରୁ 1 ଅଧିକ ହେବ ।
- 'a' ର ତଳେଥିବା ସଂଖ୍ୟା 'a' ଠାରୁ 7 ଅଧିକ ହେବ ।
- 2×2 ଗ୍ରୀଡ୍‌ର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ତଳ ସଂଖ୍ୟାଟି 'a' ଠାରୁ 8 ଅଧିକ ହେବ ।

a	?
?	?

ତେଣୁ 2×2 ବର୍ଗାକାର ଗ୍ରୀଡ୍‌ର ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଦର୍ଶାଇଲା ପରି ଲେଖାଯାଇ ପାରିବ । ଚାଲ ଉଭୟ କର୍ଣ୍ଣ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ାର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

$a+(a+8)$ ଏବଂ $(a+1)+(a+7)$

ଯେହେତୁ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଯେ କୌଣସି କ୍ରମରେ ଯୋଗ କରାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ବନ୍ଧନୀ ଅପସାରଣ କରାଯାଇପାରିବ ।

a	$a+1$
$a+7$	$a+8$

$a+(a+8)=a+a+8=2a+8$

$(a+1)+(a+7)=a+a+1+7=2a+8$

ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ ଉଭୟ କର୍ଣ୍ଣରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ାର ଯୋଗଫଳ ସମାନ $(2a+8)$ ହେଲା (a ର ଦୁଇଗୁଣରୁ 8 ଅଧିକ)

? ଯେକୌଣସି 2×2 ବର୍ଗାକାର ଗ୍ରୀଡର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ ଉପର ସଂଖ୍ୟାକୁ a ଧରି ନେଇ ଉଭୟ କର୍ଣ୍ଣ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ାର ଯୋଗଫଳ ପାଇଁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପରିପ୍ରକାଶ ର ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ।

ଏଥିରୁ ଆମେ ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲୁ ଯେ ଅସୀମ କ୍ୟାଲେଣ୍ଡରରେ a ର ଯେକୌଣସି ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ 2×2 ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଉଭୟ କର୍ଣ୍ଣରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ସମାନ ହେବ ।

ଅସୀମ ଧାଡ଼ିଥିବା କ୍ୟାଲେଣ୍ଡରରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାଶରରେ ସଜ୍ଜିତ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ସେଟ ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

	8	
14	15	16
	22	

? ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । କେନ୍ଦ୍ରରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା 15 ସହିତ ତୁଳନା କର । ଏହିପରି ଆକୃତିରେ ସଜ୍ଜିତ ହୋଇଥିବା ଆଉ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କର । ତୁମେ କ'ଣ ପାଇଲ ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ, ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାର 5 ଗୁଣ ହେଉଛି ।

? ଏହା ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ ହେବକି । ଏହାକୁ କିପରି ଦର୍ଶାଇ ପାରିବ ?

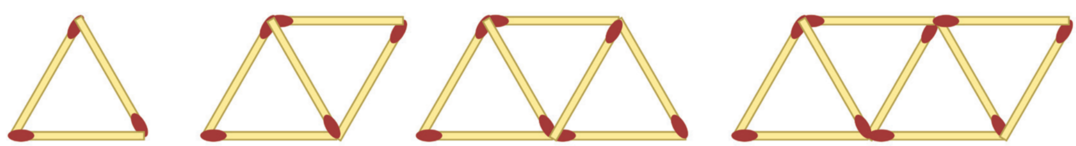
[**ସୂଚନା –** ଏହି ଆକୃତିରେ ସଜ୍ଜିତ ଏକ ସାଧାରଣ ସଂଖ୍ୟା ସେଟକୁ ବିଚାରକୁ ନିଅ । ଏହାର କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ a କୁ ବିଚାରକୁ ନିଅ । ଏହାର କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ 'a' ନିଆଯାଉ । ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାକୁ 'a' ନେଇ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଅନ୍ୟ ଆକୃତିରେ ସଜାଇ ହୋଇ ରହିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌କୁ ଚିହ୍ନଟକର ଯେପରି ସେହି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ରେ ଥିବା ଯେକୌଣସି ଏକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣିତକ ହେବ ।

ଦିଆସିଲି କାଠିର ସଂରଚନା (Pattern)

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରଟିକୁ ଦେଖ । ଦିଆସିଲି କାଠି ବ୍ୟବହାର କରି ଏହି ସଂରଚନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଛି । ତୁମେ ଏହାର ସଂରଚନାର ନିୟମ ଜାଣିପାରିବ କି ?



1 2 3 4

ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ରରେ ଗୋଟିଏ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ରରେ 2 ଟି, ତୃତୀୟ ଚିତ୍ରରେ 3 ଟି ଓ ଚତୁର୍ଥ ଚିତ୍ରରେ 4 ଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଛି । ଏବଂ ସଂରଚନା (Pattern) ଟି ଏହିପରି କ୍ରମରେ ଆଗେଇଯିବ ।

କହିପାରିବ କି ? ପଞ୍ଚମ ଚିତ୍ର ପାଇଁ କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ? 11 ଟି ଦିଆସିଲି କାଠି । ତୁମେ ଚିତ୍ର ଅଂକନ କରି ଏହାର ସତ୍ୟତା ଜାଣିପାରିବ ।

? 33 ତମ, 84 ତମ, 108 ତମ ଚିତ୍ର ପାଇଁ କେତୋଟି ଲେଖାଏଁ କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ହେବ । ଯଦିଓ ଆମେ କ୍ରମାଗତ ଭାବରେ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି ଏହାର ଉତ୍ତର ପାଇପାରିବା, କିନ୍ତୁ ସହଜ ଓ ସରଳ ଉପାୟରେ ତଳ ସଂରଚନା ମାଧ୍ୟମରେ ଆମେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉତ୍ତରଟି ପାଇପାରିବା ।

ପରବର୍ତ୍ତୀ ଚିତ୍ରରେ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବାର ସାଧାରଣ ନିୟମଟି କ'ଣ ? ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ରରେ 3 ଟି କାଠି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି । ତା'ପରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଚିତ୍ର ଅଧିକ 2 ଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ । ଅର୍ଥାତ୍ ପ୍ରତିଥର ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟା 2 ବୃଦ୍ଧି ପାଉଛି ।

ଚିତ୍ର ନମ୍ବର	1	2	3	4	5	6
ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟା	3	5	7	9	11	13

ଏହି ସାରଣୀକୁ ଦେଖି 33 ନମ୍ବର ଚିତ୍ରର କାଠି ସଂଖ୍ୟା ଏହିପରି ନ ଲେଖି ମଧ୍ୟ ଆମେ ପାଇ ପାରିବା ।
ପ୍ରତ୍ୟେକଥର 2 ଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଅଧିକ ଯୋଡ଼ି ହେଉଛି ।
33 ନମ୍ବର ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା 3 ଟି କାଠି ସହ କେତୋଟି ଯୋଗ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ନିମ୍ନ ସାରଣୀଟିକୁ ଦେଖ ଓ ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

ଚିତ୍ର ନମ୍ବର	1	2	3	4	5	6
ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟା	3	5	7	9	11	13
		3 + 2	3 + 2 + 2	3 + 2 + 2 + 2	3 + 2 + 2 + 2 + 2	

33 ନମ୍ବର ଚିତ୍ରରେ 33 ଟି ତ୍ରିଭୁଜ ତିଆରି ପାଇଁ – ଟି କାଠି ଆବଶ୍ୟକ ହେବ ?

ସେହିପରି 84 ନମ୍ବର ଚିତ୍ର ଏବଂ 108 ନମ୍ବର ଚିତ୍ରରେ କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଦରକାର ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

ଯେ କୌଣସି ଚିତ୍ରରେ କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ବ୍ୟବହାର ହେବ, ତା'ର ସୂତ୍ର ଲେଖ ।

ଚିତ୍ର ନଂ 10 ପାଇଁ 3 ସହ 9 ଟି 2 ଯୋଗହେଉଛି, $3 + 2 \times 9$

ଚିତ୍ର ନଂ 11 ପାଇଁ 3 ସହ 10 ଟି 2 ଯୋଗ ହୋଇଛି, $3 + 2 \times 10$

ତେଣୁ y ନମ୍ବର ଚିତ୍ର ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶଟି କ'ଣ ହେବ ।

ତେଣୁ ପରିପ୍ରକାଶଟି $3 + 2\,(y - 1)$ ହେବ ।

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟି y ନମ୍ବର ଚିତ୍ର ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଯେ କୌଣସି ନମ୍ବର ଚିତ୍ର ପାଇଁ କେତୋଟି କାଠି ଦରକାର ହେବ ଖୁବ୍ ଶୀଘ୍ର ସହଜରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ସାରଣୀଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକଲେ ଦେଖିପାରିବ ପ୍ରଥମ ଚିତ୍ରରେ 1 ଠାରୁ 2 ଟି ଅଧିକ କାଠି ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଛି ।

ଯେହେତୁ $3 = 1 + 2$

ଏହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ପରିପ୍ରକାଶଟି ଲେଖିପାରିବା $2y + 1$

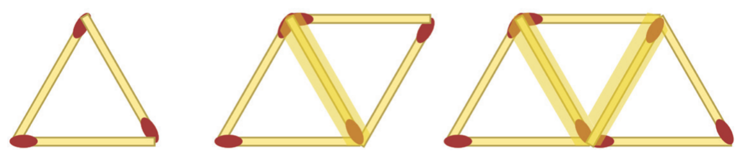
? ଉପରୋକ୍ତ ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶ ପ୍ରତ୍ୟେକ ନମ୍ବର ଚିତ୍ରପାଇଁ ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ଦିଆସିଲି କାଠି ସୁଚାଉଛି ।
ତେବେ ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶ କ'ଣ ସମାନ ?
ପରିପ୍ରକାଶକୁ ସରଳୀକୃତ କରି ଆମେ ଜାଣିପାରିବା ।

$$3 + 2 \times (y - 1)$$
$$= 3 + 2y - 2 \quad = 2y + 3 - 2 = 2y + 1$$

ଏଣୁ ପରିପ୍ରକାଶ ଦୁଇଟି ସମାନ ।
ଅନ୍ୟ ଉପାୟରେ ମଧ୍ୟ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟା ଜାଣି ହେବ ।
ଚାଲ ପୁଣିଥରେ ସଂରଚନାଟିକୁ ଦେଖିବା ।
ଦିଆସିଲି କାଠି ଗୁଡ଼ିକର ସ୍ଥିତି ଦୁଇ ପ୍ରକାରର

(i) ଉପର ଓ ତଳେ ଭୂସମାନ୍ତର ଭାବରେ

(ii) ମଧ୍ୟ ଭାଗରେ କୌଣିକ ଦିଗରେ



ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଦ୍ୱିତୀୟ ଚିତ୍ରରେ 2 ଟି କାଠି ଭୂସମାନ୍ତର ଭାବରେ ଏବଂ 3 ଟି କାଠି କୌଣିକ ଦିଗରେ ରହିଅଛି ।

ତୃତୀୟ ଓ ଚତୁର୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଏହି ଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?
ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଚିତ୍ର ର ତ୍ରିଭୁଜ ସଂଖ୍ୟା ବୃଦ୍ଧି ସହିତ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟାର କିପରି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି ?
y ନମ୍ବର ଚିତ୍ରରେ ଦିଆସିଲି କାଠି ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ । ଏହି ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶ $2y + 1$ ହେଉଛି କି ?

ନିଜେ କରି ଦେଖ

ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମସ୍ୟାର ଉପଯୁକ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶ ନିମନ୍ତେ ପ୍ରଥମେ ବର୍ଣ୍ଣିତ ପରିସ୍ଥିତିରେ ବିଭିନ୍ନ ପରିମାଣର ସଂପର୍କକୁ ସମ୍ପର୍କୀତ କର । ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିମାନଙ୍କ ପାଇଁ କିଛି ମୂଲ୍ୟ ଅନୁମାନ କରି ସମ୍ପର୍କ ଖୋଜିବାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର ।

1. ଗୋଟିଏ ରୁଟି ପ୍ଲେଟର ମୂଲ୍ୟ 30 ଟଙ୍କା ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଭାତ ପ୍ଲେଟ୍‌ର ମୂଲ୍ୟ 20 ଟଙ୍କା ଗୋଟିଏ ଦିନ x ପ୍ଲେଟ ରୁଟି ଓ y ପ୍ଲେଟ ଭାତ ବରାଦ ହୋଇଥିଲେ । ସେ ଦିନର ସମୁଦାୟ ଆୟ ଟଙ୍କାର ପରିପ୍ରକାଶଟି କ'ଣ ?

   (a) $30x + 20y$ (b) $(30+20) \times (x + y)$

   (c) $20x + 30y$ (d) $(30+20) \times\ x + y$

   (d) $30x - 20y$

2. ପୁଷ୍ପିତା ସ୍ୱାଧୀନତା ଦିବସରେ ଦୁଇ ପ୍ରକାରର ଫୁଲ (ଚମ୍ପା ଓ ଗେଣ୍ଡୁ) ବିକ୍ରି କରିଥିଲା । p ଜଣ ଗ୍ରାହକ କେବଳ ଚମ୍ପା ଫୁଲ, q ଜଣ ଗ୍ରାହକ କେବଳ ଗେଣ୍ଡୁ ଫୁଲ ଓ r ଜଣ ଗ୍ରାହକ ଉଭୟ ଚମ୍ପା ଓ ଗେଣ୍ଡୁ ଫୁଲ କିଣିଛନ୍ତି । ଠିକ୍ ସେହିଦିନ ସେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗ୍ରାହକକୁ ଏକ ଛୋଟ ଜାତୀୟ ପତାକା ଉପହାର ଦେଇଛନ୍ତି । ସେଦିନ ସେ କେତୋଟି ଜାତୀୟ ପତାକା ଉପହାର ଦେଇଥିବାର ପରିପ୍ରକାଶଟି କ'ଣ ହେବ ?

   (a) $p + q + r$ (b) $p + q + 2r$

   (c) $2 \times (p + q + r)$ (d) $p + q + r + 2$

   (e) $p + q + r + 1$ (f) $2\,(p + q)$

3. ଏକ ଗଭୀର କୁଅର କାନ୍ଥରେ ଗୋଟିଏ ଗେଣ୍ଡା ଚଢ଼ିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରୁଛି । ଦିନରେ ଏହା 'u' ସେ.ମି ଉପରକୁ ଯାଏ ରାତିରେ ଏହା ଧିରେ ଧିରେ 'd' ସେ.ମି ତଳକୁ ଖସିଯାଏ । ଏପରି 10 ଦିନ ଓ 10 ରାତି ଧରି ଚାଲିଥିଲା ।

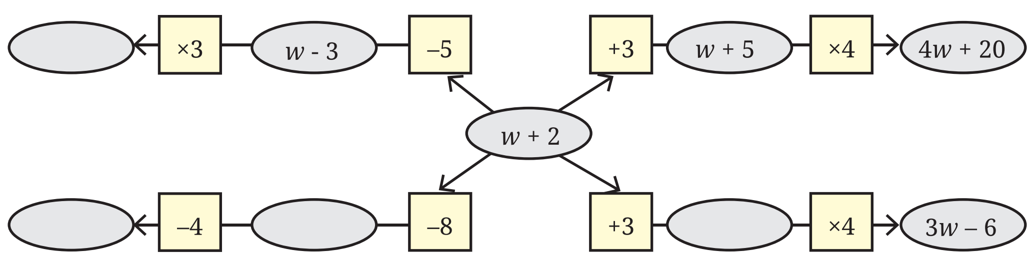
(a) ଗେଣ୍ଡାଟି ତା'ର ଆରମ୍ଭ ସ୍ଥାନ ଠାରୁ କେତେ ଦୂରରେ ଅଛି ବର୍ଣ୍ଣନା କରି ପରିପ୍ରକାଶଟିଏ ଲେଖ ।

(b) ଯଦି $d > u$ ତେବେ ଗେଣ୍ଡାର ଗତିବିଧି ବିଷୟରେ କ'ଣ କହି ପାରିବା ?

(4) ଏକ ସାଇକେଲ ରେସ୍‌ରେ ସାଇକେଲ ଚଳାଇବା ପାଇଁ ରାଧା ପ୍ରତିଦିନ ଅଭ୍ୟାସ କରି ପ୍ରସ୍ତୁତ ହେଉଛି । ପ୍ରଥମ ସପ୍ତାହରେ ସେ ପ୍ରତିଦିନ 5 କି.ମି ସାଇକେଲ ଚଳାଇଛି । ସେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସପ୍ତାହରେ ସାଇକେଲ ଚଳାଇବାର ପ୍ରତିଦିନ ଦୂରତ୍ୱକୁ z କି.ମି ହାରରେ ବୃଦ୍ଧି କରିଛି । ତିନି ସପ୍ତାହ ପରେ ସେ କେତେ କି.ମି ସାଇକେଲ ଚଳାଇଥିବ ।

ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

(5) ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ $w + 2$ ପରିପ୍ରକାଶଟି ଗୋଟିଏ ପଥରେ / ଧାଡିରେ $4w + 20$ ହୋଇଛି ଦେଖ ଅବଶିଷ୍ଟ ପଥର ଶୂନ୍ୟଥିବା କୋଠରି ଗୁଡ଼ିକ ପୂରଣ କର । ଅଣ୍ଡାଭଳି କୋଠରି ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଓ ବର୍ଗାକୃତି କୋଠରି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ସୂଚାଉଛି ।



6. ଭୁବନେଶ୍ୱରରୁ ପୁରୀ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏକ ଟ୍ରେନ୍ ରାସ୍ତାରେ ସମାନ ଦୂରତାରେ ତିନୋଟି ଷ୍ଟେସନରେ ଅଟକିଯାଏ । ଏକ ଷ୍ଟେସନ୍‌ରୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଷ୍ଟେସନକୁ ଯିବା ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ 't' ସମୟ ଲାଗୁଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଷ୍ଟେସନରେ ଟ୍ରେନ୍‌ଟି 2 ମିନିଟ୍ ଅଟକିଥାଏ ।

(a) ଯଦି t = 4 ମିନିଟ୍ ହୁଏ । ଭୁବନେଶ୍ୱରରୁ ପୁରୀ ଯାତ୍ରା କରିବାର ସମୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(b) ଭୁବନେଶ୍ୱରରୁ ପୁରୀ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯାତ୍ରା ସମୟକୁ ଏକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖ ? (ସୂଚନା : ପରିସ୍ଥିତିକୁ କଳ୍ପନା କରିବାକୁ ଏକ ରଫ୍ ଚିତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତ କର)

7. ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡିକୁ ସରଳୀକରଣ କର ।

(a) $3a + 9b – b + 8a – 4b – 7a + 16$

(b) $3 (3a – 3b) – 8a – 4b – 16$

(c) $2 (2x – 3) + 8x + 12$

(d) $8x – (2x – 3) + 12$

(e) $8h – (5 + 7h) + 9$

(f) $23 + 4 (6m – 3n) – 8n – 3m – 18$

8. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କର ।

(a) $4d - 7c + 9$ ଏବଂ $8c - 11 + 9d$

(b) $-6f + 19 - 8s$ ଏବଂ $-23 + 13f + 12s$

(c) $8d - 14c + 9$ ଏବଂ $16c - (11 + 9d)$

(d) $6f - 20 + 8s$ ଏବଂ $23 - 13f - 12s$

(e) $13m - 12n$ ଏବଂ $12n - 13m$

(f) $-26m + 24n$ ଏବଂ $26m - 24n$

9. ବିୟୋଗ ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) $6a + 9b - 18$ ରୁ $9a - 6b + 14$

(b) $7y - 10 + 3x$ ରୁ $-15x + 13 - 9y$

(c) $11 - 10g + 3h$ ରୁ $17g + 9 - 7h$

(d) $6a - (9b + 18)$ ରୁ $9a - 6b + 14$

(e) $-3y + 8 - 3x$ ରୁ $10x + 2 + 10y$

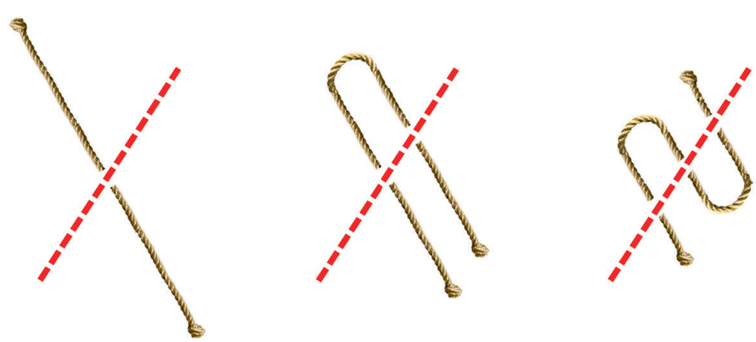
(f) $7h - 8g + 20$ ରୁ $8g + 4h - 10$

10. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ପରିସ୍ଥିତି ଅନୁସାରେ ସାଧାରଣ ଉକ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

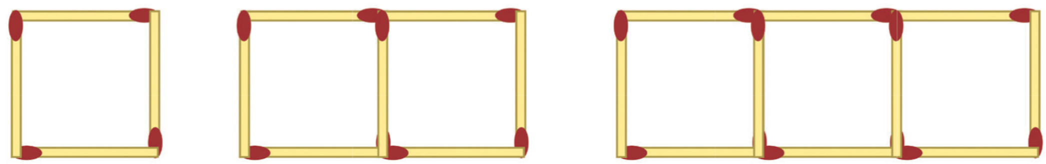
(a) $8x + 3y$

(b) $15x - 2x$

11. ଏକ ସିଧା ଦଉଡିର କଳ୍ପନା କର । ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଇବା ପରି ଥରେ କାଟିଲେ ଆମେ 2 ଖଣ୍ଡ ଦଉଡି ପାଇବା । ଯଦି ଦଉଡିଟିକୁ ଚିତ୍ରରେ ଦେଖାହେବା ପରି ଗୋଟିଏ ଭାଙ୍ଗକରି କଟାଯାଏ ଆମେ 3 ଖଣ୍ଡ ଦଉଡି ପାଇବା । ସଂରଚନାଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଏବଂ ଦଉଡିଟି ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଇଲା ପରି ଦଶଥର ଭାଙ୍ଗ କରି କାଟିଲେ କେତେ ଖଣ୍ଡ ଦଉଡ଼ି ମିଳିବ ? ଦଉଡିକୁ r ଥର ଭାଙ୍ଗକରି କାଟିବା ପରେ ମିଳୁଥିବା ଦଉଡିଖଣ୍ଡ ଗୁଡିକର ସଂଖ୍ୟା ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ରୂପ ଦେଇ ପାରିବା କି ?

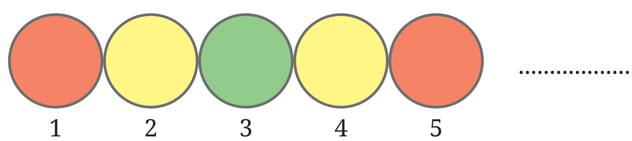


12. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଦିଆସିଲି କାଠିର ସଂରଚନାକୁ ଦେଖ ଏବଂ ସଂରଚନାକୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ଏହିପରି 10 ଟି ବର୍ଗାକାର କ୍ଷେତ୍ର ପାଇଁ କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଦରକାର ହେବ । 'w' ଟି ବର୍ଗାକାର କ୍ଷେତ୍ର ପାଇଁ କେତୋଟି ଦିଆସିଲି କାଠି ଦରକାର ହେବ ?

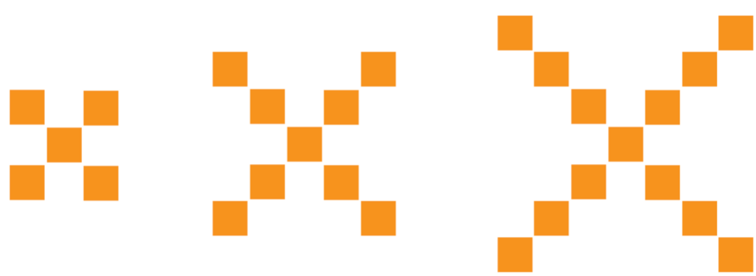


13. ଟ୍ରାଫିକ୍ ସଂକେତର କିପରି ରଙ୍ଗ ଗୁଡିକ ବଦଳିଥାଏ ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଛ କି ? ରଙ୍ଗ ପରିବର୍ତ୍ତନର କ୍ରମ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

90, 190 ଏବଂ 343 ତମ ସ୍ଥାନରେ କେଉଁ କେଉଁ ରଙ୍ଗ ରହିବ ? ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନରେ ରଙ୍ଗର ଅବସ୍ଥାନ ପାଇଁ ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ପରିକଳ୍ପନା କର ଓ ତାହାକୁ ସୂତ୍ର ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରି ପ୍ରଶ୍ନ ଗୁଡିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।



14. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସଂରଚନାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଚତୁର୍ଥ, ଦଶମ ଓ 50 ତମ ସ୍ଥାନରେ କେତୋଟି ବର୍ଗାକୃତି ଚିତ୍ର ରହିବ ? ଏଥିପାଇଁ ସାଧାରଣ ସୂତ୍ରଟିଏ ଲେଖ । ଯଦି ଆମେ ବର୍ଗଗୁଡ଼ିକର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା ଗଣିବାକୁ ଚାହୁଁ ତେବେ ସୂତ୍ର କିପରି ବଦଳିଯିବ ?



15. ଏକ ଅସୀମ ଚାରି ସ୍ତମ୍ଭ ବିଶିଷ୍ଟ ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡିକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମରେ ଲେଖାଯାଇଛି ।

(a) ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସ୍ତମ୍ଭରେ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡିକ ପାଇବା ପାଇଁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶଟିଏ ଲେଖ । (1,2,3,4)

1	2	3	4
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

(b) କେଉଁ ଧାଡ଼ି ଓ ସ୍ତମ୍ଭରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକ ଦେଖାଯିବ ?

(i) 124

(ii) 147

(iii) 201

(c) 'r' ଧାଡି ଏବଂ 'c' ସ୍ତମ୍ଭରେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଦେଖାଯିବ ?

(d) 3 ର ଗୁଣିତକ ମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ତୁମେ ଏଥିରେ କୌଣସି ସଂରଚନା ଦେଖୁଛ କି ? ତୁମେ ଦେଖୁଥିବା ଅନ୍ୟ ସଂରଚନା ଗୁଡ଼ିକର ତାଲିକା କର ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

- ସୂତ୍ର ଓ ସଂରଚନା ମାଧ୍ୟମରେ ବିଭିନ୍ନ ପରିମାଣ ଗୁଡ଼ିକର ଗାଣିତିକି ସମ୍ପର୍କକୁ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ସୂଚିତ ହୁଏ ।
- କେବଳ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର ମାଧ୍ୟମରେ ମଧ୍ୟ ଗାଣିତିକି ପରିପ୍ରକାଶ ହୋଇଥାଏ । ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ସୂତ୍ର ମଧ୍ୟ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।

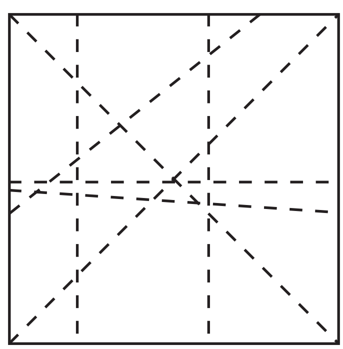
  ଏହି ସୂତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ ସରଳୀକୃତ କରାଯାଇଥାଏ ।
- ସାଧାରଣ ଭାଷାରେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିହୁଏ ଏବଂ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମଧ୍ୟ ସାଧାରଣ ଭାଷାରୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ ହୋଇପାରିବ । ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରୁଥିବା ସଂରଚନା ଏବଂ ଗାଣିତିକ ସଂପର୍କ, ସାଧାରଣ ଭାଷାରେ ଦୀର୍ଘ ଏବଂ କଠିନ ହୋଇଥାଏ। ସାଧାରଣ ଭାଷାର ବିସ୍ତୃତ ବର୍ଣ୍ଣନାବଳୀ, ସଂରଚନା ଓ ଗାଣିତିକ ସମ୍ପର୍କ ମାଧ୍ୟମରେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇଥାଏ । ଏହା ବୀଜଗଣିତର ଅନ୍ୟତମ ସୁବିଧା ଅଟେ ।

ପଞ୍ଚମ ଅଧ୍ୟାୟ

ସମାନ୍ତର ସରଳ ରେଖା ଓ ଛେଦକ

5.1 ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଥିବା ଏକାଧିକ ସରଳ ରେଖା

ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକୃତି କାଗଜ ନିଅ ଏବଂ ଏହାକୁ ଦୁଇ ଭାଙ୍ଗ କର । ଭାଙ୍ଗ ପଡ଼ିଥିବା ଚିହ୍ନ ଉପରେ ସ୍କେଲ ଓ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ରେଖା (ସରଳ ରେଖା) ଅଙ୍କନ କର । ଏହିପରି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଭାଙ୍ଗ କର ଏବଂ ଭାଙ୍ଗ ଉପରେ ରେଖା ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ରେଖାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଓ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂପର୍କକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ସେମାନେ ପରସ୍ପର ମିଳିତ ହେଉଛନ୍ତି କି ? ଯଦି ସେମାନେ କାଗଜ ଉପରେ ମିଳିତ ହେଉନାହାନ୍ତି, ତେବେ କାଗଜ ବାହାରେ ମିଳିତ ହେବେ କି ?



ଚିତ୍ର 5.1

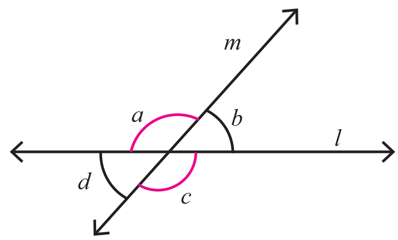
ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ସରଳ ରେଖା ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ବିଭିନ୍ନ ସମ୍ପର୍କ ଖୋଜି ବାହାର କରିବା । ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ଟେବୁଲ୍‌ର ଉପରିଭାଗ, କଳାପଟା, କାଗଜ ଇତ୍ୟାଦିର ପୃଷ୍ଠ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **ସମତଳ ପୃଷ୍ଠ**ର ଉଦାହରଣ । ତୁମେ ତୁମ ଆଖପାଖରେ ଦେଖୁଥିବା ଆଉ କେତୋଟି ସମତଳ ପୃଷ୍ଠର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

କାଗଜ ଉପରେ ପରସ୍ପର ଛେଦ କରୁଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖାକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର । ଏଠାରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁ ଯେ, ଏହି ସରଳ ରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସହିତ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ମିଳିତ ହୁଅନ୍ତି । ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖା ଗୋଟିଏ ସମତଳ ପୃଷ୍ଠରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ମିଳିତ ହେଲେ ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ **ଛେଦ** କରନ୍ତି ।

ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କଲେ ଆଉ କ'ଣ ହୁଏ ? ଆସ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

? ସେମାନେ କେତୋଟି କୋଣ ଗଠନ କରନ୍ତି ?

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ (ଚିତ୍ର 5.2) l ଓ m ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି । ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଏଠାରେ 4 ଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଛି ।



ଚିତ୍ର 5.2

? ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଏକରୁ ଅଧିକ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିପାରିବେ କି ?

ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ 1

ଏକ ସମତଳରେ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଥିବେ । ପ୍ରୋଟାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ଛେଦବିନ୍ଦୁରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଚାରୋଟି କୋଣର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଏହିପରି ଚାରୋଟି ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଛେଦବିନ୍ଦୁଠାରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ମାପି ଲେଖ ।

? ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା କୋଣଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁ ପ୍ରକାର ସଂରଚନା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ ଲେଖ ।

? ଚିତ୍ର 5.2 ରେ ଯଦି $\angle a = 120°$ ହୁଏ, ତେବେ ଅଙ୍କନ କିମ୍ବା ମାପ ନ କରି $\angle b$, $\angle c$ ଓ $\angle d$ ର ପରିମାଣ ତୁମେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି ?

ଆମେ ଜାଣିପାରିଲୁ ଯେ $\angle a$ ଓ $\angle b$ ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° । ତେଣୁ $\angle a$ ର ପରିମାଣ 120° ହେଲେ, $\angle b$ ର ପରିମାଣ 60° ହେବ ।

ସେହିପରି $\angle b$ ଓ $\angle c$ ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° । ତେଣୁ ଯଦି $\angle b$ ର ପରିମାଣ 60° ହୁଏ, ତେବେ $\angle c$ ର ପରିମାଣ 120° ହେବ । ପୁନଶ୍ଚ $\angle c$ ଓ $\angle d$ ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° । ଯଦି $\angle c$ ର ପରିମାଣ 120° ହୁ, ତେବେ $\angle d$ ର ପରିମାଣ 60° ହେବ ।

ତେଣୁ ଚିତ୍ର 5.2 ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଥିବା ପରି ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି ଏବଂ $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ ଓ $\angle d$ ପରି ଚାରୋଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରନ୍ତି ସେଥିମଧ୍ୟରୁ $\angle a$ ଓ $\angle c$ ର ପରିମାଣ ପରସ୍ପର ସମାନ ଏବଂ $\angle b$ ଓ $\angle d$ର ପରିମାଣ ପରସ୍ପର ସମାନ ।

? ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ଯେକୌଣସି ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପାଇଁ ଉପରୋକ୍ତ ସମ୍ପର୍କ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ?

ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ 1 ରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରୁ ଆମେ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ମାପି ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହୋଇପାରିବା ଯେ,

$\angle a + \angle b = \angle a + \angle d = \angle b + \angle c = \angle c + \angle d = 180°$

ପୁନଶ୍ଚ କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ନ ମାପି ମଧ୍ୟ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହୋଇପାରିବା ଯେ,

$\angle a + \angle b = 180°$ (ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ କୋଣ) ଏବଂ $\angle a + \angle d = 180°$ (ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ କୋଣ)

$\therefore \angle a + \angle b = \angle a + \angle d$

ତେଣୁ $\angle b = \angle d$ ସେହିପରି $\angle a = \angle c$ ମଧ୍ୟ ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବା ।

ତେଣୁ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦକଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ସନ୍ନିହିତ କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ **ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି** କୁହାଯାଏ ଏବଂ ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ିର ମାପ ସର୍ବଦା 180° ହୁଏ ।

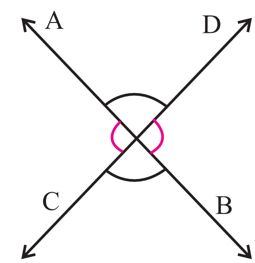
ସେହିଭଳି ଦୁଇଟି ସରରଳେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦକଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା କୋଣଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସନ୍ନିହିତ ନୁହନ୍ତି ବା ବିପରୀତ ଅଟନ୍ତି ସେମାନଙ୍କୁ **ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ** କୁହାଯାଏ । ପ୍ରତୀପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ମାପ ସର୍ବଦା ସମାନ ।

ଏହିଭଳି କୌଶଳ ଅବଲମ୍ବନ କରି କୌଣସି ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିର ସତ୍ୟାସତ୍ୟ ପ୍ରତିପାଦନ କରିବାକୁ ଗଣିତରେ **ପ୍ରମାଣ** କୁହାଯାଏ ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 5.3କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।

ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି	∠AOC ଓ ∠AOD ....
ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ	∠AOC ଓ ∠BOD ....



ଚିତ୍ର 5.3

ପରିମାପ ଓ ଜ୍ୟାମିତି

ତୁମେମାନେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ, ଯେତେବେଳେ ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି ଅଙ୍କନ କରୁଛ ଏବଂ ଏହାର ପରିମାଣ ପ୍ରୋଟାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ ନିରୂପଣ କରୁଛ ବେଳେବେଳେ ଏହାର ସମଷ୍ଟି 180° ହୁଏ ନାହିଁ । ସେହିଭଳି ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ବେଳେ ବେଳେ ସମାନ ହୋଇ ନଥାଏ । ଏହାର କାରଣ ଚିନ୍ତାକର ଓ ଆଲୋଚନା କର ।

ସମ୍ଭାବ୍ୟ କାରଣଗୁଡ଼ିକ ହେଲା :

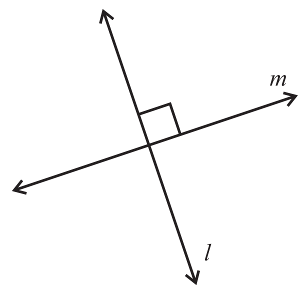
- ପ୍ରୋଟାକ୍ଟର ଠିକ୍ ଭାବରେ ବ୍ୟବହାର ନ କରିଥିବାରୁ କୋଣର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟରେ ତ୍ରୁଟି ଦେଖାଯାଏ ।
- ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ ବେଳେ ସରଳରେଖାର ମୋଟେଇର ତାରତମ୍ୟତା । ପ୍ରକୃତରେ ସରଳରେଖାର କୌଣସି ମୋଟେଇ ନଥାଏ । ମାତ୍ର ବିନା ମୋଟେଇରେ ଆମେ କାଗଜ ଉପରେ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା କଷ୍ଟକର ।
- ଯେଉଁ ପୃଷ୍ଠ ଉପରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉଛି ତାହା ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ସମତଳ ହୋଇ ନ ଥାଇ ପାରେ ।

ଜ୍ୟାମିତିରେ ଆମେ ଆମ ପାଖରେ ଥିବା ବସ୍ତୁକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଓ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରି ସେଗୁଡ଼ିକର ଧାରକୁ ସରଳରେଖା ସହ ତୁଳନା କରୁ । ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଦୁଇଟି ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ିର ସମଷ୍ଟି 180° । ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ରଶ୍ମିର ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ସରଳରେଖା ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କଲେ ଓ ରଶ୍ମିଟି ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ନ ହେଲେ, ଯେଉଁ ଦୁଇଟି କୋଣ ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ, ସେହି ଦୁଇକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° ହେବ । ଏହାକୁ ଆମେ ମାପ ନ କରି ଯୁକ୍ତିଯୁକ୍ତ ଭାବରେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚି ପାରିବା । ମାତ୍ର ଯେତେବେଳେ ଆମେ ପ୍ରୋଟାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ମାପ କରିବା, ଏହା 180° ନ ହୋଇପାରେ । ଏହାର କାରଣ ଉପରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି । ମାତ୍ର ଆମେ ମାପ କଲେ ଯୁକ୍ତିସଙ୍ଗତ ମୂଲ୍ୟର ପାଖାପାଖି ମାପ ପାଇପାରିବା । ଏହି କାରଣରୁ ଗଣିତର ପ୍ରୟୋଗ ସୁଦୂର ପ୍ରସାରୀ ଯେପରି ଭୌତିକ ବିଜ୍ଞାନ, ଜୀବ ବିଜ୍ଞାନ, କଳା, ଭାସ୍କର୍ଯ୍ୟ ଇତ୍ୟାଦିରେ ଗଣିତର ବ୍ୟବହାର ହୋଇଥିବାରୁ ଏହା ଲୋକାଭିମୁଖୀ ହୋଇପାରିଛି ।

5.2 ଲମ୍ବରେଖା

? ତୁମେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ କି ଯେପରି ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଚାରୋଟି କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ହେବ ?

? ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ହେବ ?

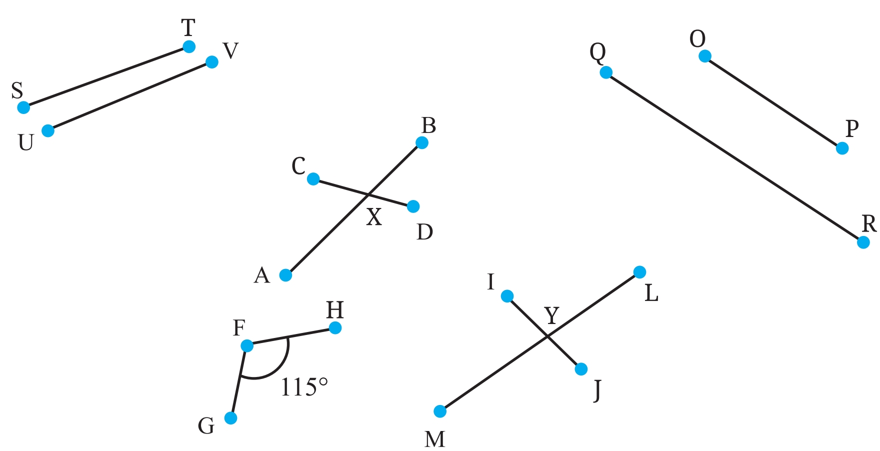


ଚିତ୍ର 5.4

ଯଦି ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି ଏବଂ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଚାରୋଟି କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ହୁଏ ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ 90° ହେବ ।

ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ 90° କୋଣରେ ଛେଦକଲେ ରେଖାଦ୍ୱୟ **ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ** ହେବେ । ଚିତ୍ର 5.4 ରେ *l* ଓ *m* ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଟନ୍ତି । ଅର୍ଥାତ୍ *l* ରେଖା *m* ରେଖା ପ୍ରତି କିମ୍ବା *m* ରେଖା *l* ରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଟନ୍ତି ।

5.3 ସରଳରେଖାର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଅଂଶ



ଚିତ୍ର 5.5

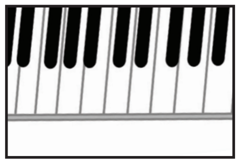
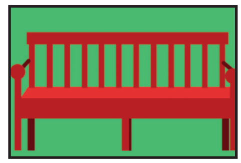
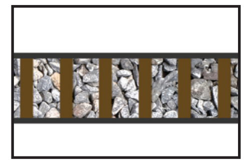
ଚିତ୍ର 5.5 କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର, ଏଠାରେ ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ କିପରି ମିଳିତ ହେଉଛନ୍ତି କିମ୍ବା କିପରି ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି, ଏହାର ଉପଯୁକ୍ତ ଗାଣିତିକ ଶବ୍ଦ (ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁରେ, ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁରେ, ମିଳିତ ହୋଇଛନ୍ତି ବା ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି) ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ଲେଖ ।

ଉଦାହରଣ : ଯେପରି FG ରେଖାଖଣ୍ଡ ଓ FH ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସହିତ F ବିନ୍ଦୁରେ ମିଳିତ ହୋଇ 115° ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରୁଛନ୍ତି ।

ଆସ ଚିନ୍ତା କରିବା

- ST ଓ UV ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟକୁ ବର୍ଦ୍ଧିତ କଲେ ରେଖାଖଣ୍ଡଦ୍ୱୟ ମିଳିତ ହେବେ କି ?
- OP ଓ QR ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟକୁ ବର୍ଦ୍ଧିତ କଲେ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟ ଛେଦ କରିବେ କି ?

ଏବେ ଆମ ଆଖପାଖରେ ଥିବା ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ଧାରକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

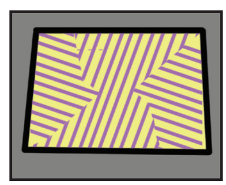




ଉପରୋକ୍ତ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଧାରଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କକୁ ଆଲୋଚନା କରି ଲେଖ ।

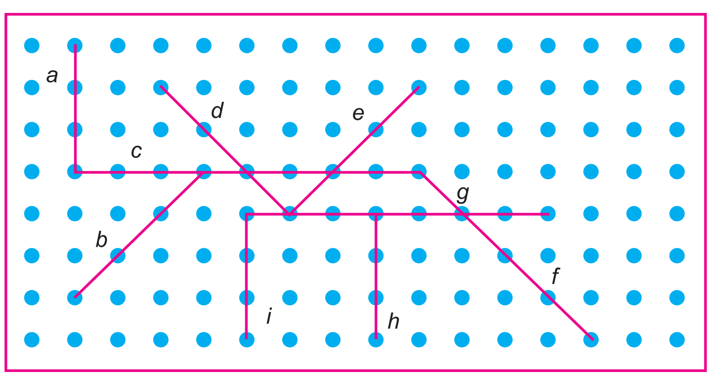
ଏହି ଧାର କିମ୍ବା ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିଲା ଭଳି ଜଣା ପଡୁନାହିଁ । ଏହି ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ସମାନ୍ତର ରେଖା କୁହାଯାଏ ।

ଯଦି ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାକୁ ଉଭୟ ଦିଗରେ ଯେତେ ବର୍ଦ୍ଧିତ କଲେ ମଧ୍ୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି ନାହିଁ । ସେମାନଙ୍କୁ **ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା** କୁହାଯାଏ ।

- ତୁମେ ଶ୍ରେଣୀରେ ଥିବା ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ନିରୀକ୍ଷଣ କର ଏବଂ ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ଚିହ୍ନଟ କର ।

- ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ଝୋଟି ଚିତ୍ର, ଶାଢ଼ୀର ଡିଜାଇନ୍, ବିଭିନ୍ନ ଚିତ୍ରକଳା ଓ ଡିଜାଇନ୍‌ରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ । ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ଯେଉଁ ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।



ଚିତ୍ର 5.6

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଏହା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଯେ ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଥିବା ଆବଶ୍ୟକ । କଳାପଟାରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ଏକ ରେଖା ଏବଂ ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ଅନ୍ୟ ଏକ ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି ନାହିଁ, ମାତ୍ର ସେହି ଦୁଇ ରେଖାକୁ ସମାନ୍ତର ରେଖା କୁହାଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ । କାରଣ ସେହି ଦୁଇରେଖା ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ନାହାଁନ୍ତି ।

ଜାଣିଛ କି ?

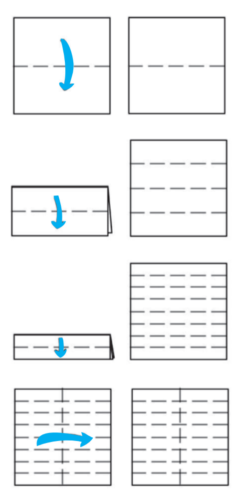
ସମାନ୍ତର ରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳରେ ସମାନ ସେମାନଙ୍କର କୌଣସି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ନଥାଏ ।

5.4 କାଗଜ ଭାଙ୍ଗି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଓ ଲମ୍ବରେଖା ତିଆରି

ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ 2

ଖବର କାଗଜର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠା ନିଅ :

- ଏହି କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦର ବିପରୀତ ଧାରକୁ କିପରି ଦର୍ଶାଇବ ?
  ଏହି ବିପରୀତ ଧାରଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ଲେଖ ? ....
- ଏହି କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦର ସଂଲଗ୍ନ ଧାରଦୁଇଟିକୁ କିପରି ଦର୍ଶାଇବ ?
  ଏହି ସଂଲଗ୍ନ ଧାରଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ଲେଖ : ....
  ଏହି ସଂଲଗ୍ନ ଧାରଦୁଇଟି ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ଏହି ଦୁଇଟି ଧାରର ଛେଦରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣର ପରିମାଣ $90°$ ।
- କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦକୁ ଭୂସମାନ୍ତରାଳ ଭାବରେ ଭାଙ୍ଗ ଯେପରି ଉକ୍ତ କାଗଜ ଖଣ୍ଡଟି ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ ହେବ । (ଚିତ୍ର 5.7 ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲାଭଳି) ବର୍ତ୍ତମାନ ଉକ୍ତ କାଗଜ ଖଣ୍ଡରେ ଗୋଟିଏ ନୂତନ ରେଖା ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ।
- ସେହି କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ଖୋଲ ଏବଂ କେତୋଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ? ନୂତନ କରି ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ରେଖାଟି କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ଭୂଲମ୍ବ ଭାବରେ ଥିବା ବାହୁ ସହ କିପରି ସମ୍ପର୍କିତ ?
  ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜଖଣ୍ଡକୁ ଆଉ ଥରେ ଭୂସମାନ୍ତରାଳ ଭାବରେ ଭାଙ୍ଗ । ବର୍ତ୍ତମାନ କେତୋଟି ସମାନ୍ତରାଳ ରେଖା ସୃଷ୍ଟି ହେଲା ?
- ପୁନଶ୍ଚ ସମାନ୍ତରାଳ ଭାବରେ ଭାଙ୍ଗିଲେ କ'ଣ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି ?
  କେତୋଟି ସମାନ୍ତରାଳ ରେଖା ପାଇଲ ? ଏଥିରେ କିଛି ସମ୍ପର୍କ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲ କି ?



ଚିତ୍ର 5.7

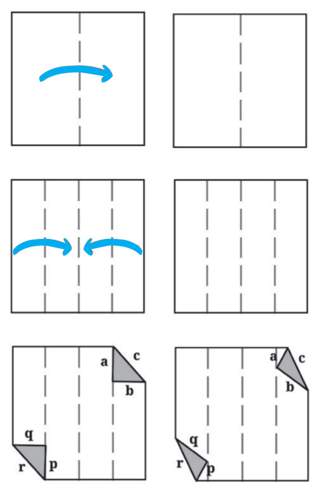
ଆଉ ଥରେ କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ସମାନ୍ତରାଳ ଭାବେ ଭାଙ୍ଗିଲେ ଏହି ସମ୍ପର୍କ ଅନୁସାରେ ସମାନ୍ତରାଳ ରେଖା ମିଳିବ କି ?

- ବର୍ତ୍ତମାନ ଉକ୍ତ କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ଭୂଲମ୍ବ ଭାବରେ ଭାଙ୍ଗ । ଏବେ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ରେଖାଟି ପୂର୍ବରୁ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ସମାନ୍ତରାଳ ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ସହ କିପରି ସମ୍ପର୍କିତ ?
- ପୁନଶ୍ଚ ଉକ୍ତ କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ଏପରି ଭାଙ୍ଗ ଯେପରି ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ରେଖାଟି ଉକ୍ତ କାଗଜଖଣ୍ଡର କର୍ଣ୍ଣ ସହ ସମାନ ହେବ ।

- ଏବେ ଏହି କାଗଜ ଖଣ୍ଡ ଏହିପରି ଭାଙ୍ଗି ପାରିବ କି, ଯେପରି ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ନୂତନ ରେଖା କର୍ଣ୍ଣ ସହ ସମାନ୍ତର ହେବେ ?

ଏବେ ଆଉ ଏକ କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା

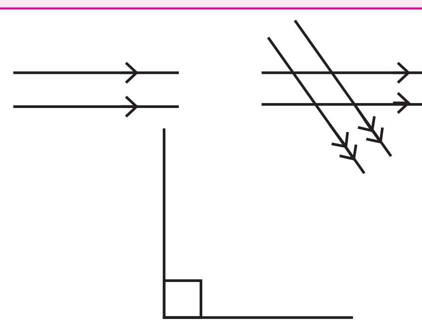
- ଗୋଟିଏ ବର୍ଗାକୃତି କାଗଜ ଖଣ୍ଡ ନିଅ । ଏହାକୁ ସମାନ ଦୁଇଭାଗ ହେଲାଭଳି ଭୂଲମ୍ବ ଭାବରେ ଭାଙ୍ଗ ଏବଂ ଖୋଲି ଦିଅ ।
- କାଗଜଖଣ୍ଡର ଦୁଇଧାରକୁ ମଧ୍ୟଭାଗରେ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ରେଖା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଭାଙ୍ଗିଦିଅ ଏବଂ ଖୋଲିଦିଅ ।
- ଚିତ୍ର 5.୪ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହେଲାଭଳି ଏହି କାଗଜ ଖଣ୍ଡର ଉପର ଡାହାଣ ପାଖ ଓ ତଳ ବାମପାଖକୁ ଏପରି ଭାବରେ ଭାଙ୍ଗ ଯେପରି କାଗଜ ଖଣ୍ଡର କୋଣଗୁଡ଼ିକ ନିକଟତମ ରେଖାକୁ ସ୍ପର୍ଶକରି ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ସୃଷ୍ଟିକରିବ ।
- ଏହି ତ୍ରିଭୁଜ ଦୁଇଟି ଯେପରି କାଗଜଖଣ୍ଡର ରେଖାକୁ ଟପିଯିବ ନାହିଁ ।
- a, b, c ଏବଂ p, q, r ଯଥାକ୍ରମେ ସମାନ୍ତର ହେବେ କି ? କାହିଁକି ବା କାହିଁକି ନୁହେଁ ?



ଚିତ୍ର 5.୪

ସଂକେତ :

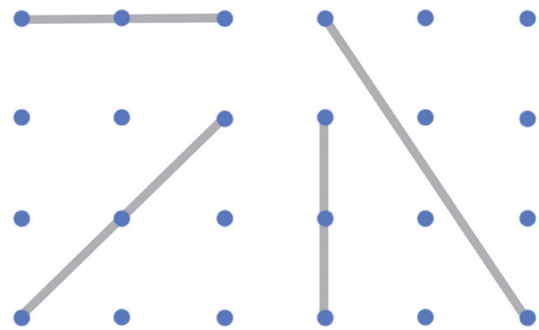
ଗଣିତରେ ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ତୀରଚିହ୍ନ (>) ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ । ଏକାଧିକ ଯୋଡ଼ିର ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ଥିଲେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଯୋଡ଼ିର ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ଉପରେ ଦୁଇଟି ଲେଖାଏଁ ତୀର ଚିହ୍ନ ଦିଆଯାଏ । ଏହିପରି ଅନ୍ୟଯୋଡ଼ିର ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ ସୂଚାଇ ଦିଆଯାଇପାରେ । ଭୂଲମ୍ବ ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ତାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମକୋଣ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଏ ଯେପରି ଚିତ୍ର 5.9 ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି ।



ଚିତ୍ର 5.9

? ନିଜେକରି ଦେଖ

1. ଚିତ୍ର 5.10 ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ରେଖାଉପରେ ଭୂଲମ୍ବରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।

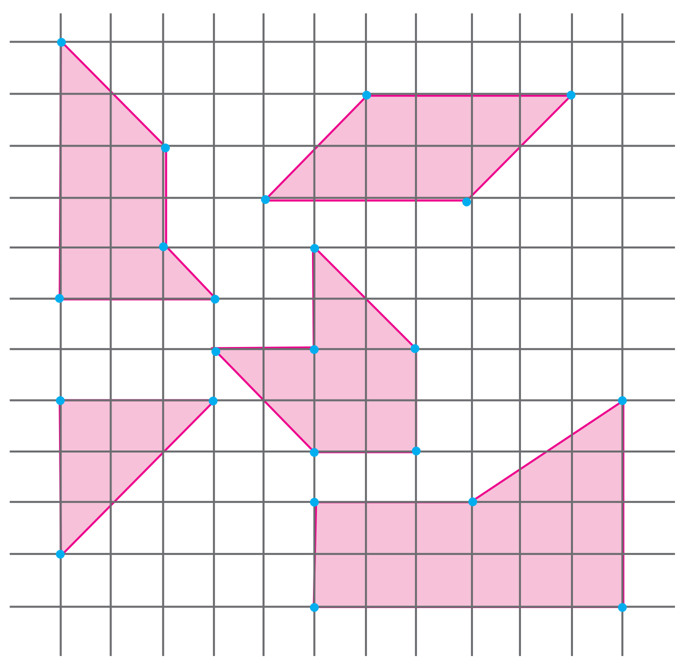


ଚିତ୍ର 5.10

2. ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ଚିତ୍ର 5.11 ରେ ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନଟ କର (ଗୋଟିଏ ତୀର ଚିହ୍ନ, ଦୁଇଟି ତୀର ଚିହ୍ନ ଇତ୍ୟାଦି) ଏବଂ ଲମ୍ବରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ ବର୍ଗଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଅ ।

   (a) ଲମ୍ବ ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ଚିହ୍ନଟ କଲ ?

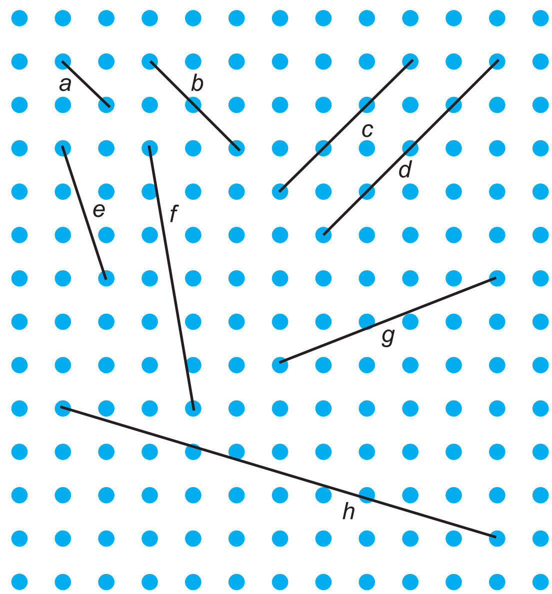
   (b) ସମାନ୍ତର ରେଖାଗୁଡ଼ିକୁ କିପରି ଚିହ୍ନଟ କଲ ?



ଚିତ୍ର 5.11

3. ପରବର୍ତ୍ତୀ ପୃଷ୍ଠାରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁଗ୍ରୀଡ଼୍‌ରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସମାନ୍ତର ରେଖାଯୋଡ଼ି ଅଙ୍କନ କର । ଏହି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକରେ ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ହୋଇଥିବ ଏବଂ ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ବିନ୍ଦୁଗ୍ରୀଡ଼୍‌ରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ହୋଇଥିବ ।

4. ଚିତ୍ର 5.12 ରେ ବିନ୍ଦୁଗ୍ରୀଡ଼୍‌ରେ କିଛି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ସହ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।



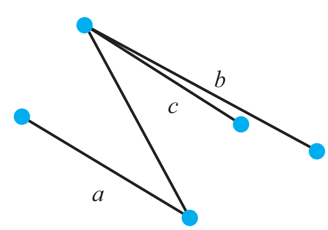
ଚିତ୍ର 5.12

(a) ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ ସହଜ ଥିଲା କି ?

(b) କେଉଁ ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ ସହଜ ନ ଥିଲା ?

(c) ତୁମେ ସେହି ରେଖାଗୁଡ଼ିକର ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କିପରି କଲ ?

5. ଉପରୋକ୍ତ ଚିତ୍ର 5.13 ରେ a ରେଖା ସହ b ଓ c ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ସମାନ୍ତର ? ତୁମେ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲ ?



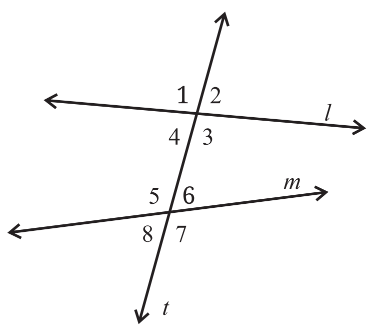
ଚିତ୍ର 5.13

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଭୂସମାନ୍ତର ଓ ଭୂଲମ୍ବରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା ସହଜ । ସେହିପରି ଡଟ୍ ଗ୍ରୀଡ଼୍‌ରେ 45° ଆନତ କୋଣ କରି ରେଖା ଅଙ୍କନ ମଧ୍ୟ ସହଜ । ମାତ୍ର ବିଭିନ୍ନ ଅବସ୍ଥାନରେ ଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ ସହ ସମାନ୍ତର କରି ରେଖା ଅଙ୍କନ ସହଜ ନୁହେଁ । ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କର ଅନ୍ତର୍ଦୃଷ୍ଟି ପ୍ରୟୋଗ କରି ଅଙ୍କନ କରିବାର ପରିବେଶ ସୃଷ୍ଟି କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ପୂର୍ବ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲୁ ଯେ ବେଳେବେଳେ ଦୁଇଟି ରେଖା ସମାନ୍ତର ବା ସମାନ୍ତର ନୁହେଁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ସହଜ ନୁହେଁ । ଏହି ଅସୁବିଧାକୁ ଦୂରକରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଛେଦକର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇଥାଉ ।

5.5. ଛେଦକ :

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଦୁଇଟି ରେଖାର ଛେଦ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କଲୁ । ଏବେ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ରେଖାକୁ ଛେଦକଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ନୂତନ ତଥ୍ୟକୁ ଆଲୋଚନା କରିବା ।



ଚିତ୍ର 5.14

ଉପରୋକ୍ତ ଚିତ୍ର 5.14 ରେ l ଓ m ରେଖାକୁ t ରେଖା ଛେଦ କରୁଛି । ଏଠାରେ t ରେଖାକୁ **ଛେଦକ** କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ରରେ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ରେଖାକୁ ଛେଦକଲେ ୪ଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ ।

? **ଆସ ଚିନ୍ତା କରିବା :**
- ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ୪ ଟି କୋଣର ପରିମାଣ ଭିନ୍ନ କି ?
- ଯଦି ଭିନ୍ନ, ତେବେ କାହିଁକି ?
- ଯଦି ଭିନ୍ନ ନୁହେଁ, ତେବେ କାହିଁକି ?
- କେଉଁ କୋଣ ଯୋଡ଼ିର ପରିମାଣ ସମାନ । କାରଣ ସହ କୁହ ।

? $\angle 6$, $\angle 5$, $\angle 4$, $\angle 3$ ଓ $\angle 2$ ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସମ୍ପର୍କ ଅଛି କି ?

ଚିତ୍ର 5.14 ରେ $\angle 1$ ଓ $\angle 3$ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ । ସେହି ଚିତ୍ରରେ ଏପରି ଅନ୍ୟ କିଛି ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଅଛି କି ? ଚିତ୍ରକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ ଚାରିଯୋଡ଼ା ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଥିବାର ଆମେ ଦେଖିବା ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ିର କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ ।

ତେଣୁ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ରେଖାକୁ ଛେଦକଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ୪ଟି କୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ସର୍ବାଧିକ 4ଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣର କୋଣ ମିଳିଥାଏ ।

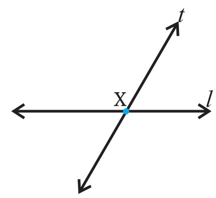
5.6 ଅନୁରୂପ କୋଣ

ଚିତ୍ର 5.14 ରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲୁ ଯେ, ଛେଦକ t ଦ୍ୱାରା ଦୁଇଟି ସେଟ୍‌ର କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସୃଷ୍ଟି ହେଲା - ଗୋଟିଏ ସେଟ୍ l ରେଖା ସହ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ସେଟ୍‌ଟି m ରେଖା ସହ । ପ୍ରଥମ ସେଟ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣପାଇଁ ଦ୍ୱିତୀୟ ସେଟ୍‌ର ଅବସ୍ଥାନ ଅନୁସାରେ ଅନୁରୂପ କୋଣ ଥାଏ । $\angle 1$ ଓ $\angle 5$ ଦ୍ୱୟକୁ ଅନୁରୂପ କୋଣ କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି ଯେତେବେଳେ ଛେଦକ t, ରେଖାଦ୍ୱୟ l ଓ m କୁ ଛେଦ କରେ, $\angle 2$ ଓ $\angle 6$, $\angle 3$ ଓ $\angle 7$, ଏବଂ $\angle 4$ ଓ $\angle 8$ ଅନୁରୂପ କୋଣ ଯୋଡ଼ି ହୁଅନ୍ତି ।

? ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ - 3 :

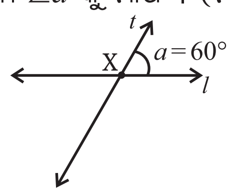
ଆସ ଆମେ ଏପରି ଦୁଇଟି ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା, ଯେପରି ଏକ ଛେଦକ ଛେଦକଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା 8ଟି କୋଣରୁ 2ଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କୋଣ ହେବ ।

ସୋପାନ 1 : ଗୋଟିଏ ରେଖା l ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ଛେଦକ t ଏହି ରେଖାକୁ x ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ।



ଚିତ୍ର 5.15

ସୋପାନ 2 : l ଓ t ରେଖାଦ୍ୱାରା ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା $\angle a$ କୁ ମାପ । (ମନେକର $\angle a = 60°$)

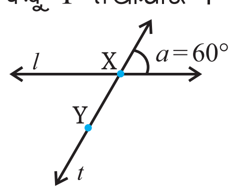


ଚିତ୍ର 5.16

ବର୍ତ୍ତମାନ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା କୋଣଗୁଡ଼ିକରୁ କେତୋଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣର ହେବ ? ଯଦି ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 60°, ତେବେ ଏହାର ସନ୍ନିହିତ କୋଣର ପରିମାଣ 120° ହେବ, ତେଣୁ ଆମେ 2ଟି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣର କୋଣ ସମୂହ ପାଇଲୁ ।

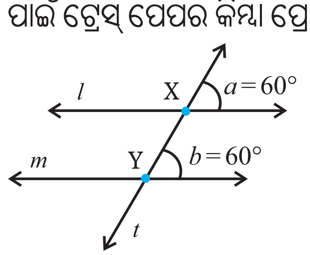
. ତେଣୁ ଆମେ ଯେତେବେଳେ ଛେଦକ t କୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ଅନ୍ୟ ଏକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବୁ ଯେପରି ଏହି ରେଖାଟିର ଛେଦରୁ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା କୋଣ 60° କିମ୍ବା 120° ହେବ ।

ସୋପାନ 3 : ଛେଦକ t ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ Y ନିଆଯାଉ ।



ଚିତ୍ର 5.17

ସୋପାନ 4 : Y ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ m ରେଖା ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ, ଯେପରି ଛେଦକର ଯେଉଁ ପାର୍ଶ୍ୱରେ $\angle a$ ଅଛି ସେହି ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଏହା 60° କୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରିବ । ଏହି ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ଟ୍ରେସ୍ ପେପର କିମ୍ବା ପ୍ରୋଟାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ ।



ଚିତ୍ର 5.18

l ଓ m ରେଖା ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସମ୍ପର୍କ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ?

ଏହି ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ କି ?

ହଁ, ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର ହେବେ ।

$\angle a$ ଏବଂ $\angle b$ ଦ୍ୱୟ ଅନୁରୂପ କୋଣ । ଏହା l ଓ m ରେଖାର ଛେଦକ t ରୁ ସୃଷ୍ଟି । ଏହି ଅନୁରୂପ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ ।

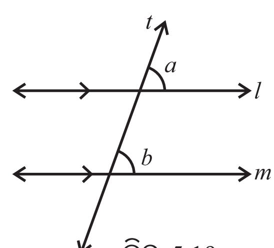
ଏଠାରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲୁ :

ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନରେଖାକୁ ଏକ ଛେଦକ ଛେଦକଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଅନୁରୂପ କୋଣ ସମାନ ହେଲେ ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସହିତ ସମାନ୍ତର ହେବେ ।

ମନେକର ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଛେଦ କରୁଛି । ଏଠାରେ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଅନୁରୂପ କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ କ'ଣ ହେବ ?

? ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ 4 :

ଚିତ୍ର 5.19ରେ l ଓ m ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳ ରେଖା (ସମାନ୍ତର ରେଖା ପାଇଁ ସୂଚିତ ସଂକେତ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲ କି ?) t ରେଖା ସମାନ୍ତର ସରଳ ରେଖା ଦ୍ୱୟକୁ ଛେଦ କରୁଛି ଓ ଏଥିରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ଅନୁରୂପ କୋଣଦ୍ୱୟ ହେଲେ $\angle a$ ଓ $\angle b$ । ଗୋଟିଏ ଟ୍ରେସ୍ ପେପର ବ୍ୟବହାର କରି $\angle a$ ର ପରିମାଣକୁ ସୂଚିତ କର । ସୂଚିତ ହୋଇଥିବା ଟ୍ରେସ୍ ପେପରକୁ $\angle b$ ଉପରେ ରଖ ଏବଂ ଲକ୍ଷ୍ୟକର $\angle a$ ଓ $\angle b$ର ପରିମାଣ ସମାନ । ବର୍ତ୍ତମାନ $\angle a$ ଓ $\angle b$ ର ପରିମାଣକୁ ପ୍ରୋଟାକ୍ଟରର ସାହାଯ୍ୟର ମାପି ପରୀକ୍ଷା କର, କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ ହେଲା କି ?



ଚିତ୍ର 5.19

ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଛେଦକଟିଏ ଛେଦକଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଅନୁରୂପ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସର୍ବଦା ସମାନ ।

? ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ 5 :

ଚିତ୍ର 5.20ରେ l ଓ m ସରଳରେଖାକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ଏକ ଛେଦକ t ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବରା ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ ହେବ । କୋଣର ପରିମାଣ ମାପିବା ପାଇଁ ପ୍ରୋଟାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ ।

ଚିତ୍ର 5.20

ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ କରିବା ପାଇଁ ଛେଦକ ଅଙ୍କନ କରିପାରିଲ କି ?

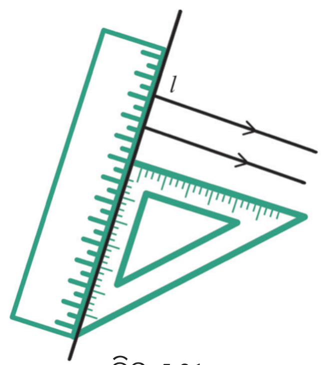
ଯଦି ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହୋଇନଥିବେ ତେବେ ଏହି ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟର ଛେଦକ ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ ହେବନାହିଁ ।

5.7 ଆସ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା

ତୁମେମାନେ ସ୍କେଲ୍ ଓ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ବ୍ୟବହାର କରି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ କି ?
ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର 5.21 ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି ।

ପ୍ରଥମେ ସ୍କେଲ୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ରେଖା l ଅଙ୍କନ କର । ଏବେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ବ୍ୟବହାର କରି l ରେଖାପ୍ରତି ଦୁଇଟି ଲମ୍ବରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।

ଏହି ଦୁଇଟି ରେଖା ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର କି ? ଆମେ କିପରି ନିଶ୍ଚିତ ହେବା ଯେ ଏହି ଦୁଇଟି ରେଖା ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର ? ଏହି ରେଖାଦ୍ୱୟ l ରେଖା ସହିତ ସୃଷ୍ଟି କରିଥିବା କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ?

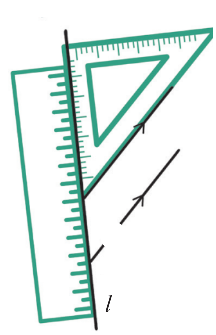


ଚିତ୍ର 5.21

ଆମେ ଏଠାରେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ବ୍ୟବହାର କରିଥିବାରୁ l ରେଖାପ୍ରତି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ରେଖା ସମକୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରିଲେ । ଦୁଇଟି ରେଖା ଭିନ୍ନ ହୋଇଥିଲେ ମଧ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ରେଖା l ପ୍ରତି ସମକୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରିଛନ୍ତି । ଯଦି l ରେଖାକୁ ଆମେ ଛେଦକ ଭାବରେ ନେବୁ ତେବେ ଦୁଇଟି ଅନୁରୂପ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକେ $90°$ ।

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଛେଦକ ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ଅନୁରୂପ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ହେଲେ ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବ ।

ଚିତ୍ର 5.22 ରେ ଯେପରି ପଦର୍ଶିତ ହୋଇଛି, ଏବେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରର ଅନ୍ୟ ବାହୁକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆଉ କେତୋଟି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।



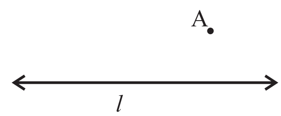
ଚିତ୍ର 5.22

ତୁମେ କିପରି ଜାଣିବ, ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ରେଖା ସମାନ୍ତର ? ତୁମେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥିବା ଅନୁରୂପ କୋଣ ଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ ହୋଇଥିବା ପରୀକ୍ଷା କରିପାରିବ କି ?

ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ପାଇଁ ସୂଚନା : ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କୁ ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ସୁଯୋଗ ଦେଇ ଉତ୍ସାହିତ କରିବେ ଯେପରି ସେମାନେ ଉଭୟ ଟ୍ରେସ୍ ପେପର୍ ଓ ପ୍ରୋଟାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣର ସମାନତା ପରୀକ୍ଷା କରିବେ । ସମାନ୍ତର ରେଖା ଓ ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ବ୍ୟବହାର ହେଉଥିବା ଶବ୍ଦ ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦେବା ଆବଶ୍ୟକ । ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ସମାନତା ହିଁ ଦୁଇଟି ରେଖା ସମାନ୍ତର ହେବାପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ଓ ଯଥେଷ୍ଟ ସର୍ତ୍ତ ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

ତୁମେ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା l ରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର ହେଉଥିବା A ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ କି ? ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସର କେଉଁ କେଉଁ ଉପକରଣ ବ୍ୟବହାର କରିବ ତାହା ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।



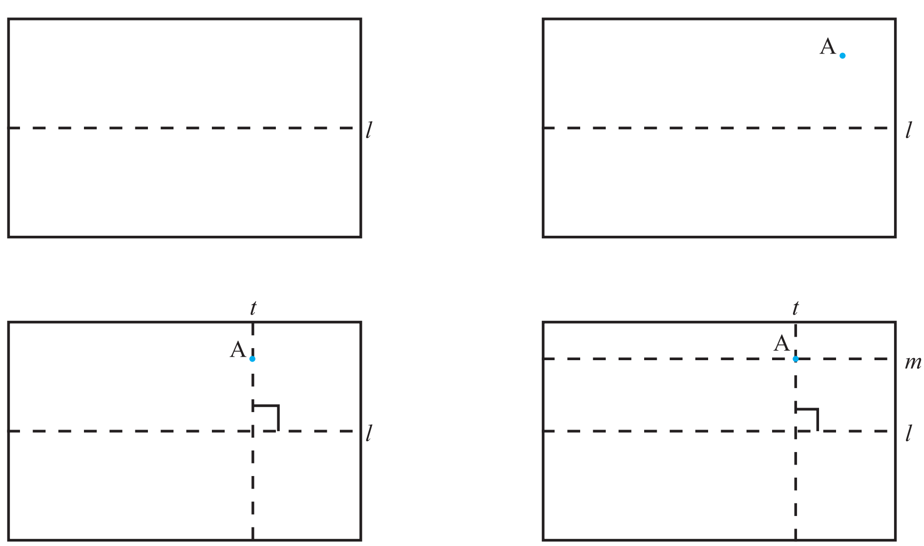
ଚିତ୍ର 5.23

କାଗଜ ଭାଙ୍ଗି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ

ଆସ କାଗଜ ଭାଙ୍ଗି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା । ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ କାଗଜ ଉପରେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା l ରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର କରି A ବିନ୍ଦୁରେ କିପରି ସମାନ୍ତର ରେଖା ତିଆରି କରିବ ?

ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛୁ କାଗଜ ଭାଙ୍ଗି l ରେଖା ସହ ଭୂଲମ୍ବରେଖା କିପରି ତିଆରି କରାଯାଏ । ବର୍ତ୍ତମାନ କାଗଜକୁ ଏପରି ଭାଙ୍ଗ, ଯେପରି ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ନୂତନ ରେଖାଟି l ରେଖାପ୍ରତି ଭୂଲମ୍ବ ହେବ ଏବଂ A ବିନ୍ଦୁକୁ ଛେଦ କରିବ । ଏହି ନୂତନ ରେଖାର ନାମ t ହେଉ ।

ପୁନଶ୍ଚ ସେହି କାଗଜକୁ ଏପରି ଭାଙ୍ଗିବା ଯେପରି ସୃଷ୍ଟି ହେଉଥିବା ରେଖାଟି A ବିନ୍ଦୁକୁ ଛେଦ କରିବ ଏବଂ t ରେଖାପ୍ରତି ଭୂଲମ୍ବ ହେବ । ଏହି ରେଖାର ନାମ m ହେଉ । ବର୍ତ୍ତମାନ l ଓ m ରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ ।

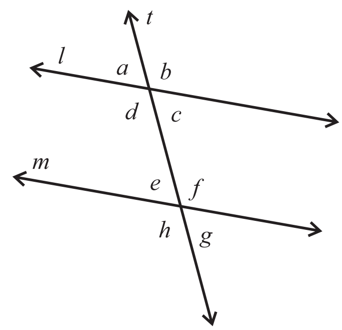


ଚିତ୍ର 5.24

? ଏଠାରେ l ଓ m ରେଖା କାହିଁକି ସମାନ୍ତର ହେବେ ?

5.8 ଏକାନ୍ତର କୋଣ

ଚିତ୍ର 5.25ରେ $\angle f$ ର **ଏକାନ୍ତର କୋଣ** $\angle d$ ଏବଂ $\angle e$ ର ଏକାନ୍ତର କୋଣ $\angle c$ ।



ଚିତ୍ର 5.25

ତୁମେ ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ଏକାନ୍ତର କୋଣ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ $\angle f$ ର ଏକାନ୍ତର କୋଣ ପାଇବାକୁ ହେଲେ ପ୍ରଥମେ $\angle f$ ର ଅନୁରୂପ କୋଣ ଚିହ୍ନଟ କରିବ । ଏଠାରେ $\angle f$ ର ଅନୁରୂପ କୋଣ $\angle b$, ପରେ ଏହି କୋଣର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଚିହ୍ନଟ କରିବ । ଏଠାରେ $\angle b$ ର ପ୍ରତୀପ କୋଣ $\angle d$ ।

? ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟ 6

ଚିତ୍ର 5.25 ରେ $\angle f = 120°$ ହେଲେ, ଏହାର ଏକାନ୍ତର କୋଣ $\angle d$ ର ପରିମାଣ କେତେ ?

$\angle d$ ଓ $\angle b$ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣ ହୋଇଥିବାରୁ $\angle b = \angle d$

$\angle b$ ର ପରିମାଣ କେତେ ହେବ ?

$\angle b$ ଓ $\angle f$ ଦ୍ୱୟ ଅନୁରୂପ କୋଣ ହୋଇଥିବାରୁ $\angle b = \angle f$ ତେଣୁ $\angle d = 120°$ ପ୍ରକୃତରେ $\angle f$ ର ଯେକୌଣସି ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ $\angle f = \angle b$ କାରଣ, $\angle b$ ଓ $\angle f$ ଦ୍ୱୟ ଅନୁରୂପ କୋଣ ।

ସେହିପରି $\angle b$ ଯେକୌଣସି ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ $\angle b = \angle d$ କାରଣ $\angle b$ ଓ $\angle d$ ଦ୍ୱୟ ପ୍ରତୀପ କୋଣ । ତେଣୁ l ଓ m ସମାନ୍ତର ରେଖାପାଇଁ ସର୍ବଦା $\angle f = \angle d$ ।

ଏଠାରେ ଏକାନ୍ତର କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ମାପ ନ କରି ମଧ୍ୟ ଅନୁରୂପ ଓ ପ୍ରତୀପ କୋଣର ଧର୍ମକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲୁ ଯେ, ସମାନ୍ତର ରେଖା ଓ ଏହାର ଛେଦକରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ଏକାନ୍ତର କୋଣ ଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସର୍ବଦା ସମାନ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ -1 :

ଚିତ୍ର 5.26ରେ l ଓ m ସମାନ୍ତର ରେଖାଦ୍ୱୟର ଛେଦକ t, ଯଦି $\angle 6 = 135°$ ହୁଏ, ତେବେ ଅନ୍ୟ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

ସମାଧାନ :

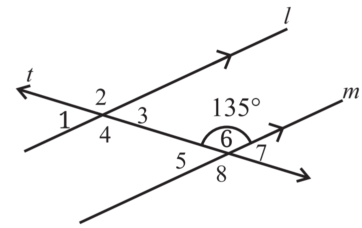
l ଓ m ରେଖା ସମାନ୍ତର ହୋଇଥିବାରୁ $\angle 6$ ଓ $\angle 2$ ର ପରିମାଣ ସମାନ କାରଣ ଏହି ଦୁଇକୋଣ ଅନୁରୂପ କୋଣ ।

ତେଣୁ $\angle 2 = 135°$ ।

$\angle 6$ ର ପ୍ରତୀପ କୋଣ $\angle 8$, ତେଣୁ $\angle 8 = 135°$ ।

$\angle 2$ ର ପ୍ରତୀପ କୋଣ $\angle 4$, ତେଣୁ $\angle 4 = 135°$ ।

ତେଣୁ $\angle 2$, $\angle 4$, $\angle 6$ ଓ $\angle 8$ ପ୍ରତ୍ୟେକର ମାପ $135°$ ।



ଚିତ୍ର 5.26

$\angle 5$ ଓ $\angle 6$ ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି ଏବଂ ଏହି ଦୁଇ କୋଣର ପରିମାଣ ମିଶି $180°$ ।

ଯେହେତୁ $\angle 6 = 135°$, ତେଣୁ $\angle 5 = 180° - 135° = 45°$

ସେହିପରି ଆମେ $\angle 1$, $\angle 3$ ଓ $\angle 7$ ପ୍ରତ୍ୟେକର ମାପ $45°$ ବୋଲି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ଉଦାହରଣ 2 :

ଚିତ୍ର 5.27 ରେ l ଓ m ରେଖାକୁ t ରେଖା ଛେଦ କରୁଛି । ଯଦି $\angle a = 120°$ ଓ $\angle f = 70°$, ତେବେ l ଏବଂ m ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ କି ?

ସମାଧାନ :

$\angle a$ ଏବଂ $\angle b$ ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି ହୋଇଥିବାରୁ ଉଭୟ କୋଣର ପରିମାଣ ମିଶି $180°$ ହେବ ।

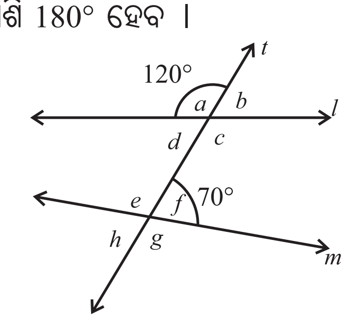
$\angle b = 180° - 120° = 60°$

ପୁନଶ୍ଚ $\angle b$ ଏବଂ $\angle f$ ଦ୍ୱୟ ଅନୁରୂପ କୋଣ

ମାତ୍ର ଉକ୍ତ ଚିତ୍ରରେ $\angle f = 70°$

ତେଣୁ $\angle b \neq \angle f$

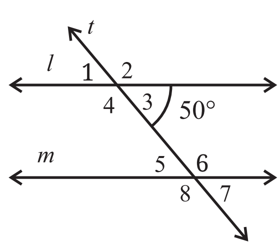
ଏଠାରେ ଅନୁରୂପ କୋଣଦ୍ୱୟ ସମାନ ହୋଇ ନଥିବାରୁ l ଏବଂ m ରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ ନାହିଁ ।



ଚିତ୍ର 5.27

ଉଦାହରଣ 3 :

ଚିତ୍ର 5.28ରେ l ଓ m ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟର ଛେଦକ t । ଯଦି $\angle 3 = 50°$ ହୁଏ ତେବେ, $\angle 6$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।



ଚିତ୍ର 5.28

ସମାଧାନ :

$\angle 3 = 50°$

$\angle 2$ ଓ $\angle 3$ ଦ୍ୱୟ ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ି ହୋଇଥିବାରୁ ଉଭୟ କୋଣର ପରିମାଣ ମିଶି 180° ହେବ ।

ତେଣୁ $\angle 2 = 180° - 50° = 130°$

ପୁନଶ୍ଚ $\angle 2$ ଓ $\angle 6$ ଅନୁରୂପ କୋଣ ଏବଂ l ଏବଂ m ରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ।

ତେଣୁ $\angle 2 = \angle 6$ ଏବଂ $\angle 6 = 130°$

ଏଠାରେ $\angle 3$ ଓ $\angle 6$ ଦ୍ୱୟକୁ ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ **ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ** କହିବା ।

$\angle 3$ ଓ $\angle 6$ ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସମ୍ପର୍କ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ? ତୁମେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖା ଓ ଏହାର ଛେଦକ ଏପରି ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି $\angle 3$ ର ପରିମାଣ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ହେବ । $\angle 3$ ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ମାପ ସହ $\angle 6$ ର ମାପ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥାପନ କରିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କର । ଏହିପରି ବାରମ୍ବାର ପରୀକ୍ଷା କରିଲେ, ତୁମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିବ ଯେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାର ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସର୍ବଦା 180° ହେବ ।

ଉଦାହରଣ 4 :

ଚିତ୍ର 5.29ରେ AB ରେଖାଖଣ୍ଡ CD ସହ ସମାନ୍ତର ଏବଂ AD ରେଖାଖଣ୍ଡ BC ସହ ସମାନ୍ତର । $\angle DAC$ର ପରିମାଣ 65° ଏବଂ $\angle ADC$ ର ପରିମାଣ 60° ହେଲେ $\angle CAB$, $\angle ABC$ ଓ $\angle BCD$ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

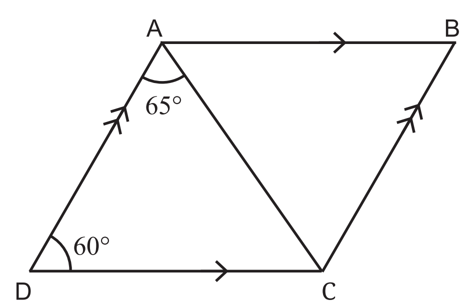
ଚିତ୍ର 5.29ରେ AB ଓ CD ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ଏବଂ AD ଏମାନଙ୍କର ଛେଦକ । ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳ ରେଖାର ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° । $\angle DAC$ର ପରିମାଣ 65° ଏବଂ $\angle ADC$ ର ପରିମାଣ 60° ହେଲେ

$\angle ADC + \angle DAB = 180°$

$\Rightarrow 60° + \angle DAB = 180°$

$\Rightarrow \angle DAB = 180° - 60°$

$\Rightarrow \angle DAB = 120°$



ଚିତ୍ର 5.29

$\angle DAB$ ର ପରିମାଣରୁ $\angle CAB$ର ମୂଲ୍ୟ ପାଇପାରିବା କି ?

$\angle DAB = \angle DAC + \angle CAB$

$\Rightarrow 120° = 65° + \angle CAB$

$\Rightarrow \angle CAB = 120° - 65°$

$\Rightarrow \angle CAB = 55°$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ AD ଓ BC ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ଓ CD ଏମାନଙ୍କର ଛେଦକ ।

ତେଣୁ, $\angle ADC + \angle BCD = 180°$

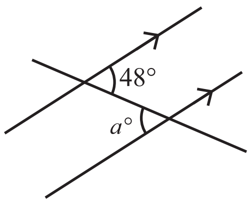
$\Rightarrow \angle BCD = 180° - 60°$

$\Rightarrow \angle BCD = 120°$

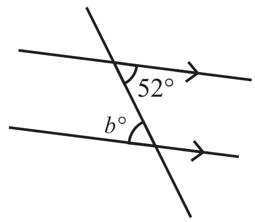
ଚିତ୍ର 5.29ରେ $\angle CAB = 55°$, $\angle ABC = 60°$ ଓ $\angle BCD = 120°$ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ :

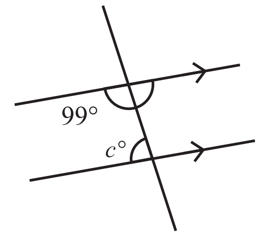
1. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ ସୂଚିତ ହୋଇଥିବା କୋଣର ମାପ ନିରୂପଣ କର ।



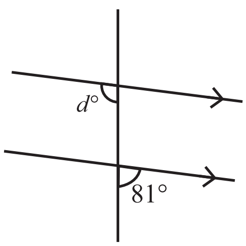
a= ______



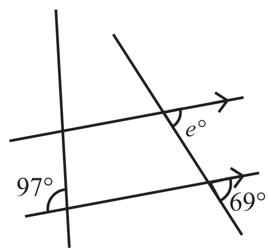
b= ______



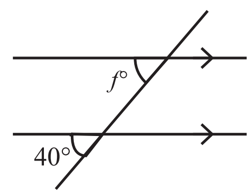
c= ______



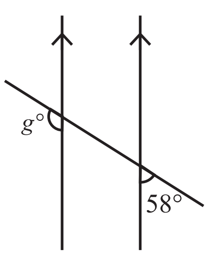
d= ______



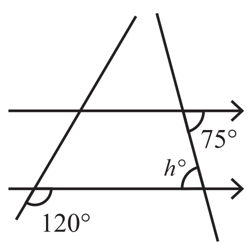
e= ______



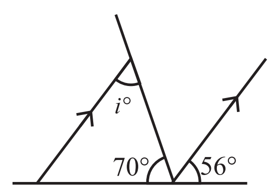
f= ______



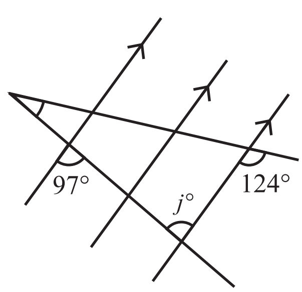
g= ______



h= ______



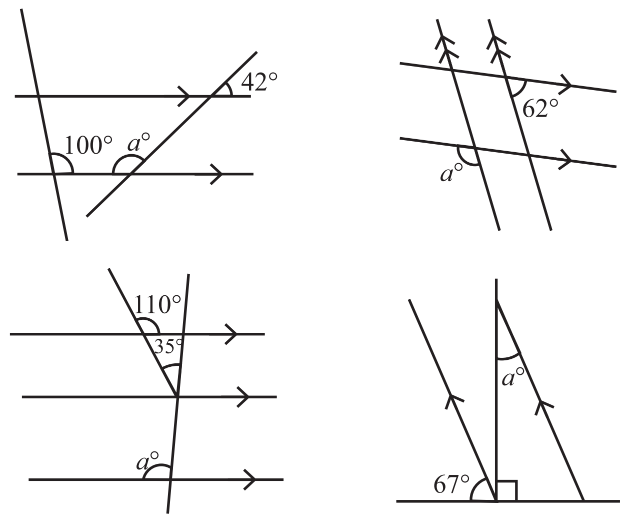
i= ______



j= ______

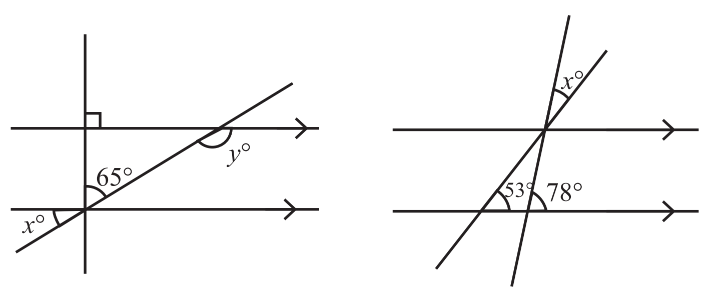
ଚିତ୍ର 5.30

2. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ 'a' ଚିହ୍ନିତ କୋଣର ମାପ ନିରୂପଣ କର ।



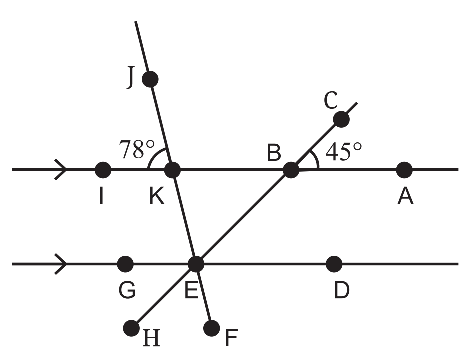
ଚିତ୍ର 5.31

3. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ x ଓ y କୋଣର ମାପ ନିରୂପଣ କର ।



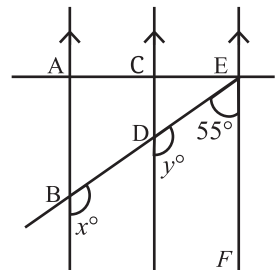
ଚିତ୍ର 5.32

4. ଚିତ୍ର 5.33ରେ $\angle ABC = 45^\circ$ ଓ $\angle IKJ = 78^\circ$ ହେଲେ $\angle GEH$, $\angle HEF$ ଓ $\angle FED$ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



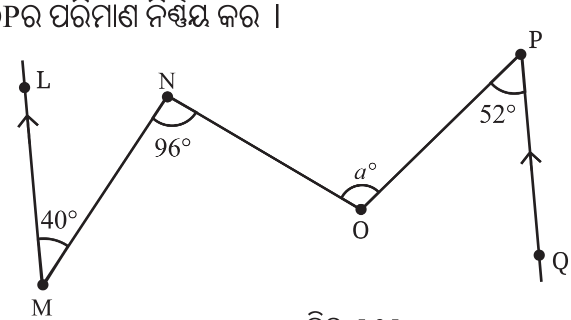
ଚିତ୍ର 5.33

5. ଚିତ୍ର 5.34ରେ AB ସମାନ୍ତର CD ଏବଂ CD ସମାନ୍ତର EF । ପୁନଶ୍ଚ EA ରେଖା AB ପ୍ରତି ଲମ୍ବ । ଯଦି $\angle BEF = 55°$ ହୁଏ, ତେବେ x ଓ yର ମାପ ନିରୂପଣ କର ।



ଚିତ୍ର 5.34

6. ଚିତ୍ର 5.35ରେ $\angle NOP$ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

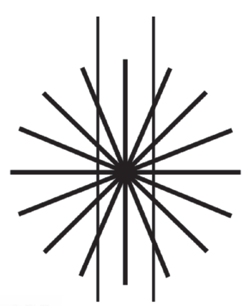


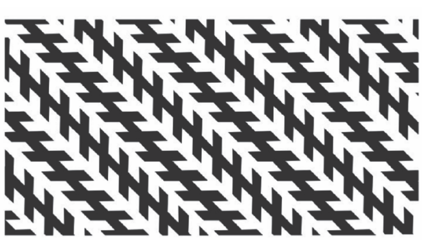
ଚିତ୍ର 5.35

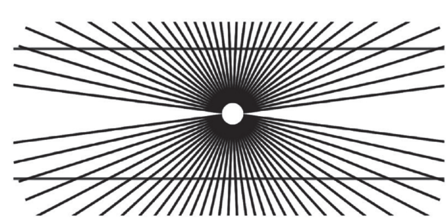
(ସୂଚନା : N ଓ O ବିନ୍ଦୁରେ LM ଓ PQ ସହ ସମାନ୍ତର କରି ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।)

5.9. ଭ୍ରମ ସୃଷ୍ଟିକାରୀ ସମାନ୍ତର ରେଖା

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକରେ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଅଛି କି ନାହିଁ ?







? ଏଠାରେ ଭ୍ରମ ସୃଷ୍ଟି ହେବାର କାରଣ ଖୋଜ ?

ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

- ଦୁଇଟି ସରଳ ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦକଲେ 4ଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ । ପରସ୍ପର ପ୍ରତୀପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ । ସରଳରୈଖିକ ଯୋଡ଼ିଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି $180°$ ।
- ଦୁଇଟି ରେଖାର ଛେଦରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ $90°$ ହେଲେ ଗୋଟିଏ ରେଖା ଅନ୍ୟ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ବୋଲି କହିବା ।
- ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଦୁଇଟି ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଆଦୌ ଛେଦ ନକଲେ ଏହି ରେଖାଦ୍ୱୟକୁ ସମାନ୍ତର ରେଖା କୁହାଯାଏ ।
- ଗୋଟିଏ ରେଖା ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ଭିନ୍ନ ରେଖାକୁ ଛେଦକଲେ ଏହାକୁ ଛେଦକ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଛେଦକଟି 4ଟି କୋଣ ଥିବା 2ଟି ସେଟ୍ କୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରେ । ପ୍ରଥମ ସେଟ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ 4ଟି କୋଣ ପାଇଁ ଦ୍ୱିତୀୟ ସେଟ୍‌ର ଅନୁରୂପ କୋଣ ଥାଏ ।
- ସମାନ୍ତର ରେଖାଦ୍ୱୟର ଛେଦକ ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ଅନୁରୂପ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ । ବିପରୀତ କ୍ରମେ ଦୁଇଟି ରେଖାର ଛେଦକରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ଅନୁରୂପ କୋଣ ସମାନ ହେଲେ ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ ।
- ସମାନ୍ତର ରେଖାଦ୍ୱୟର ଛେଦକରୁ ଉତ୍ପନ୍ନ ଏକାନ୍ତର କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ସମାନ ।
- ସମାନ୍ତର ରେଖାଦ୍ୱୟର ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି $180°$ ।

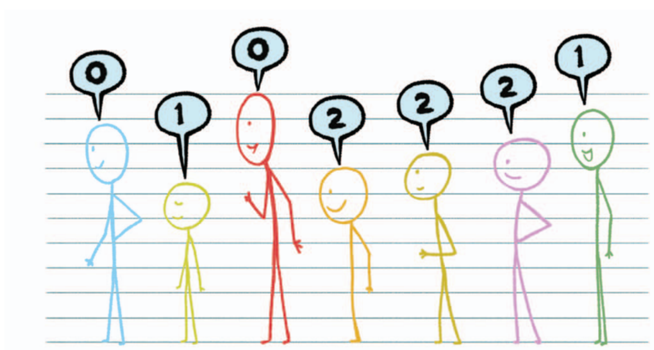
ଷଷ୍ଠ ଅଧ୍ୟାୟ

ସଂଖ୍ୟା ଖେଳ

6.1 ସଂଖ୍ୟା କହେ ଆମ ଜିନିଷ

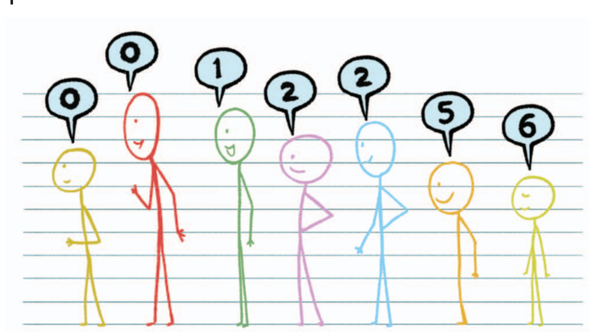
? ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକରୁ ଆମେ କ'ଣ ଜାଣୁଛନ୍ତି ?

ପିଲାମାନେ ଏକ ଭିନ୍ନ ନିୟମ ଅବଲମ୍ବନକରି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ନାମ କହିବେ ।



? ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ସୂଚାଉଛି ବୋଲି ତୁମେ ଭାବୁଛ ?

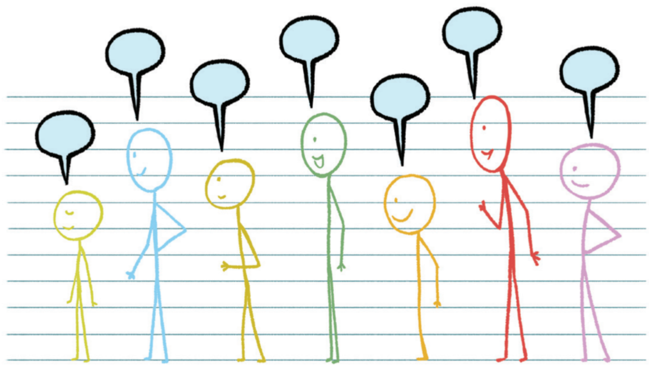
ପିଲାମାନେ ଅନ୍ୟ ଏକ ପ୍ରକାରରେ ସଜାଇ ହୋଇ ଛିଡ଼ା ହେବେ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏହି ନୂଆ ସଜିକରଣ ଅନୁଯାୟୀ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା କହିବେ ।



? ତୁମେ କହିପାରିବ କି ? ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ସୂଚନା ଦେଉଛନ୍ତି ? ନିରୀକ୍ଷଣ କର ଓ ଜାଣିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ଏଠାରେ ସଂଖ୍ୟାକ୍ରମର ନିୟମଟି ହେଉଛି: ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା ତା'ର ସମ୍ମୁଖରେ ଛିଡ଼ା ହୋଇଥିବା ଡେଙ୍ଗା ପିଲାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା କହିବେ । ପୂର୍ବରି ଦୁଇଟି ଚିତ୍ରକୁ ନିରୀକ୍ଷଣ କରି ଏହି ସୂତ୍ରଟି ଉଭୟ କ୍ଷେତ୍ରପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ କି ନାହିଁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।

? ଏହି ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପିଲା କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାର ନାମ କହିବେ ସେହି ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମଟି ଲେଖ ।



? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ବହିର ଶେଷରେ ସଂଖ୍ୟା କାଠିଗୁଡ଼ିକୁ ସଜାଅ କିମ୍ବା ଉଚ୍ଚତାକୁ କ୍ରମ ଅନୁସାରେ ସଜାଡ଼ି ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରିକି କ୍ରମ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏପରି ପଢ଼ିବା ।

   (a) 0, 1, 1, 2, 4, 1, 5

   (b) 0, 0, 0, 0 , 0 , 0, 0

   (c) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

   (d) 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0

   (e) 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1

   (f) 0, 0, 0, 3, 3, 3, 3

? 2. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉକ୍ତି ପାଇଁ ଚିନ୍ତା କରି ଚିହ୍ନଟ କର ଯେ କେଉଁ ଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ, କେବଳ ବେଳେବେଳେ ସତ୍ୟ କିମ୍ବା ଆଦୌ ସତ୍ୟ ନୁହେଁ । ଯୁକ୍ତି ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାର ସତ୍ୟାସତ୍ୟ ପ୍ରତିପାଦନ କର ।

   (a) ଯଦି ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି '0' (ଶୂନ) କୁହନ୍ତି ତେବେ ସେ ସେହି ଦଳରେ ସବୁଠାରୁ ଡେଙ୍ଗା ବ୍ୟକ୍ତି ଅଟନ୍ତି ।

   (b) ଯଦି ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ସବୁଠାରୁ ଡେଙ୍ଗା ତେବେ ତାଙ୍କ ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି '0' (ଶୂନ) ।

   (c) ପ୍ରଥମ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି '0' (ଶୂନ) ।

   (d) ଯଦି ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ପ୍ରଥମରେ କିମ୍ବା ଶେଷରେ ଠିଆ ହୋଇ ନଥାଆନ୍ତି ଅର୍ଥାତ୍ ସେ ମଝିରେ ଯେକୌଣସି ସ୍ଥାନରେ ଠିଆ ହୋଇଥାଆନ୍ତି । ସେ '0' (ଶୂନ) କହିପାରିବେ ନାହିଁ ।

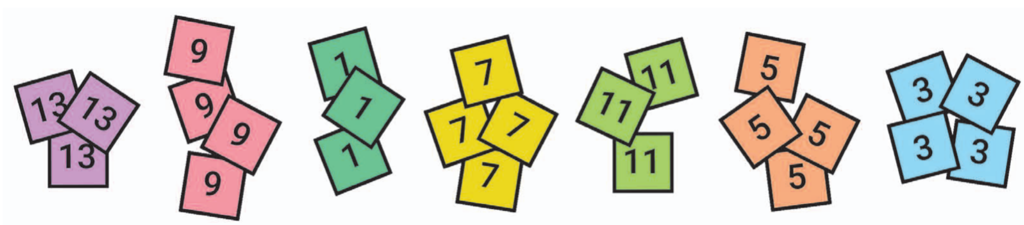
   (e) ଯେଉଁ ବ୍ୟକ୍ତି ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ସଂଖ୍ୟା କହିବେ ତାଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ସମସ୍ତଙ୍କଠାରୁ ନିଶ୍ଚିତ କମ୍ ।

   (f) ଆଠ ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତି ଥିବା ଦଳରେ ସର୍ବବୃହତ୍ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା କ'ଣ ହୋଇପାରେ ?

6.2 ଯୋଡ ବେଯୋଡ ବାଛ

କିଶୋର ପାଖରେ କେତେକ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ ଅଛି ଏବଂ ସେ ଏକ ପ୍ରଶ୍ନଧନ୍ଦାକୁ ସମାଧାନ କରିବାରେ ଲାଗିପଡ଼ିଛି । ତା' ପାଖରେ ଥିବା 5ଟି କୋଠରି ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଠରିରେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ ରହିବ ଯେପରିକି କୋଠରିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି 30 ହେବ । ଏହି ଧନ୍ଦାକୁ ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ କୌଶଳଟିଏ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି ?

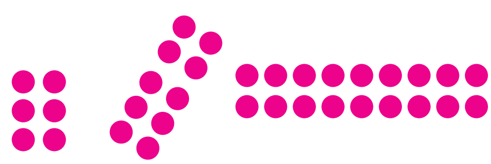
$$\square + \square + \square + \square + \square = 30$$



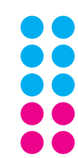
ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ୫ଟି ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ର ଯୋଗଫଳ 30 ହେବ ? ଏହା ସମ୍ଭବ ହେବ କି ? ଏହି ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ ମଧ୍ୟରୁ 5 ଟି କାର୍ଡ଼ ବାଛିବାର ଅନେକ ଉପାୟ ଅଛି । ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବନା ଯାଞ୍ଚ ନ କରି ସମାଧାନ ଖୋଜିବା ପାଇଁ କୌଣସି କୌଶଳ ଅଛି କି ? ଆସ ଜାଣିବା ।

? ଅଳ୍ପ କେତୋଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କର । ତୁମେ କେଉଁ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ ? ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳରେ କେଉଁ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେବ ତାହା ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ କି ?

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଡ଼ିରେ ସଜାଇ ରଖିହେବ । ଏଠାରେ କିଛି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଡ଼ିରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

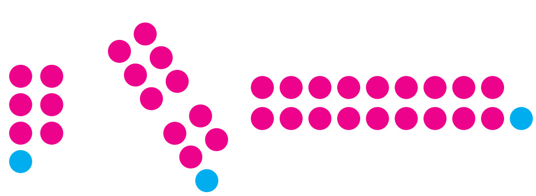


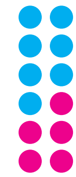
ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଇଲା ପରି ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା (କୌଣସିଟିକୁ ବାଦ୍ ନ ଦେଇ) ଯୋଗ କଲେ ତା'ର ଫଳାଫଳକୁ ଆମେ ଯୋଡ଼ିରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା । ଅନ୍ୟ ଭାଷାରେ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଯୁଗ୍ମ ହେବ ।



? ବର୍ତ୍ତମାନ କିଛି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ତୁମେ କେଉଁ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ ? ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ସେମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ କି ?

ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଡ଼ିରେ ସଜଡ଼ା ଯାଇପାରିବ ନାହିଁ । ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଡି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ସର୍ବଦା ଗୋଟିଏ ବଳକା ରହିବ । କିଛି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।





ଆମେ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସଂଗୃହୀତ ଯୋଡ଼ିଠାରୁ 1 କମ୍ ବୋଲି ଭାବି ପାରିବା କି ?
ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଦର୍ଶାଉଛି ଯେ ଦୁଇଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ଯୁଗ୍ମ ହେବ ।
ନିମ୍ନସ୍ଥ ଅନ୍ୟ ଚିତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ଏହାର ଏକ ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ପ୍ରମାଣ ।

? ତିନୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ କେଉଁ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେବ ? ଯୋଗଫଳକୁ ଯୋଡିରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ କି ? 'ନା' ।

? ଯୋଗଫଳ କେଉଁ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେବ ? ଅନ୍ୱେଷଣ କର ।

(a) ଚାରୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା

(b) ପାଞ୍ଚୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା

(c) ଛଅଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା

ଆସ, କିଶୋର ସମାଧାନ କରୁଥିବା ଗଣିତ ଧନ୍ଦା ପାଖକୁ ଆମେ ଫେରିଯିବା । 5 ଟି ଶୂନ୍ୟ କୋଠରି ଅଛି । ଅର୍ଥାତ୍ ତାଙ୍କପାଖରେ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ କୋଠରି ଅଛି । ଏଠାରେ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ ମାନ ଅଛି । ପାଞ୍ଚୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ କେବେ ବି ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ନାହିଁ । 5 ଟି ଶୂନ୍ୟ କୋଠରିରେ ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା କାର୍ଡ଼ଗୁଡ଼ିକ ରଖିଲେ ଯୋଗଫଳ 30 ହେବ ନାହିଁ ଯାହା କି ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ । ତେଣୁ କିଶୋର ଯୋଗଫଳ 30 ପାଇବା ପାଇଁ କାର୍ଡ଼ଗୁଡ଼ିକୁ କୋଠରିରେ ସଜାଇ ପାରିବ ନାହିଁ ।

? ସୋମ୍ ଓ ଓମ୍ ଦୁଇଭାଇ, ଠିକ୍ ଗୋଟିଏ ବର୍ଷ ବ୍ୟବଧାନରେ ଜନ୍ମ ହୋଇଛନ୍ତି । ଆଜି ସେମାନେ ସେମାନଙ୍କର ଜନ୍ମଦିନ ପାଳନ କରୁଛନ୍ତି । ଓମ୍‌ଙ୍କ କହିବା ଅନୁଯାୟୀ ଦୁହିଁଙ୍କର ବୟସର ସମଷ୍ଟି 112 ଅଟେ । ଏହା ସମ୍ଭବ କି ? କାହିଁକି ହେବ କିମ୍ବା କାହିଁକି ହେବନାହିଁ ?

ଯେହେତୁ ଦୁଇ ଭାଇ ଗୋଟିଏ ବର୍ଷ ବ୍ୟବଧାନରେ ଜନ୍ମ ହୋଇଛନ୍ତି । ସେମାନଙ୍କର ବୟସ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ହେବ । ସେମାନଙ୍କର ବୟସ 51 ଏବଂ 52 ହୋଇପାରିବ କି ? 51+52=103 । ଆଉ କିଛି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଉଦାହରଣ ନିଅ ଯାହାର ଯୋଗଫଳ 112 ହେବ ।

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା 1, 2, 3, 4, 5... କ୍ରମରେ ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଗୋଟିକ ପରେ ଗୋଟିଏ ଥାଆନ୍ତି । ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ଯୁଗ୍ମ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି ଅଯୁଗ୍ମ ଅଟେ ।

ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି କେଉଁ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେବ ? ସେମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳକୁ ଆମେ ଯୋଡ଼ିରେ ସଜାଇ ଲେଖି ପାରିବା ନାହିଁ । ତେଣୁ ଏହା ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

ଯେହେତୁ 112 ଗୋଟିଏ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ସୋମ୍ ଓ ଓମ୍‌ର ବୟସ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କର ବୟସର ସମଷ୍ଟି 112 ହେବ ନାହିଁ ।

ଆମେ ଯୁଗ୍ମ କିମ୍ବା ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଧର୍ମକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ଯୋଡ, ବେଯୋଡ ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ଅଯୁଗ୍ମ ଅଟେ ଏବଂ ସେହିପରି ଦୁଇଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ଯୁଗ୍ମ ଅଟେ ।

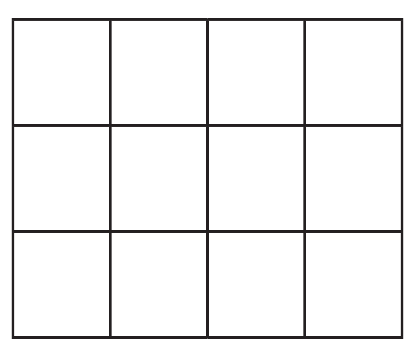
? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ଯୁଗ୍ମ ଏବଂ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଚିତ୍ରିତ ଉପସ୍ଥାପନାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ନିମ୍ନସ୍ଥ ଯୋଗକ୍ରିୟାରେ ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ (ଯୋଡ଼, ବେଯୋଡ଼) ସ୍ଥିର କର ।
   (a) ଦୁଇଟି ଯୁଗ୍ମ ଓ 2ଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ (ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ: ଯୁଗ୍ମ + ଯୁଗ୍ମ + ଅଯୁଗ୍ମ + ଅଯୁଗ୍ମ)
   (b) ଦୁଇଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଓ ତିନୋଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ
   (c) ପାଞ୍ଚୋଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ
   (d) ଆଠଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ
2. ଲିମାର ସଞ୍ଚୟ ବାକ୍ସରେ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ 1 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା, ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ 5 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା ଏବଂ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ 10 ଟଙ୍କିଆ ମୁଦ୍ରା ଅଛି । ସେ ମୁଦ୍ରାଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣିବା ପରେ ମୋଟ 205 ଟଙ୍କା ପାଇଲା । ତା'ର ଗଣନା ଭୁଲ୍ ହେଲା କି ? ଯଦି ହଁ, ତାର କାରଣ ଦର୍ଶାଅ । ଯଦି ଗଣନା ଠିକ୍, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରକାରର ମୁଦ୍ରା କେତୋଟି ଥାଇପାରେ ?
3. ଆମେ ଜାଣୁ !
   (a) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା + ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା = ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା
   (b) ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା + ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା = ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା
   (c) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା + ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା = ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା

   ଠିକ୍ ସେହିପରି, ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ ଲେଖ ।
   (d) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା - ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା = ...
   (e) ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା - ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା = ...
   (f) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା - ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା = ...
   (g) ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା - ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା = ...

ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଥିବା ଛୋଟ ବର୍ଗାକାର କ୍ଷେତ୍ର

ଗୋଟିଏ 3×3 ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ 9 ଟି ଛୋଟ ବର୍ଗାକାର କୋଠରି ଅଛି ଯାହା ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ବିଶିଷ୍ଟ । ପୁନଶ୍ଚ 3×4 ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ 12 ଟି ବର୍ଗାକାର କୋଠରି ଅଛି ଯାହା ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।



? ଏକ ଗ୍ରୀଡ୍‌ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ମାପ ଜଣା ଥିଲେ ହିସାବ ନ କରି ସେଥିରେ କେତୋଟି ଛୋଟ ବର୍ଗାକାର କୋଠରି ହୋଇପାରିବ ଓ ଏହା ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ବା ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ହେବ କହିପାରିବ କି ?

? ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ଗ୍ରୀଡ୍ ଗୁଡ଼ିକରେ ଛୋଟ ବର୍ଗାକାର କୋଠରି ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନ କରି କୋଠରି ସଂଖ୍ୟା ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ ହେବ କହିପାରିବ କି ?

(a) 27×13

(b) 42×78

(c) 135×654

ପରିପ୍ରକାଶରେ ଯୋଡ - ବେଯୋଡ :

ଏକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ, $3n + 4$ କୁ ବିଚାରକୁ ନିଅ । n ର ବିଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ଯୋଡ (ଯୁଗ୍ମ) ବେଯୋଡ (ଅଯୁଗ୍ମ) ହେବ ।

n	$3n + 4$ର ମୂଲ୍ୟ	ଯୁଗ୍ମ / ଅଯୁଗ୍ମ
3	13	ଅଯୁଗ୍ମ
8	28	ଯୁଗ୍ମ
10	34	ଯୁଗ୍ମ

? ଏକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ଯାହାର ମୂଲ୍ୟ ସର୍ବଦା ଯୋଡା ଯୋଡା ହୋଇ ରହିପାରିବ ବା ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।
ଉଦାହରଣ : (କ) $100b$
(ଖ) $48w - 2$
ଏହିପରି ଆଉ କିଛି ଉଦାହରଣ ଲେଖ ।

? କିଛି ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ଯାହାର ମୂଲ୍ୟ ସର୍ବଦା ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।

? $3n + 4$ ପରି ଅନ୍ୟ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ଯାହାର ମାନ ଯୁଗ୍ମ କିମ୍ବା ଅଯୁଗ୍ମ ହୋଇପାରେ ।

? $k = 1, 2, 3, ...$ ପାଇଁ
$6k + 2$ ପରିପ୍ରକାଶର ମୂଲ୍ୟ 8, 14, 20, ... ଯେଉଁଥିରେ ଅନେକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ।

? ଏପରି କିଛି ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖିପାରିବା କି ଯାହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ସମସ୍ତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ତାଲିକା ଭୁକ୍ତ କରିପାରିବା ।
(ସୂଚନା: ସମସ୍ତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ଗୁଣନୀୟକ 2)

? ଏପରି ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଅଛି କି ଯାହାକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ସମସ୍ତ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ତାଲିକଭୁକ୍ତ କରିପାରିବା ।
ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ଦେଖିଛୁ ଯେ 4 ର ଗୁଣିତକ ପରିପ୍ରକାଶର n ତମ ପଦଟି ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର 'n'କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ସୂଚିତ ହୋଇଥାଏ ଯହିଁରେ n ଅନୁକ୍ରମର ପଦ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚିତ କରେ । (ଯଥା: ପ୍ରଥମ, 23 ତମ (ତେଇଶିତମ), 100 ତମ (ଶହେତମ) ଏବଂ 17 ତମ (ସତରତମ),.... ଇତ୍ୟାଦି ।)

? 2 ର ଗୁଣିତକ ପାଇଁ n ତମ ପଦଟି କ'ଣ ହୋଇପାରେ ? କିମ୍ବା, n ତମ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଟି କ'ଣ ?
ଆସ, ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

? ଶହେ ତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ?

ଏହି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାରକୁ ନିଅ ।

? ଶହେତମ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ?

ଏହା ହେଉଛି $2 \times 100 = 200$

ଶହେତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଖୋଜିବାରେ ଏହା ସାହାଯ୍ୟ କରିବ କି ? ଚାଲ, ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମରେ ପଦକୁ ପଦ ତୁଳନା କରିବା ।

ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲା: 2, 4, 6, 8, 10, 12.....

ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲା: 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନରେ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ 1 ଊଣା । ତେଣୁ 100 ତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଟି $200 - 1 = 199$.

? 'n' ତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବାପାଇଁ ନିୟମଟି କ'ଣ ହୋଇପାରିବ ଲେଖ । ଚାଲ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ ପାଇଁ ଏକ ପଦ୍ଧତି ସ୍ଥିର କରିବା ।

(a) ସେହି ସ୍ଥାନ ପାଇଁ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଟି କ'ଣ ହେବ ? ଏହା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥାନ ପାଇଁ ସଂଖ୍ୟାଟିର 2 ଗୁଣ ସଂଖ୍ୟାଟି ହେବ ।

(b) ତା'ପରେ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାରୁ 1 ବିୟୋଗ କର । ଏହି ପରିପ୍ରକାଶଟିରୁ ଆମେ ପାଇଲେ

(a) $2n$

(b) $2n - 1$

ତେଣୁ n ତମ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସୂତ୍ର $2n$ ଏବଂ

n ତମ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସୂତ୍ର $2n - 1$

6.3 ଗ୍ରୀଡ୍ ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ୱେଷଣ

ଏହି 3×3 ଗ୍ରୀଡ୍‌କୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କର । ଏକ ସାଧାରଣ ନିୟମକୁ ପାଥେୟ କରି ଏଥିରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଲେଖାଯାଇଛି । 1 ରୁ 9 ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ପୁନରାବୃତ୍ତି ନକରି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି । ପୁନଶ୍ଚ ଗ୍ରୀଡ୍ ବାହାରେ ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ କିଛି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଯାଇଛି ।

4	7	5	16
6	1	2	9
3	9	8	20
13	17	15	

? ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ କାହିଁକି ଲେଖାଯାଇଛି । ଏମାନେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟିକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରୁଛନ୍ତି କି ? ହଳଦିଆ ବୃତ୍ତରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ଅନୁରୂପ ଧାଡ଼ିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ଅଟେ ।

ଉପର ନିୟମ ଅବଲମ୍ବନରେ ନିମ୍ନସ୍ଥ ଗ୍ରୀଡ ଗୁଡ଼ିକର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

9			13
			14
		5	18
24	9	12	

			24
4			15
		3	6
12	16	17	

? ଏହିପରି ନିଜେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହିତ ଆଲୋଚନା କର ।
ନିମ୍ନ ଗ୍ରୀଡ୍‌ର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନରେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖି ଗ୍ରୀଡ୍‌ର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

			5
		6	21
			19
9	11	26	

? ତୁମେ ନିଶ୍ଚିତ ଅନୁଭବ କରୁଥିବ ଯେ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଗ୍ରୀଡ୍‌ର ଶୂନ୍ୟ କୋଠରିଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କରିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । କାରଣ କ'ଣ ?

ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସର୍ବନିମ୍ନ ରାଶି : 1+2+3 = 6

ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସର୍ବବୃହତ୍ ରାଶି: 9+8+7=24

ତେଣୁ ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା 6 ଠାରୁ ସାନ ହେବ ନାହିଁ କିମ୍ବା 24 ଠାରୁ ବଡ ହେବ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ଦତ୍ତ ଗ୍ରୀଡ୍‌ର ବୃତ୍ତସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ 5 ଏବଂ 26 ରହିଅଛି । ତେଣୁ ଏହି ଗ୍ରୀଡ୍‌ର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କରିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

ପୂର୍ବ ଗ୍ରୀଡ୍‌କୁ ସମାଧାନ ପରେ କିଶୋର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି କହିଲା ଯେ ଚିହ୍ନିତ ଛଅଟି ବୃତ୍ତ ମଧ୍ୟରେ ଲେଖାଥିବା ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ 90 । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ବିଦ୍ୟା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି କହିଲା ଯେ ଗୋଲରେ ଥିବା 3 ଟି ଧାଡ଼ିର ସଂଖ୍ୟା ମିଶି 45 ଓ 3 ଟି ସ୍ତମ୍ଭର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମିଶି ସର୍ବଦା 45 ହେଉଥିଲା ।

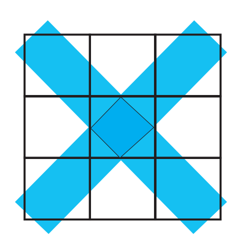
ପୂର୍ବ ଗ୍ରୀଡ୍ ଦେଖି ଏହରା ସତ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷା କର ?

? ତିନୋଟି ଧାଡ଼ିର ସଂଖ୍ୟା ଏକତ୍ର ମିଶିଲେ ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭ ସଂଖ୍ୟାମାନ ଏକତ୍ର ମିଶିଲେ ଯୋଗଫଳ କାହିଁକି 45 ହେବ ?

4	7	5	4+7+5
6	1	2	6+1+2
3	9	8	3+9+8
4+6+3	7+1+9	5+2+8	

ଦତ୍ତ ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ ଧାଡ଼ିଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ଏବଂ ସ୍ତମ୍ଭଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ସମାନ । ଏଠାରେ 1 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଛି । 1 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ, 9 ଟି ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ = 1+2+3+4+5 +6 +7+8+9=45

ଏକ ବର୍ଗ ଗ୍ରୀଡ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ି, ସ୍ତମ୍ଭ ଓ କୌଣିକ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ସମାନ ହେଲେ ତାହାକୁ ଏକ **କୁହୁକ ବର୍ଗ** କୁହାଯାଏ । ଧାଡ଼ି ବା ସ୍ତମ୍ଭରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳକୁ **କୁହୁକ ସମଷ୍ଟି** କୁହାଯାଏ । କୌଣିକ ସ୍ଥାନକୁ ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ କରାଯାଇଛି ।



ମନଇଚ୍ଛା ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି କୁହୁକ ବର୍ଗଟିର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କରିବା କଷ୍ଟକର । କାରଣ, ଆମେ ଦେଖିଲେ 1 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାରକରି (ପୁନରାବୃତ୍ତି ନ କରି) ଅନେକ ଉପାୟରେ ବର୍ଗଗୁଡ଼ିକ ସ୍ଥାନ ପୂରଣ କରାଯାଇପାରେ । ପ୍ରକୃତରେ ଦେଖାଯାଇଛି 3,62,880 ଉପାୟରେ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଲେଖି ହେବ । ଆଶ୍ଚର୍ଯ୍ୟର କଥା ଏଥିମଧ୍ୟରୁ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଉପାୟ ତାଲିକା ଭୁକ୍ତ ନୁହେଁ । ଏକ କୁହୁକବର୍ଗ କେତୋଟି କୌଶଳରେ ପୂରଣ କରାଯାଇପାରିବ ତାହା ମଧ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରେ । ଆମେ ସେ ବିଷୟରେ ଉପର ଶ୍ରେଣୀମାନଙ୍କରେ ପଢ଼ିବା । ଏହା ପରିବର୍ତ୍ତେ ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ କିପରି ତିଆରି କରିପାରିବା, ସେ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

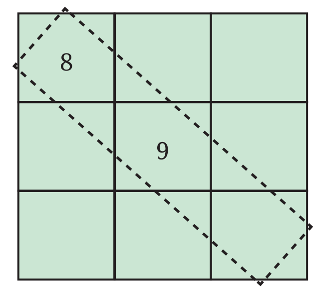
1. କୁହୁକ ରାଶି କେତେ ହୋଇପାରେ ? ଏହା ଯେକୌଣସି ସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରିବ କି ?

ଚାଲ, କ୍ଷଣିକ ପାଇଁ କେବଳ ଧାଡ଼ି ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା । ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ 1 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ 3×3 ଗ୍ରୀଡ୍‌ର ଧାଡ଼ି ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ 45 ହେବ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିର ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ 15 ହେବ । ତେଣୁ ଆମେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ନିମ୍ନ ତଥ୍ୟ ପାଇଲୁ ।

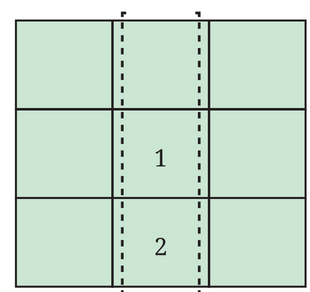
ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ 1: 1 ରୁ 9 ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗରେ କୁହୁକ ରାଶି 15 ହେବା ଜରୁରୀ ଅଟେ ।

2. କୁହୁକ ବର୍ଗର କେନ୍ଦ୍ରରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ରାଶିଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ହେବ ?

ଆସ ଗୋଟିଏ ପରେ ଗୋଟିଏ ସମ୍ଭାବନାକୁ ବିଚାର କରିବା । କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା '9' ହୋଇପାରିବ କି ? ଯଦି ହଁ, ତେବେ ଅନ୍ୟ ବର୍ଗ କୋଠରିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକରେ 8 ନିଶ୍ଚିତ ଆସିବ ।



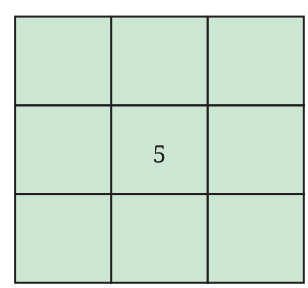
ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ କୌଣିକ ରାଶିର ଯୋଗଫଳ 8+9+ ଅନ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟା = 15 ହେବ କି ? କିନ୍ତୁ ଏହା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ଆମେ 8 କୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ସ୍ଥାନରେ ରଖିଲେ ମଧ୍ୟ ସମାନ ପରିସ୍ଥିତି ଉପୁଜିବ । ତେଣୁ କେନ୍ଦ୍ରରେ '9' ରହିପାରିବ ନାହିଁ । କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା '1' ହୋଇପାରିବ କି ? ଯଦି ହଁ '2' ଅନ୍ୟ ଏକ କୋଠରିରେ ଲେଖାଯାଇ ପାରିବ । ଏଠାରେ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ 2+1+ ଅନ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟା=15 କିନ୍ତୁ ଏହା ଅସମ୍ଭବ । କାରଣ, ଆମେ କେବଳ 1 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରୁଛୁ । ଆମେ '1'କୁ ଯେଉଁଠାରେ ରଖିଲେ ମଧ୍ୟ ସମାନ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି ହେବ । ତେଣୁ '1' ମଧ୍ୟ କେନ୍ଦ୍ରରେ ରହିପାରିବ ନାହିଁ ।



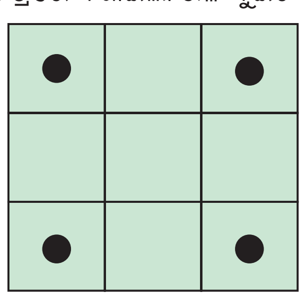
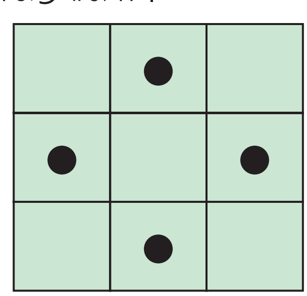
? ଏହିପରି ଯୁକ୍ତି ବ୍ୟବହାର କରି 1 ରୁ 9 ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା କେନ୍ଦ୍ରରେ ରହିପାରିବ ନାହିଁ ଦେଖ ।

ଏହି ଅନୁଧ୍ୟାନ ନିମ୍ନସ୍ଥ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣକୁ ଆଗେଇ ନେବ ।

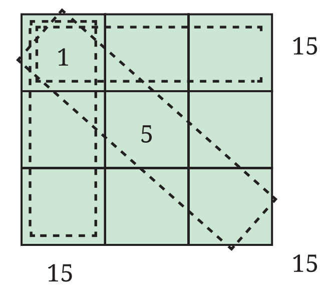
ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ 2: 1 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗର କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟା 5 ହେବା ଜରୁରୀ ।



ଚାଲ ଦେଖିବା କୁହୁକ ବର୍ଗର କେଉଁ କୋଠରିରେ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା '1' ଏବଂ ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା '9' ଆସିବ । ଆମେ ଦ୍ୱିତୀୟ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ଜାଣିଲୁ ଯେ '1' ଓ '9' ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ସୀମାବର୍ତ୍ତୀ କୋଠରିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଯେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ କୋଠରିରେ ରହିବେ । ଚାଲ, ଏହାକୁ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଇଲା ଭଳି ଦୁଇଟି ଶ୍ରେଣୀରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା ।

କୌଣିକ ସ୍ଥାନରେ '1' ରହିପାରିବ କି ? ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଯେପରି ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ବାମପଟ ଉପରିସ୍ଥ କୌଣିକ ସ୍ଥାନରେ '1' ଅଛି ।



? ଯଦି '1' କୁ ବାମପଟ ଉପରିସ୍ଥ କୋଣ ସ୍ଥାନରେ ରଖାଯାଏ ତେବେ '1'କୁ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାରେ ତିନୋଟି ଉପାୟରେ ଯୋଗ କରି ଯୋଗଫଳ 15 ନିଶ୍ଚିତ ପାଇବା ।

ଆମେ ପାଇବା 1+5+9=15,

1+6+8=15 ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ଲେଖିପାରିବା ।

ଏହିପରି ଆଉ କିଛି ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଯୋଗଫଳ 15 କରାଯାଇପାରିବ କି ?

? ସେହିପରି '9' କୁ ଏକ କୌଣିକ ସ୍ଥିତିରେ ରଖାଯାଇପାରିବ କି ?

ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ 3 : ସଂଖ୍ୟା 1 ଏବଂ 9 କୌଣିକ ସ୍ଥିତିରେ ଆଦୌ ରହିପାରିବେ ନାହିଁ । ତେଣୁ ସେ ଦୁହେଁ ମଝି ସ୍ଥାନଗୁଡ଼ିକରେ ରହିପାରିବେ ।

? 1 ଏବଂ 9 ପାଇଁ ଅନ୍ୟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସ୍ଥିତିଗୁଡ଼ିକୁ ଦର୍ଶାଇ ପାରିବ କି ?

1	5	9

	1	
	5	
	9	

ବର୍ତ୍ତମାନ, ଆମ କୁହୁକ ବର୍ଗର ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣ ଧାଡ଼ି କିମ୍ବା ସ୍ତମ୍ଭ ଅଛି । ଏହାକୁ ସମାପ୍ତ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର । (**ସୂଚନା:** ପ୍ରଥମେ 1 ଏବଂ 9 କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଧାଡ଼ି ବା ସ୍ତମ୍ଭକୁ ପୂରଣ କର ।)

? **ନିଜେ କରି ଦେଖ:-**

1. 1 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି କେତୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ କୁହୁକ ବର୍ଗ ତିଆରି କରାଯାଇପାରିବ ?
2. 2ରୁ 10 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ କର । ଏଥି ନିମନ୍ତେ କେଉଁ କୌଶଳ ଅବଲମ୍ବନ କରିବ ? ଏହାକୁ 1 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ଗଠନ କରିଥିବା କୁହୁକ ବର୍ଗ ସହିତ ତୁଳନା କର ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

3 ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ନିଅ, ଏବଂ
   (a) କୁହୁକ ବର୍ଗର ପ୍ରତି କୋଠରିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ବଢ଼ାଅ ।
   (b) କୁହୁକ ବର୍ଗର ପ୍ରତି କୋଠରିରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦ୍ୱିଗୁଣିତ କର ।
   ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଫଳାଫଳ ଗ୍ରୀଡ୍‌ଟି ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ହେଉଛି କି ? ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ କୁହୁକ ରାଶି କିପରି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେଉଛି ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

4. ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗରେ ଅନ୍ୟ କେଉଁ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅବଲମ୍ବନ କରି ଅନ୍ୟ ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ କରିହେବ ।
5. କ୍ରମାଗତ ନଅଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି (ଯେପରିକି 2 ରୁ 10, 3 ରୁ 11, 9 ରୁ 17 ... ଇତ୍ୟାଦି) ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କର ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

3×3 କୁହୁକ ବର୍ଗର ସାଧାରଣ ରୂପ

କୁହୁକ ବର୍ଗର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସହିତ କିପରି ସମ୍ବନ୍ଧିତ ସେ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବାଖ୍ୟା କରିପାରିବା ।

? କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ତୁମେ ଗଢ଼ିଥିବା ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ନିଅ । ଯଦି କେନ୍ଦ୍ରସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାଟି 'm' ହୁଏ ତେବେ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କିପରି 'm' ସହିତ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ପ୍ରତି କୋଠରିର ରାଶି m ଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ କିମ୍ବା କେତେ କମ୍ ତାହା ବୀଜଗଣିତ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖ ।

	m	

(ସୂଚନା: ମନେରଖ, ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଏକ କ୍ୟାଲେଣ୍ଡରର ମାସରେ 2×2 ଗ୍ରୀଡ୍ ବିଷୟରେ ଆମେ ଆଲୋଚନା କରିଛନ୍ତି ।)

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ଥରେ ସାଧାରଣ ସ୍ୱରୂପ ପାଇବା ପରେ ତୁମର ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଶ୍ରେଣୀ କକ୍ଷରେ ମୁକ୍ତ ଆଲୋଚନା କର ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ଏହି ସାଧାରଣ ରୂପକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କେନ୍ଦ୍ରରେ 25 ରଖି କୁହୁକ ବର୍ଗଟିଏ ଗଠନ କର ।
2. ଯେକୌଣସି ଧାଡ଼ି, ସ୍ତମ୍ଭ କିମ୍ବା କୌଣୀୟ ସ୍ଥିତିର ପଦମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳକୁ ଏକ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା କି ?
3. ପ୍ରାପ୍ତ ଫଳାଫଳକୁ ଲେଖ ।
   (a) ସାଧାରଣ ରୂପରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରେ 1 ଯୋଗ କରିବା ପରେ
   (b) ସାଧାରଣ ରୂପର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଦ୍ୱିଗୁଣିତ କରିବା ପରେ
4. କୁହୁକ ରାଶି 60 ହୋଇଥିବା ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ କର ।
5. କ୍ରମରେ ନଥିବା 9 ଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ ସମ୍ଭବ କି ?

ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

ସର୍ବପ୍ରଥମ 4×4 କୁହୁକ ବର୍ଗ:

ସର୍ବପ୍ରଥମ 4×4 କୁହୁକ ବର୍ଗ ଦଶମ ଶତାବ୍ଦୀରେ ଭାରତର ଖଜୁରାହୋରେ ଥିବା ପାର୍ଶ୍ୱନାଥ ଜୈନ ମନ୍ଦିରରେ ଦେଖିବାକୁ ମିଳିଥିଲା । ଏହା ଚଉତିଶା ଯନ୍ତ୍ର ନାମରେ ଜଣାଶୁଣା

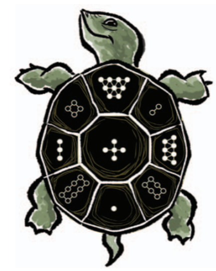
7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

(ପ୍ରଥମ 4×4 କୁହୁକ ବର୍ଗ, ଚଉତିଶା ଯନ୍ତ୍ର, ଖୁଜୁରାହୋ, ଭାରତ) ଚଉତିଶର ଅର୍ଥ ଚଉତିରିଶ ବା 34 । ଏହାକୁ କାହିଁକି ଚଉତିଶା ଯନ୍ତ୍ର କୁହାଯାଉଛି ?

ଏହାର ପ୍ରତି ଧାଡ଼ି, ସ୍ତମ୍ଭ ଓ କୌଣୀୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକଲେ କୁହୁକ ରାଶିଟି 34 ହେବ । ଦତ୍ତଚିତ୍ର ବ୍ୟତୀତ ଧାଡ଼ି, ସ୍ତମ୍ଭ ଓ କୌଣୀୟ ସ୍ଥିତିର ଚାରୋଟି ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ଅନ୍ୟ କିଛି ସଂରଚନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିପାରିବ କି ଯାହାର ଯୋଗଫଳ 34 ହେବ ।

ଇତିହାସ ଓ ସଂସ୍କୃତିର କୁହୁକ ବର୍ଗ !

ପ୍ରାଚୀନ ଚୀନ୍‌ରେ 2000 ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ''ଲୋ ଶୁ'' ନାମରେ ଏକ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଲିପିବଦ୍ଧ ହୋଇଥିବାର ଜଣାପଡ଼ିଛି ।



କିମ୍ବଦନ୍ତୀ ଅନୁଯାୟୀ ଲୋ ନଦୀରେ ଏକ ଭୟାବହ ବନ୍ୟା ହୋଇଥିଲା । ଏହି ସମୟରେ ଭଗବାନ ଲୋକଙ୍କ ଉଦ୍ଧାର ନିମନ୍ତେ ଏକ କଇଁଛ ପଠାଇଥିଲେ । କଇଁଛ ପିଠିରେ ଏକ 3×3 ଗ୍ରୀଡ୍ ଥିଲା, ଯେଉଁଥିରେ 1 ରୁ 9 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଏକ କୁହୁକ ସଂରଚନାରେ ସଜାଇ ରଖାଯାଇଥିଲା ।

2	7	6
9	5	1
4	3	8

ଭାରତ, ଜାପାନ, ମଧ୍ୟଏସିଆ ଏବଂ ୟୁରୋପରେ ବିଭିନ୍ନ ସମୟରେ କୁହୁକ ବର୍ଗ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରାଯାଇଥିଲା । ଭାରତୀୟ ଗାଣିତିକମାନେ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ ନିମନ୍ତେ ବିସ୍ତୃତ ଆଲୋଚନା କରିଛନ୍ତି ଏବଂ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନର ସାଧାରଣ କୌଶଳ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିଛନ୍ତି । ଭାରତୀୟ ଗାଣିତିକ ମାନେ କେବଳ 3×3 ଏବଂ 4×4 ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ସୀମିତ ନହୋଇ 5×5 ଏବଂ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ବୃହତ୍ ଗ୍ରୀଡ୍ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିଛନ୍ତି । ପରବର୍ତ୍ତୀ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ଏ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

କୁହୁକ ବର୍ଗର ଅଧ୍ୟୟନ କେବଳ ଗାଣିତିକ କାର୍ଯ୍ୟରେ ସୀମିତ ନଥିଲା । ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ଭାରତର ଅନେକ ସ୍ଥାନରେ ଦେଖିବାକୁ ମିଳେ । ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଚିତ୍ରଟି ତାମିଲନାଡୁର ପାଲାନିରେ ଥିବା ଏକ ମନ୍ଦିରର ସ୍ତମ୍ଭରେ ମିଳିଥିବା 3×3 କୁହୁକ ବର୍ଗର ଚିତ୍ର ଅଟେ । ଏହି ମନ୍ଦିର ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବ ପ୍ରାୟ ଅଷ୍ଟମ ଶତାବ୍ଦୀର ।

3×3 କୁହୁକ ବର୍ଗ ଭାରତର କେତେକ ଘର ଏବଂ ଦୋକାନ କାନ୍ଥରେ ମଧ୍ୟ ଦେଖିବାକୁ ମିଳେ । ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ନବଗ୍ରହ ଯନ୍ତ୍ର ତାହାର ଏକ ଉତ୍କୃଷ୍ଟ ଉଦାହରଣ ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗ୍ରହ ସହିତ ଏକ ଭିନ୍ନ କୁହୁକ ରାଶି ଜଡ଼ିତ । ଏଠାରେ କୁବେର ଯନ୍ତର ଏକ ଚିତ୍ର ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ କରାଯାଇଛି ।

27	20	25
22	24	26
23	28	21

6.4 ପ୍ରକୃତିର ପ୍ରିୟ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମ

ବିରାହଙ୍କ - ଫିବୋନାସି ସଂଖ୍ୟା !

ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମ 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,... (ବୀରାହଙ୍କ-ଫିବୋନାସି ସଂଖ୍ୟା) ଗଣିତରେ ଏକ ପ୍ରଖ୍ୟାତ ଅନୁକ୍ରମ । ପୃଥିବୀର କୋଣେ ଅନୁକୋଣେ କଳା, ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଗଣିତରେ ଏହାର ବହୁଳ ବ୍ୟବହାର ଦେଖାଯାଏ । ଯଦିଓ ବିଜ୍ଞାନରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ବ୍ୟବହାର ବହୁଳ ଭାବରେ ଦେଖାଯାଏ କିନ୍ତୁ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରଥମେ କଳା (ବିଶେଷ କରି ସଂଗୀତ) ଅଧ୍ୟୟନରୁ ଉପଲବ୍ଧ ହୋଇଥିଲା ।

କଳା, ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଗଣିତ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସୁସମ୍ପର୍କକୁ ବୀରାହଙ୍କ ଫିବୋନାସି ସଂଖ୍ୟା ସୁନ୍ଦର ଭାବରେ ପ୍ରତିପାଦିତ କରିଥାଏ ।

ବିରାହଙ୍କ ସଂଖ୍ୟାର ଆବିଷ୍କାର :

ହଜାର ହଜାର ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ସଂସ୍କୃତ ଓ ପ୍ରାକୃତ ଭାଷାବିଦ୍‌ମାନଙ୍କର ସଂଗୀତ ଅଧ୍ୟୟନ ସମୟରେ ବିରାହଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ନଜରକୁ ଆସିଥିଲା ।

ପ୍ରାକୃତ, ସଂସ୍କୃତ, ମରାଠୀ, ମାଲାୟାଲମ୍, ତାମିଲ୍, ତେଲୁଗୁ ଆଦି ଅନେକ ଭାଷାରେ ସଂଗୀତ ଗାନ କରିବା ସମୟରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଦକୁ କେତୋଟି ଦୀର୍ଘ ଓ କ୍ଷୁଦ୍ର ପଦାଂଶରେ (Syllable) ଭାଗ କରାଯାଇଥାଏ ।

ଏକ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶକୁ ଦୀର୍ଘ ସମୟ ପାଇଁ ଆବୃତ୍ତି କଲାବେଳେ କ୍ଷୁଦ୍ର ପଦାଂଶକୁ ସ୍ୱଳ୍ପ ସମୟରେ ଆବୃତ୍ତି କରାଯାଏ । ବାସ୍ତବରେ **କ୍ଷୁଦ୍ର ପଦାଂଶ** ଆବୃତ୍ତି ପାଇଁ ଏକ ଗୁଣ ସମୟ ନେଲାବେଳେ **ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶ** ତା'ର ଠିକ୍ ଦୁଇଗୁଣ ସମୟ ନିଏ ।

ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାରୁ ବିବିଧ ଗାଣିତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ଉତ୍‌ଥାପନ କରାଗଲା । ଏହି ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କୁ ପ୍ରାଚୀନ କବିମାନେ ନିଜ ନିଜ ଭାଷାରେ ବିସ୍ତୃତ ଆଲୋଚନା ପର୍ଯ୍ୟାଲୋଚନା କରିଥିଲେ । ଏଭଳି ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର ଆଲୋଚନା ସମୟରେ କେତେକ ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି ହେଲା । ସେଥିମଧ୍ୟରୁ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟା ଏଠାରେ ଦିଆଗଲା ।

? କ୍ଷୁଦ୍ର ପଦାଂଶ (1 ମାତ୍ରା), ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶ (2 ମାତ୍ରା) ଥିବା ସଙ୍ଗୀତରେ କେତୋଟି ୪ ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳ ଅଛି ।

ଅର୍ଥାତ୍ କେତୋଟି କୌଶଳରେ ଜଣେ ସେହି ସଂଗୀତରେ ଏକ ପାଦରେ ଥିବା କ୍ଷୁଦ୍ରାଂଶ ଓ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶକୁ ୪ ମାତ୍ରାରେ ପୂରଣ କରିବ ।

ଉଦାହରଣ : ଷାଠିଏ ପଉଟି ଭୋଗରୁ ତୁମର
କାଢ଼ି ତ ନେଇନି ହରି
କୁହ ତେବେ କେଉଁ ଅପରାଧେ ମୋତେ
କଲ ଦାଣ୍ଡର ଭିକାରି ।

ଯଦି ଏହି ପଦଟିରେ ଥିବା କ୍ଷୁଦ୍ର ପଦାଂଶ 1 ମାତ୍ରା ସମୟ ଓ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶ 2 ମାତ୍ରା ସମୟ ନେଉଥାଏ । ତେବେ ଏଥିରେ 8 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ କେତୋଟି ତାଳ ଅଛି ।

ଅର୍ଥାତ୍, 8 କୁ କେତୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ କେବଳ 1 କିମ୍ବା 2 ର ଯୋଗଫଳ ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ।

$8 = 2+2+2+2$

$8 = 1+1+1+1+1+1+1+1$

$8=1+1+1+1+1+1+2$

$8=1+2+2+1+2$

$8= 2+2+1+1+2$

.... ଇତ୍ୟାଦି ।

ଏହିପରି ତୁମେ ଅନ୍ୟ ଉପାୟରେ ଲେଖିପାରିବ କି ? 1, 2, 3, 4 କୁ ଏହିପରି କେବଳ 1 କିମ୍ବା 2 ର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ କେତେ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ?

	ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟ	ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା
$n = 1$	1	1
$n = 2$	1 + 1 2	2
$n = 3$	1 + 1 + 1 1 + 2 2 + 1	3
$n = 4$	1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 2 1 + 2 + 1 2 + 1 + 1 2 + 2	5

5କୁ ଏହିପରି 1 କିମ୍ବା 2 ର ସମଷ୍ଟି ରୂପରେ ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ତୁମ ଖାତାରେ ଲେଖ ।

କେତୋଟି ଉପାୟରେ ଲେଖିପାରିଲ ? ଏହିଭଳି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ନ ଲେଖି ଏହାର ସର୍ବମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା କି ? $n = 8$ ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା !

ଏଠାରେ କ୍ଷୁଦ୍ର ଓ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶ ଥିବା 5 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଏକ ସୁବ୍ୟବସ୍ଥିତ ଉପାୟ ଦିଆଗଲା । 4 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ସମସ୍ତ ତାଳ ପୂର୍ବରୁ '1+' ଓ 3 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳ ପୂର୍ବରୁ '2+' ଲେଖ ।

ଏହା 5 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ସମସ୍ତ ତାଳକୁ ଦର୍ଶାଇବ ।

n = 5	1 + 1 + 1 + 1 + 1 1 + 1 + 1 + 2 1 + 1 + 2 + 1 1 + 2 + 1 + 1 1 + 2 + 2	2 + 1 + 1 + 1 2 + 1 + 2 2 + 2 + 1

ଏଥିରୁ ଜଣାଯାଏ 5 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳର ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ୫ ହେବ ।

ଏହି କୌଶଳରେ ଠିକ୍ ତାଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ହେବାର କାରଣ ହେଉଛି 5 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳ '1+' କିମ୍ବା '2+' ରୁ ଆରମ୍ଭ ହୁଏ । ଯଦି ଏହା 1+ ରୁ ଆରମ୍ଭ ହୁଏ ତେବେ ଅବଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା 4 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ହେବ ଏବଂ ଆମେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 5ଟି ଉପାୟରେ ପୂର୍ବପରି ଲେଖିପାରିବା । ଯଦି ଏହା 2+ ରୁ ଆରମ୍ଭ ହୁଏ ତେବେ ଅବଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା 3 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ଏବଂ ଆମେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ 3ଟି ଉପାୟରେ ଲେଖିପାରିବ ।

ତେଣୁ 5 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳର ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା 4 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳ ଓ 3 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳର ମୋଟ୍ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ସହ ସମାନ ହେବ ।

6 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ କେତୋଟି ତାଳ ଅଛି ଜାଣିବା ପାଇଁ 5 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳ ଓ 4 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳର ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି 8+5=13 ହେବ ।

? 6 ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ସମସ୍ତ ତାଳକୁ ବ୍ୟବସ୍ଥିତ ଢଙ୍ଗରେ 1 ଓ 2ର ଯୋଗଫଳ ରୂପେ ଯଥା ସମ୍ଭବ ଉପାୟରେ ଲେଖ । ତୁମେ ସମସ୍ତ 13ଟି ଉପାୟରେ ଲେଖିପାରିଲ କି ?

ସମୟ ଅବଧି ମଧ୍ୟରେ କ୍ଷୁଦ୍ର ଏବଂ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶ ଥିବା ସମସ୍ତ ସଙ୍ଗୀତରେ ତାଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟର କୌଶଳ 700 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ପ୍ରାକୃତ ଭାଷାବିତ୍ **ବୀରାହଙ୍କ** ପ୍ରଥମେ ଆବିଷ୍କାର କରିଥିଲେ ।

ତେଣୁ 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34... ଅନୁକ୍ରମକୁ ବୀରାହଙ୍କ ନାମ ଅନୁସାରେ **ବୀରାହଙ୍କ ଅନୁକ୍ରମ** ଓ ଏହି ଅନୁକ୍ରମରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ **ବିରାହଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ । ଇତିହାସରେ ପ୍ରଥମ ଜଣାଶୁଣା ବ୍ୟକ୍ତି ଭାବରେ **ବୀରାହଙ୍କ** ଏହି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଶ୍ରେଣୀ ଉପରେ ଆଲୋଚନା ପର୍ଯ୍ୟାଲୋଚନା କରିଥିଲେ । ଏହି ଅନୁକ୍ରମ ଗଠନ ନିମନ୍ତେ ବିଧିବଦ୍ଧ ନିୟମ ଲେଖିଥିଲେ ।

ବୀରାହଙ୍କ ପରି ଅନ୍ୟ କେତେକ ଭାରତୀୟ ପଣ୍ଡିତ ସଂଗୀତ ଅଧ୍ୟୟନରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାକ୍ରମ ଉପରେ ଗବେଷଣା କରିଥିବାର ଜଣାଯାଏ । ଏପରିକି ବୀରାହଙ୍କ ପ୍ରାଚୀନ ସଂସ୍କୃତ ପଣ୍ଡିତ **ପିଙ୍ଗଳଙ୍କ** (ପ୍ରାୟ 300 ଖ୍ରୀଷ୍ଟପୂର୍ବରେ ଜନ୍ମ) ଗବେଷଣା ଦ୍ୱାରା ଅନୁପ୍ରେରିତ ହୋଇଥିବାର ଜଣାଯାଏ । ବୀରାହକଙ୍କ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ **ଗୋପାଳ** (ପ୍ରାୟ 1135 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ଏବଂ **ହେମଚନ୍ଦ୍ର** (ପ୍ରାୟ 1150 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମରେ ବ୍ୟବହାର ଓ ଗବେଷଣା କରିଥିବାର ପ୍ରମାଣ ମିଳେ ।

ପାଶ୍ଚାତ୍ୟ ଦେଶରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମ ଇଟାଲୀ ଦେଶର ଗାଣିତିକ ଫିବୋନାସିଙ୍କ ନାମ ଅନୁସାରେ **ଫିବୋନାସି ସଂଖ୍ୟା** ଭାବେ ପରିଚିତ । **ଫିବୋନାସି** ପ୍ରାୟ 1200 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ଜନ୍ମଗ୍ରହଣ କରିଥିଲେ । ଏଣୁ ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମ ବ୍ୟବହାର କରିବାରେ ଫିବୋନାସି ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ ବା ତୃତୀୟ ବ୍ୟକ୍ତି ନୁହଁନ୍ତି । ତେବେ କେତେକ ଏହି ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମକୁ **ବୀରାହଙ୍କ-ଫିବୋନାସି** ସଂଖ୍ୟା କୁହନ୍ତି ।

ତେଣୁ କ୍ଷୁଦ୍ର ଓ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶ ଥିବା ପଦରେ ୫ ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ କେତୋଟି ତାଳ ଅଛି ଜାଣିବା ପାଇଁ ବୀରାହଙ୍କ ଅନୁକ୍ରମର ୫ମ ପଦଟିକୁ ନେଇପାରିବା ।

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55.... ଯେହେତୁ ବୀରାହଙ୍କ ଅନୁକ୍ରମର ଅଷ୍ଟମ ପଦଟି 34 ଏଣୁ କ୍ଷୁଦ୍ର ଓ ଦୀର୍ଘ ପଦାଂଶ ଯୁକ୍ତ ପଦରେ ୫ ମାତ୍ରା ବିଶିଷ୍ଟ ତାଳର ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା 34 ହେବ । ଏହି ଅନୁକ୍ରମର 55 ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ପଦର ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ହେବ ?

ଅନୁକ୍ରମର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଟି ତା'ର ଠିକ୍ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ ସହ ସମାନ ହେବ ।
ଏଣୁ 55 ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା 55+34=89

? ନିମ୍ନଲିଖିତ ଅନୁକ୍ରମର ପରବର୍ତ୍ତୀ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।
1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, __, __, __ |

? ଏହି ଅନୁକ୍ରମରେ 89 ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଟି ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ ହେବ (ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ ନକରି) କହିପାରିବ କି ?

? ଏହି ଅନୁକ୍ରମରେ ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସ୍ଥାନ ନିରୂପଣ କରିବାର ଉପାୟ କ'ଣ ହୋଇପାରିବ ?
ଏହି ଅନୁକ୍ରମ ଲେଖିବାର ସଂରଚନା କ'ଣ ହୋଇପାରେ । ଏହାକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଲେଖ ।

ଆଜିକାଲି **ବୀରାହଙ୍କ - ଫିବୋନାସି** ସଂଖ୍ୟା ସଂଗୀତ ବିଦ୍ୟାଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଚିତ୍ରକଳା, ଦୃଶ୍ୟକଳା, ବିଜ୍ଞାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅନେକ ଗାଣିତିକ ଓ କଳାତ୍ମକ ତତ୍ତ୍ୱର ଆଧାର ହୋଇଅଛି ।

ବୋଧହୁଏ ଏହି ସଂଖ୍ୟାର ଉତ୍ପତି ପ୍ରକୃତିରୁ ହିଁ ହୋଇଅଛି । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ଡେଜି ଫୁଲର ପାଖୁଡ଼ା ସଂଖ୍ୟା ଏକ ବୀରାହଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ।


13 ପାଖୁଡ଼ା


21 ପାଖୁଡ଼ା


34 ପାଖୁଡ଼ା

ବୀରାହଙ୍କ-ଫିବୋନାସି ସଂଖ୍ୟାର ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଉଲ୍ଲେଖନୀୟ ଗାଣିତିକ ଧର୍ମ ବିଷୟରେ ଆମେ ଉଚ୍ଚତର ଗଣିତ ଓ ଅନ୍ୟ ବିଷୟରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ପଢ଼ିବା ।

ବାସ୍ତବରେ ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କଳା, ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଗଣିତ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଘନିଷ୍ଠତାକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ଏକ ଉଦାହରଣ ।

6.5 ଗୁପ୍ତ ସଂଖ୍ୟା

ତୁମେ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା କରିଅଛ । ସେହି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସଂଖ୍ୟା ବଦଳରେ ଅକ୍ଷରକୁ ନେଇ କରିବା ।

ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସଂଖ୍ୟା ବଦଳରେ ଅକ୍ଷର ଦିଆଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅକ୍ଷର '0' ରୁ '9' ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଏକ ଅଙ୍କକୁ ସୂଚାଉଛି । ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅକ୍ଷର କେଉଁ କେଉଁ ଅଙ୍କ ବଦଳରେ ଲେଖାଯାଇଛି ଜାଣିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

$$\begin{array}{r} T \\ T \\ +T \\ \hline UT \end{array}$$

ଏଠାରେ ଆମ ପାଖରେ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦୁଇଥର ଯୋଗ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଏକ ଦୁଇଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ମିଳୁଛି । ଏହି ଯୋଗଫଳର ଏକକ ଅଙ୍କଟି ଯୋଗ ହେବାକୁ ଦିଆଯାଇଥିବା ଏକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ ।

? ଏଠାରେ U ଏବଂ T ର ମୂଲ୍ୟ କ'ଣ ହୋଇପାରେ ?

T ର ମୂଲ୍ୟ '2' କିମ୍ବା '3' ହୋଇପାରେ କି ?

T ର ମୂଲ୍ୟକୁ ଭଲଭାବେ ଅନ୍ୱେଷଣ କଲେ T=5 ଓ UT=15 ହେବ ବୋଲି ଜାଣିବା ।

$$\begin{array}{r} K2 \\ +\ K2 \\ \hline HMM \end{array}$$

? ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର । ଏଠାରେ K2 ଏକ ଦୁଇଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାର ଏକକ ଅଙ୍କଟି 2 ଏବଂ K ଦଶକ ସ୍ଥାନରେ ଅଛି । K2 ନିଜ ସହ ମିଶିବା ପରେ ଯୋଗଫଳ ଏକ ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା HMM ହେଉଛି ।

M ଅକ୍ଷରଟି କେଉଁ ଅଙ୍କ ବଦଳରେ ଲେଖାଯାଇଛି ? ଯୋଗଫଳର ଉଭୟ ଦଶକ ଓ ଏକକ ଅଙ୍କ ସମାନ ଅଛି ।

? H କେଉଁ ଅଙ୍କ ବଦଳରେ ଲେଖାଯାଇଛି ? ଏହି ଅଙ୍କଟି 2 କିମ୍ବା 3 ହୋଇପାରେ କି ?

ଏହି ପ୍ରକାର ପ୍ରଶ୍ନ ବହୁତ ମଜାଦାର ଏବଂ ସମାଧାନ କରିବା କୌତୁହଳ ପ୍ରଦ । ଏଠାରେ ସେହି ପ୍ରକାରର ଆଉ କିଛି ପ୍ରଶ୍ନ ଦିଆଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକ ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଇଂରାଜୀ ଅକ୍ଷର କେଉଁ କେଉଁ ଅଙ୍କ ପାଇଁ ଲେଖାଯାଇଛି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନ ବିଷୟରେ ତୁମେ କ'ଣ ଭାବୁଛ ତୁମ ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ସହିତ ଆଲୋଚନା କର । ତୁମେ ହୁଏତ କିଛି ନୂଆ ପନ୍ଥା ପାଇପାର ।

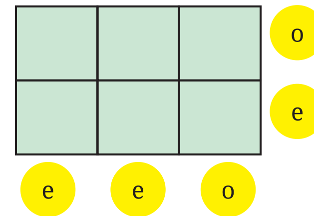
$$\begin{array}{r} YY \\ +\ Z \\ \hline ZOO \end{array} \qquad \begin{array}{r} B5 \\ +\ 3D \\ \hline ED5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} KP \\ +\ KP \\ \hline PRR \end{array} \qquad \begin{array}{r} C1 \\ +\ C \\ \hline 1FF \end{array}$$

ଏ ପ୍ରକାର ପ୍ରଶ୍ନକୁ ଗୁପ୍ତଲିଖନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରଶ୍ନ କୁହାଯାଏ ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ଏକ ବିଜୁଳି ବତୀ ଜଳିବା ଅବସ୍ଥାରେ (ON) ଅଛି । ଓମ୍ ଏହାର ସୁଇଚ୍‌କୁ 77 ଥର ଦବାଇଲା । ତାହା ଜଳିବା ଅବସ୍ଥାରେ (ON) କିମ୍ବା ଲିଭିବା ଅବସ୍ଥାରେ (OFF)ରେ ରହିବ ? କାରଣ କ'ଣ ?
2. କୁନି ପାଖରେ ଏକ ପୁରୁଣା ଜ୍ଞାନ ମଣ୍ଡଳ ଥିଲା । ସେ ଯେତେବେଳେ ଏହି ବହିଟିକୁ ଖୋଲିଲା, ସେଥିରୁ କେତେକ ଫର୍ଦ୍ଦ କାଗଜ (କ୍ରମରେ ନୁହେଁ) ଖସିପଡ଼ିଲା । ଗଣିବାରୁ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଲେଖାଥିବା 50 ଫର୍ଦ୍ଦ ଖସିପଡ଼ିଥିବାର ଜଣାଗଲା । ପୃଷ୍ଠାଙ୍କ ମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 6000 ହେବ କି ? ହଁ ବା ନା କାରଣ ସହ ଦର୍ଶାଅ ।
3. ଏଠାରେ 2×3 ଗ୍ରୀଡ୍ ଅଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ି ଓ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଗୁପ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ଯୁଗ୍ମ (e) ବା, ଅଯୁଗ୍ମ (o) ବୃତ୍ତରେ ଦର୍ଶାଇ ଦିଆଯାଇଛି । ଯୁଗ୍ମ ପାଇଁ e (even) ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ପାଇଁ o (odd) ଲେଖାଯାଇଛି ।

6 ଟି କୋଠରିରେ 3 ଟି ଯୁଗ୍ମ ଓ 3 ଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଏପରି ଲେଖ ଯେପରିକି ଧାଡ଼ି ଓ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ବୃତ୍ତରେ ଲେଖାଥିବା ସର୍ତ୍ତକୁ ପୂରଣ କରିବ ।



4. ଏକ 3×3 କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ କର ଯେଉଁଥିରେ କୁହୁକ ରାଶିର ସମଷ୍ଟି ୦ (ଶୂନ) ହେବ । କୋଠରିର ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ୦ (ଶୂନ) ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ । (ଆବଶ୍ୟକ ସ୍ଥଳେ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କର ।)

5. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନକୁ ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ପୂରଣ କର ।

   (a) ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ....

   (b) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ....

   (c) ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ....

   (d) ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ....

6. 1ରୁ 100 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ ହେବ ?

7. ବୀରହଙ୍କା ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମରେ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟା 987 ଓ 1597 । ତେବେ ଅନୁକ୍ରମର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

8. ରମା ଆଠ ପାହାଚ ବିଶିଷ୍ଟ ସିଡି ଚଢ଼ିବାକୁ ଗଲା । ତା'ର ଚଢ଼ିବାର ନିୟମ ହେଲା, ସେ ଥରକରେ ଗୋଟିଏ ପାହାଚ ବା ଦୁଇଟି ପାହାଚ ଚଢ଼ିପାରିବ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ସେ 1, 2, 2, 1, 2 ଶୈଳୀରେ ଚଢ଼ିଲା । ତେବେ ସେ କେତୋଟି ଉପାୟରେ ସିଡିଟିକୁ ଚଢ଼ିପାରିବ ?

9. ବିରହଙ୍କା ଅନୁକ୍ରମର 20 ତମ ପଦଟି ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ କୁହ ? (ଅନୁକ୍ରମର 20 ତମ ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନ ଲେଖି)

10. ନିମ୍ନ ଲିଖିତ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସର୍ବଦା ସତ୍ୟ ହେବ ଚିହ୍ନଟ କର ।

    (a) m ର ଯେକୌଣସି ମାନ ପାଇଁ $4m-1$ ପରିପ୍ରକାଶର ମାନ ସର୍ବଦା ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିବ ।

    (b) ସମସ୍ତ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ $6j-4$ ଉକ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

    (c) ଉଭୟ $2p+1$ଓ $2p-1$ ସମସ୍ତ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଏ ।

    (d) $2f+3$ ପରିପ୍ରକାଶଟି ଉଭୟ ଯୁଗ୍ମ ଓ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ।

11. ଏହି ଗୁପ୍ତ ଲେଖ ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଶ୍ନଟିକୁ ସମାଧାନ କର ।

$$\begin{array}{r} \text{U T} \\ +\,\text{T A} \\ \hline \text{TAT} \end{array}$$

ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

ଆମେ ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକ ଆଲୋଚନା କରିଅଛେ ।

- ପ୍ରଥମ ଶିକ୍ଷଣ କାର୍ଯ୍ୟରେ ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ ପ୍ରକୃତ ସଂଖ୍ୟା ନଜାଣି ମଧ୍ୟ କିପରି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମ (ଯଥା; ଉଚ୍ଚତା, ମାପ...) ବିବରଣୀକୁ ଉପସ୍ଥାପନ କରାଯାଇପାରିବ ।
- ଆମେ ଯୋଡ଼, ବେଯୋଡ଼ର ଧାରଣା ପାଇଲୁ । ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଡ଼ିରେ ସଜାଇପାରିବା ତାହା ଯୁଗ୍ମ; ଯାହାକୁ ଯୋଡ଼ିରେ ସଜାଇ ପାରିବା ନାହିଁ ତାହା ଅଯୁଗ୍ମ ।
- ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ନ କରି ଆମେ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ବା ଗୁଣଫଳ ଯୁଗ୍ମ ବା ଅଯୁଗ୍ମ ହେବ ଶିଖିଲୁ ।
- ଗ୍ରୀଡ୍‌ରେ ଯୋଗଫଳ ଅନୁସନ୍ଧାନ କରିବା ସମୟରେ ଆମେ ଧାଡ଼ି ଓ ସ୍ତମ୍ଭର କେବଳ ଯୋଗଫଳକୁ ଦେଖି ଏକ ଗ୍ରୀଡ୍ ପୂରଣ କରିବା ସମ୍ଭବ ହେବ କି ନାହିଁ ଜାଣିପାରିଲୁ । ଆମେ ଏଥିରୁ କୁହୁକ ବର୍ଗ ଗଠନ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରୟାସ କରିଲୁ ।
- ଆମେ ଦେଖିଲୁ ପ୍ରାଚୀନ କାଳରେ କିପରି ପ୍ରଥମେ କଳାଶିକ୍ଷା ମାଧ୍ୟମରେ ଇତିହାସରେ ବୀରହଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଆବିଷ୍କୃତ ହୋଇଥିଲା । ବିରହଙ୍କା ସଂଖ୍ୟା ଅନୁକ୍ରମ ହେଉଛି 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... ।
- ଗୁପ୍ତଲେଖ ପ୍ରଶ୍ନ ମାଧ୍ୟମରେ (ଯେଉଁଠି ସଂଖ୍ୟା ବଦଳରେ ଅକ୍ଷରମାନ ଲେଖାଯାଇଥାଏ) ଆମେ ଗଣିତ ଗୁପ୍ତଚର ପାଲଟିଗଲୁ ।

ସପ୍ତମ ଅଧ୍ୟାୟ

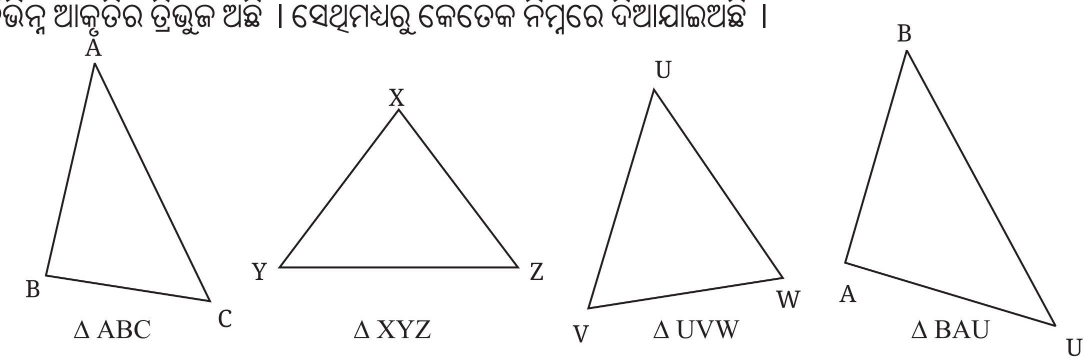
ତିନୋଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ସରଳ ରେଖାର କଥା

ତ୍ରିଭୁଜ ଏକ ମୌଳିକ ସରଳରୈଖିକ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର ।

ଆମେ ଏହା ଜାଣୁ ଯେ-

- ତିନୋଟି କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁ ଯାହାକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ ଏବଂ
- ତିନୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ବା ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ଯାହା ତିନୋଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁକୁ ପରସ୍ପର ସହିତ ଯୋଗ କରେ ।

ବିଭିନ୍ନ ଆକୃତିର ତ୍ରିଭୁଜ ଅଛି । ସେଥିମଧ୍ୟରୁ କେତେକ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଅଛି ।



ତ୍ରିଭୁଜକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ସଙ୍କେତର ବ୍ୟବହାର ଏବଂ ତ୍ରିଭୁଜର ନାମକରଣ ପାଇଁ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକର କିପରି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଅଛି ତାହା ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା । ତ୍ରିଭୁଜର ନାମକରଣ କରିବା ସମୟରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ ଆସିପାରେ ।

ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ବାହୁ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କରେ ମିଳିତ ହୋଇ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି କୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରନ୍ତି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର କୋଣଗୁଡ଼ିକ $\angle CAB$, $\angle ABC$, $\angle BCA$, ଯାହାକୁ ଆମେ ସଂକ୍ଷେପରେ ଯଥାକ୍ରମେ $\angle A$, $\angle B$ ଓ $\angle C$ ରୂପେ ଲେଖିଥାଉ ।

? ଯେତେବେଳେ ତିନୋଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଏକ ସରଳ ରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ହେବେ ସେତେବେଳେ କ'ଣ ହେବ ?

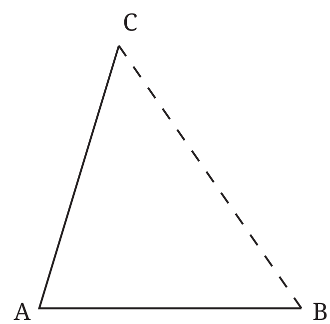
7.1 ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ

ସମସ୍ତ ପ୍ରକାରର ତ୍ରିଭୁଜମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜଟି ପ୍ରତିସାମ୍ୟ ଅଟେ ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଅଟେ । ଚାଲ, ଆମେ ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

? ତୁମେ ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ।

ତୁମେ ଏହି ତ୍ରିଭୁଜଟି କିପରି ଅଙ୍କନ କଲ ଏବଂ କେଉଁ ସାମଗ୍ରୀର ବ୍ୟବହାର କଲ ? ଏହି ତ୍ରିଭୁଜଟି କେବଳ ସ୍କେଲ ଓ ପେନ୍‌ସିଲ୍ ମାଧ୍ୟମରେ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ?

ଯଦିଓ ଏହି ତ୍ରିଭୁଜଟି କେବଳ ସ୍କେଲ ବ୍ୟବହାର କରି ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ, ମାତ୍ର ସେଥିପାଇଁ ଏକାଧିକ ବାର ଚେଷ୍ଟା କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ଯଥା : ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି AB ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ଅଙ୍କନ କରିବା । (ନିମ୍ନସ୍ଥ ଚିତ୍ରକୁ ଦେଖ) ଏବଂ ସ୍କେଲ ବ୍ୟବହାର କରି ତୃତୀୟ ବିନ୍ଦୁ 'C' କୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା, ଯେପରିକି AC = 4 ସେ.ମି. ହେବ । ଏପରି କରିବା ଦ୍ୱାରା BC ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ହୋଇ ନପାରେ । BC ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ପାଇବା ପାଇଁ ଆମକୁ 'C' ର ସ୍ଥାନ ବାରମ୍ବାର ଚିହ୍ନଟ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ, ଯେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 'C' ବିନ୍ଦୁଟି ଠିକ୍ ଭାବେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନ ହୋଇଛି ।

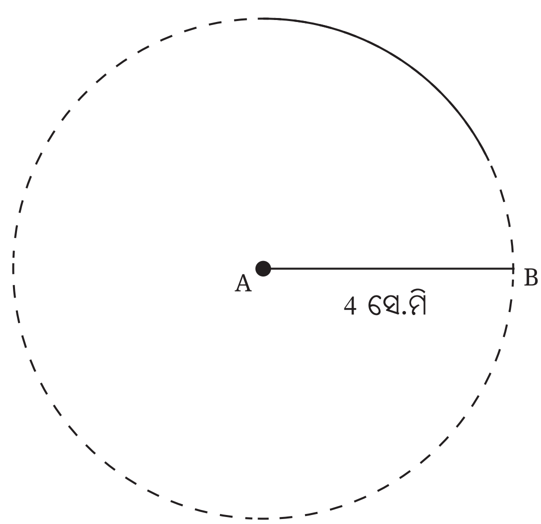


? ଆମେ କିପରି ଏହି ଅଙ୍କନଟିକୁ ଠିକ୍ ଭାବେ ଓ ସହଜରେ କରିପାରିବା ?

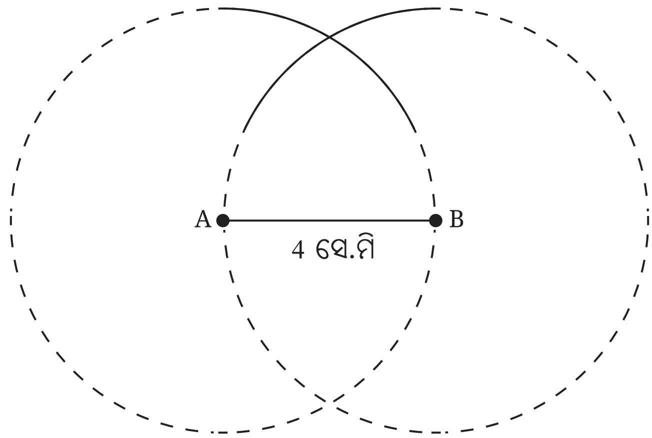
ଚାଲ, ଆମେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ କରିଥିବା ଅଙ୍କନର କୌଶଳକୁ ମନେ ପକାଇବା ଏବଂ ସେହି କୌଶଳଟି ଅବଲମ୍ବନ କରି ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସରେ ଥିବା କମ୍ପାସ୍, ସ୍କେଲ ଓ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଅଙ୍କନଟି କରିବା ।

AB = 4 ସେ.ମି. ଅଙ୍କନ କଲାପରେ, ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଉପାୟ ଅବଲମ୍ବନ କରିବା :

ସୋପାନ 1 : ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି A ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି, AB = 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ବୃହତ ଚାପ ଅଙ୍କନ କରିବା । 'C' ବିନ୍ଦୁଟି ଏହି ଚାପ ଉପରିସ୍ଥ ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁରେ ହୋଇପାରିବ । ଆମେ କିପରି ଏହାକୁ ଚିହ୍ନିତ କରିବା ?



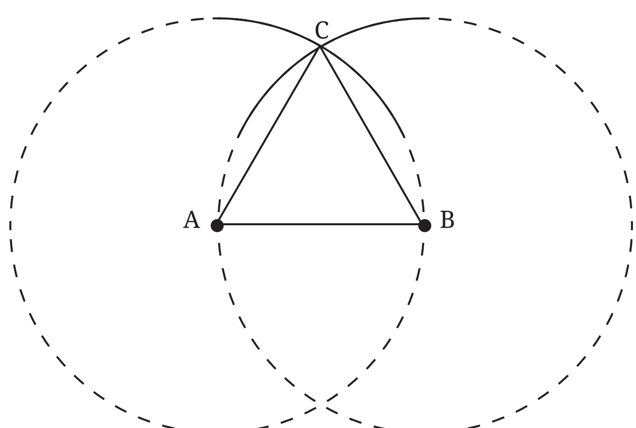
ସୋପାନ 2 : 'B' କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି 4 ସେ.ମି ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଅନ୍ୟ ଏକ ବୃହତଚାପ ଅଙ୍କନ କର ।



ଚାପଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁଟିକୁ 'C' ନାମରେ ନାମିତ କରାଯାଉ ।

? ଏହି ଅଙ୍କନଟି ନିଶ୍ଚିତ କରୁଛି ଯେ, ଉଭୟ AC ଓ BC ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି. ହେବ । କାରଣ କ'ଣ ଖୋଜି ବାହାର କର ।

ସୋପାନ 3 : AC ଓ BC କୁ ଯୋଗ କଲାପରେ ଆମେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜଟି ପାଇବା ।



7.2 ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦତ୍ତ ଥିଲେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ :

ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ନଥିଲେ ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କିପରି କରିବା ?

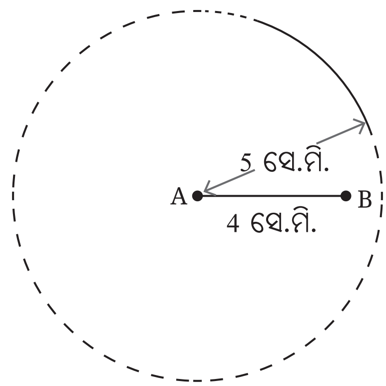
? ତ୍ରିଭୁଜଟିଏ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 4 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି. ଏବଂ 6 ସେ.ମି. ।

ପୂର୍ବ ପ୍ରଶ୍ନଭଳି ମଧ୍ୟ ଏହି ଅଙ୍କନଟି କେବଳ ସ୍କେଲ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକାଧିକ ବାର ଚେଷ୍ଟା କରି କରାଯାଇପାରିବ । କିନ୍ତୁ ଏହି ଅଙ୍କନଟିକୁ ଅଧିକ ଠିକ୍ ଭାବେ କରିବାପାଇଁ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଉପାୟ ଅବଲମ୍ବନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

? ଦିଆଯାଇଥିବା ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଏକ ବାହୁକୁ ଭୂମି ରୂପେ ନିଆଯାଉ ।
ମନେକର AB = 4 ସେ.ମି., AC = 5 ସେ.ମି. ଏବଂ BC = 6 ସେ.ମି. ହେଉ । AB=4 ସେ.ମି.କୁ ଭୂମି ରୂପେ ନେଇ AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ ।

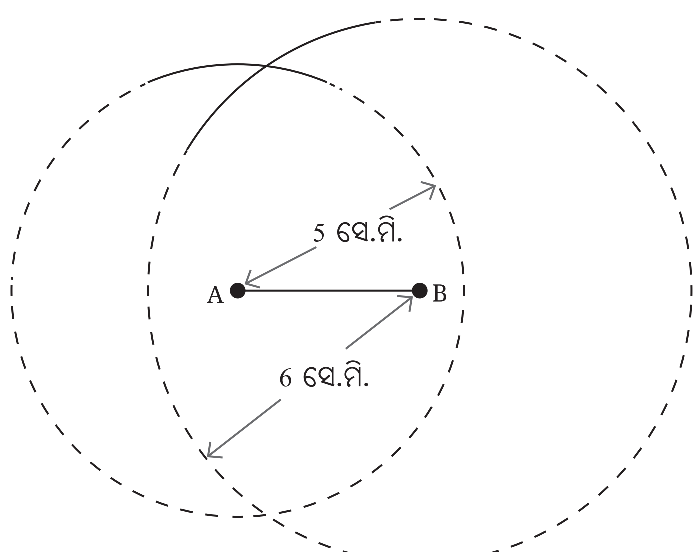
ଚିତ୍ର 7.1

ସମବାହୁ ତ୍ରିଭିଜ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପୂର୍ବରୁ ଯେପରି ଅଙ୍କନ କରିଥିଲୁ ସେହିପରି ‘A’ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ 5 ସେ.ମି.ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ A କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି 5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଉପାୟରେ ଏକ ବୃହତ ଚାପ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

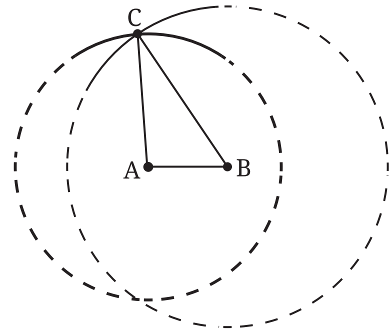


ଚିତ୍ର 7.2

‘C’ ବିନ୍ଦୁଟି ନିଶ୍ଚୟ ଏହି ଚାପ ଉପରିସ୍ଥ ହେବ । ‘C’ ବିନ୍ଦୁଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଯାହାକି ‘B’ ଠାରୁ 6 ସେ.ମି. ହେବ, ସେଥିପାଇଁ ଆମେ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି ‘B’କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି 6 ସେ.ମି.ର ଏକ ବୃହତ ଚାପଟିଏ ଅଙ୍କନ କରିବା ।



ଚିତ୍ର 7.3



ଦୁଇଟି ଚାପର ଛେଦବିନ୍ଦୁ 'C' ହେଉ । ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯେପରି ଚାପଦ୍ୱୟର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁ ତୃତୀୟ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ହୋଇଥିଲା, ଏହି ଅଙ୍କନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ସେପରି କି ? ହଁ, କାରଣ 'A' କେନ୍ଦ୍ରିତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 5 ସେ.ମି. ଏବଂ B କେନ୍ଦ୍ରିତ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 6 ସେ.ମି. । ଏହି ଚାପଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ 'C' ଅଟେ, ଯାହା A ଠାରୁ 5 ସେ.ମି. ଏବଂ B ଠାରୁ 6 ସେ.ମି. ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ସଂକ୍ଷେପଣ : ତୃତୀୟ ବିନ୍ଦୁଟି ପାଇବା ପାଇଁ ଆମକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ନାହିଁ । (ଚିତ୍ର 7.2 ଏବଂ 7.3)

(ସୋପାନ 1) : ଯେକୌଣସି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଭୂମିରୂପେ ନିଅ । ମନେକର AB = 4 ସେ.ମି. (ଚିତ୍ର 7.1)

(ସୋପାନ 2) : A କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି 5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃହତ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର । (ଚିତ୍ର 7.2)

(ସୋପାନ 3) : ପୁନଶ୍ଚ 'B'କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି 6 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରିକି ଏହା ପୂର୍ବ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । (ଚିତ୍ର 7.3)

(ସୋପାନ 4) : ଦୁଇଟି ଚାପର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି ତୃତୀୟ ବିନ୍ଦୁ 'C' । AC ଓ BC କୁ ଯୋଗକଲେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ପାଇବା ।

? ଅଙ୍କନ କର :

ନିମ୍ନୋକ୍ତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (ସେ.ମି.) ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

(a) 4, 4, 6

(b) 3, 4, 5

(c) 1, 5, 5

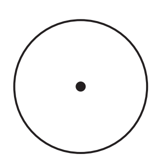
(d) 4, 6, 8

(e) 3.5, 3.5, 3.5

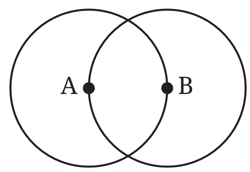
ଆମେ ଜାଣିବାକୁ ପାଇଲୁ ଯେ- ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ତାହାକୁ "ସମବାହୁ" ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ । ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଯେ କୌଣସି ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ତାହାକୁ "ସମଦ୍ୱିବାହୁ" ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ :

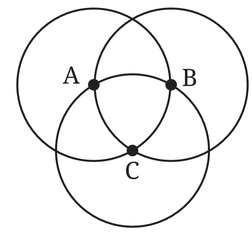
1. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ କିମ୍ବା ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ ବ୍ୟବହାର କରି ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।



2. ସମ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ କିମ୍ବା ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରକୁ ନେଇ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ।



A ଓ B ଦୁଇଟି ସମବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ ।



A, B ଓ C ସମବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ତିନୋଟି ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ ।

ଯେକୌଣସି ତିନିବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ?

କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ତିନି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ କି ? ଏହିପରି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯାହାପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ, ଚାଲ ତାହାକୁ ଆମେ ଖୋଜି ବାହାର କରିବା ।

? 3 ସେ.ମି., 4 ସେ.ମି., ୫ ସେ.ମି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଇ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

? ପୁନଶ୍ଚ 2 ସେ.ମି., 3 ସେ.ମି., 6 ସେ.ମି ବାହୁର ଦୈଘ୍ୟ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା । ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର ହେଲା କି ?

? ଚାଲ ଆଉ ସେହିପରି କିଛି ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେବା ଯାହା ଦ୍ୱାରା ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ହେବ ନାହିଁ । ସେହି ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟରେ କିଛି ସମ୍ପର୍କ ପାଇଲ କି ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କେତେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ସେଟ୍‌କୁ ନେଇ ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରୁଅଛି ଓ ଅନ୍ୟ ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରୁନାହିଁ । ତାହାହେଲେ ଆମେ କିପରି ଜାଣିବା ଯେ, କେଉଁ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟମାନଙ୍କୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର ? ସେଥିପାଇଁ କିଛି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କୌଶଳ ଅଛି କି ? ଚାଲ, ଆମେ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ।

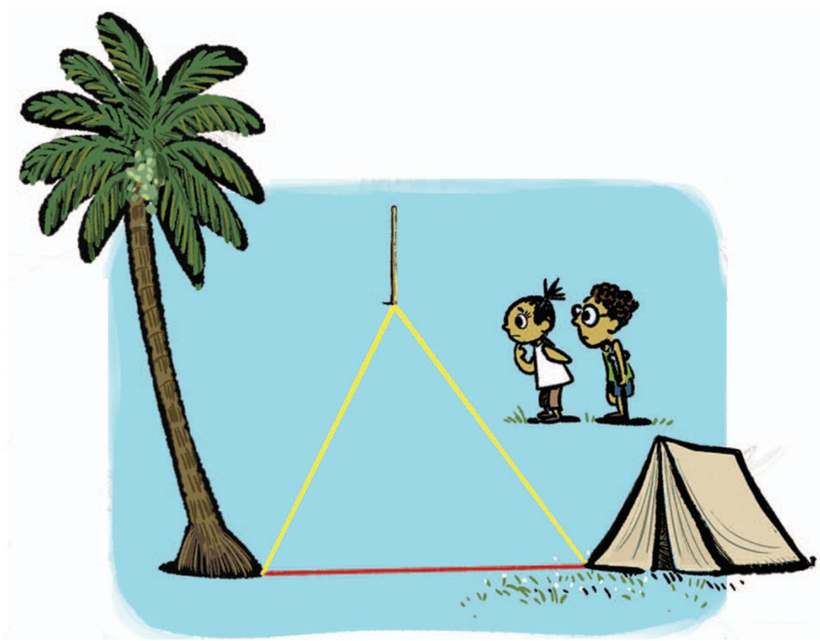
ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା :

ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10 ସେ.ମି., 15 ସେ.ମି. ଏବଂ 30 ସେ.ମି ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବପର କି ନୁହେଁ ପରୀକ୍ଷା କରିବା । ସେଥିପାଇଁ ଆମକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଧର୍ମ ବିଷୟରେ ଜାଣିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ମନେକର ଏକ ସମତଳ ଭୂମିରେ ଏକ ତମ୍ବୁ, ଗୋଟିଏ ଗଛ ଏବଂ ଏକ ଖମ୍ବ ଅଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମେ ତମ୍ବୁର ପ୍ରବେଶ ଦ୍ୱାରରେ ଅଛ ଏବଂ ଗଛ ପାଖକୁ ଯିବାକୁ ଚାହୁଁଛ । ତାହାହେଲେ ତୁମ ପାଇଁ କେଉଁଟି ସର୍ବନିମ୍ନ ଦୂରତା ହେବ ?

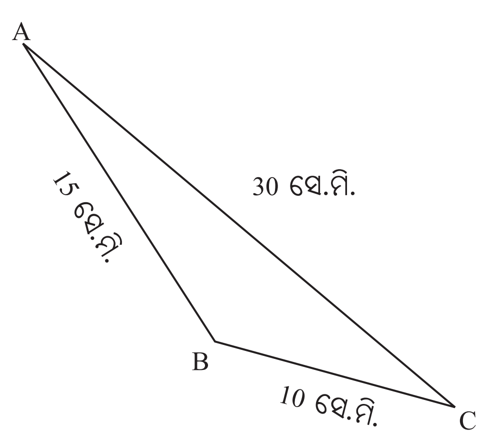
(i) ଗଛ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଳଖ ରାସ୍ତା (ଲାଲ ରାସ୍ତା)

କିମ୍ବା (ii) ତମ୍ବୁ ଠାରୁ ଖମ୍ବ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଳଖ ରାସ୍ତା ଯାଇ ପୁଣି ସେହିଠାରୁ ଗଛ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ (ବୁଲାଣି ରାସ୍ତା) ଦେଇ ଯିବା ? ନିଶ୍ଚିତ ଭାବେ ତମ୍ବୁଠାରୁ ଗଛ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଳଖ ରାସ୍ତାଟି,ଖମ୍ବଦେଇ ଗଛପାଖକୁ ଯିବା ଦୂରତା ଠାରୁ କମ୍ ଦୂରତା ହେବ ।



? ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10 ସେ.ମି., 15 ସେ.ମି. ଓ 30 ସେ.ମି. ନେଇ ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନର କ'ଣ ଧାରଣା ପାଇଲେ ?

ଧରାଯାଉ ଏହି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ । କିନ୍ତୁ ଆମେ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣଭାବେ ନିଶ୍ଚିତ ନୁହେଁ । ଏହା ଆମର କଳ୍ପନା ମାତ୍ର । ସେଥିପାଇଁ ଆମେ ରଫ୍ ଚିତ୍ରଟିଏ ଆଙ୍କିବା ।



ଚିତ୍ର 7.4

ଯେଉଁ ଚିତ୍ରଟି ପ୍ରସ୍ତୁତ କଲ ତାହା ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଭାବେ ଠିକ୍ ଦେଖାଯାଉଛି କି ? ଯଦି ଏହି ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ତେବେ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ସଳଖ ଦୂରତା ତୃତୀୟ ବିନ୍ଦୁଦେଇ ବୁଲାଣି ରାସ୍ତାଠାରୁ ଛୋଟ ହେବା ଉଚିତ୍ । ଏହା ଆମର ରଫ୍ ଚିତ୍ରପାଇଁ ଠିକ୍ କି ?

B ଓ C ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଦୂରତାକୁ (ଦୈର୍ଘ୍ୟ) ବିଚାର କରିବା ।

ସଳଖ ରାସ୍ତା ବା ଦୈର୍ଘ୍ୟ = BC = 10 ସେ.ମି. ।

ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ 'A' ମଧ୍ୟଦେଇ ଯାଇଥିବା ବୁଲାଣି ରାସ୍ତାର ଦୂରତା କେତେ ?

ଏହା BA ଏବଂ ACର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ।

ବୁଲାଣି ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = BA + AC = 15 ସେ.ମି. + 30 ସେ.ମି. = 45 ସେ.ମି. ।

ସଳଖ ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବୁଲାଣି ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ ଛୋଟ କି ? ହଁ, ଏବେ A ଓ B ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା(ଦୈର୍ଘ୍ୟ) ବିଚାର କରିବା ।

ସଳଖ ଦୈର୍ଘ୍ୟ = AB = 15 ସେ.ମି. ।

ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ 'C' ମଧ୍ୟଦେଇ ଯାଇଥିବା ବୁଲାଣି ରାସ୍ତାର ଦୂରତା (ଦୈର୍ଘ୍ୟ) କେତେ ?

ବୁଲାଣି ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = AC + CB = 30 ସେ.ମି. + 10 ସେ.ମି. = 40 ସେ.ମି. ।

ସଳଖ ରାସ୍ତାର ଦୂରତା (ଦୈର୍ଘ୍ୟ), ବୁଲାଣି ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଠାରୁ ଛୋଟ କି ? ହଁ, ଏବେ C ଓ A ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା (ଦୈର୍ଘ୍ୟ) କେତେ ?

ସଳଖ ରାସ୍ତାର ଦୂରତା (ଦୈର୍ଘ୍ୟ) = CA= 30 ସେ.ମି. ।

'B' ଶୀର୍ଷ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ବୁଲାଣି ରାସ୍ତାର ଦୂରତା = CB + BA = 10 ସେ.ମି. + 15 ସେ.ମି. = 25 ସେ.ମି. ।

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ସଳଖ ଦୂରତା, ବୁଲାଣି ଦୂରତା ଠାରୁ କମ୍ କି ? ନା, ସଳଖ ଦୂରତାଟି ଅଧିକ ଅଟେ । ଯାହାକି ଅଯୌକ୍ତିକ ଅଟେ । ଏପରି କ୍ଷେତ୍ରରେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ? ନୁହେଁ ?

ତେଣୁ 10 ସେ.ମି., 15 ସେ.ମି. ଏବଂ 30 ସେ.ମି ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଅଙ୍କନ ନକରି ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିଲେ ଯେ, ଏହି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ଏହାକୁ ଆମେ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନମାନଙ୍କର ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷବୋଧ ଓ ଯୁକ୍ତି ମାଧ୍ୟମରେ ଜାଣିପାରିଲୁ ।

ସ୍ମରଣ କରାଯାଇପାରେ ଯେ, ଏହି ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷବୋଧ ଓ ଯୁକ୍ତି ମାଧ୍ୟମରେ ଆମେ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଓ ଏହାର ଛେଦକର ଧର୍ମ ବିଷୟରେ ଅବଗତ ହୋଇଥିଲେ ।

? କୌଣସି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ କି, ଯାହାର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3 ସେ.ମି., 4 ସେ.ମି. ଏବଂ 5 ସେ.ମି ? ଏହା ତୁମେ ଅଙ୍କନ ମାଧ୍ୟମରେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

? 7.4 ରଫ୍ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକର (ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର) ସ୍ଥାନ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି ଦର୍ଶାଇପାରିବା କି ଯେ ସଳଖ ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବୁଲାଣି ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ ସର୍ବଦା ଛୋଟ କି ? ଯଦି ଏହା ସମ୍ଭବ ତେବେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର ହେବ ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ଆମେ ଅଙ୍କନ କରି ଜାଣି ପାରିଲୁ ଯେ, 3 ସେ.ମି., 4 ସେ.ମି., ୪ ସେ.ମି. ଏବଂ 2 ସେ.ମି., 3ସେ.ମି.,6 ସେ.ମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ଏହି ବିଷୟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ନ କରି ତୁମେ ଜାଣିପାରିଛ କି ?
2. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ନୁହେଁ, କହିପାରିବ କି ?

   (a) 10 କି.ମି., 10 କି.ମି. ଏବଂ 25 କି.ମି.

   (b) 5 ମି.ମି., 10 ମି.ମି. ଏବଂ 20 ମି.ମି.

   (c) 12 ସେ.ମି., 20 ସେ.ମି. ଏବଂ 40 ସେ.ମି.

ତୁମେ ଅନୁଭବ କରିପାରୁଥିବ ଯେ, ରଫ୍ ଚିତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ସଳଖ ରାସ୍ତା ଓ ବୁଲାଣି ରାସ୍ତା ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଯୋଗଫଳ ସହିତ ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥାପନ କରିପାରିବା । ଏହିପରି ଭାବରେ ଆମକୁ ତିନୋଟି ପ୍ରକାରର ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥାପନ କରିବାକୁ ହେବ ।

3. ପୂର୍ବରୁ ଆଲୋଚିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦୈର୍ଘ୍ୟମାନଙ୍କର ସେଟ୍‌କୁ ନେଇ ଅତିକମ୍‌ରେ ଦୁଇଥର ତୁଳନା କଲେ ଜାଣିପାରିବା ଯେ ସଳଖ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଯୋଗଫଳ ଠାରୁ କମ୍ ।

ଉଦାହରଣ : 10 ସେ.ମି., 15 ସେ.ମି. ଏବଂ 30 ସେ.ମି.

ଏଠାରେ ଦୁଇଟି ତୁଳନା ହୋଇପାରିବ ।

ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

$$10 < 15 + 30$$

$$15 < 10 + 30$$

କିନ୍ତୁ ଏହା ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ଯେହେତୁ : $30 > 10 + 15$

ଏହା କ'ଣ ସବୁବେଳେ ସମ୍ଭବ ? ବାହୁମାନଙ୍କର ଯେକୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ଅତିକମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି ତୁଳନା ସର୍ବଦା ସମ୍ଭବ କି, ଯେଉଁଠାରେ ସଳଖ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟିର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟିଠାରୁ କମ୍ ହେବ ?

ପୁଣିଥରେ, ଦିଆଯାଇଥିବା ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସେଟ୍‌ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ଠାରୁ ସାନ ହେବ, ଏହା ବିନା ହିସାବରେ କହିହେବ କି ?

[**ସୂଚନା :** ସଳଖ ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ବିଚାରକୁ ନେବା]

ଦିଆଯାଇଥିବା ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ନୁହେଁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ କ'ଣ ତୁଳନା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ?

ଯେତେବେଳେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ଠାରୁ ସାନ, ତାହା **ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା** ଧର୍ମକୁ ସୂଚାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସେଟ୍ 3, 4, 5 ତ୍ରିଭୁଜ ଅସମାନତାକୁ ସୂଚାଏ ।

କିନ୍ତୁ 10, 15, 30 ତ୍ରିଭୁଜର ଅସାମନାତକୁ ସୂଚାଏ ନାହିଁ ।

ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ, ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥା 10, 15, 30 ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତାକୁ ସୂଚାଏ ନାହିଁ । ତେଣୁ ଏଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ ।

4 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି. ଏବଂ ୫ ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁମାନଙ୍କୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର କି ?

ଏହା ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତାକୁ ସୂଚାଉଅଛି ।

$$8 < 4 + 5 = 9$$

? ଆମେ କାହିଁକି ଅନ୍ୟ ଦୁଇପାର୍ଶ୍ୱ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ କରୁନାହୁଁ ?

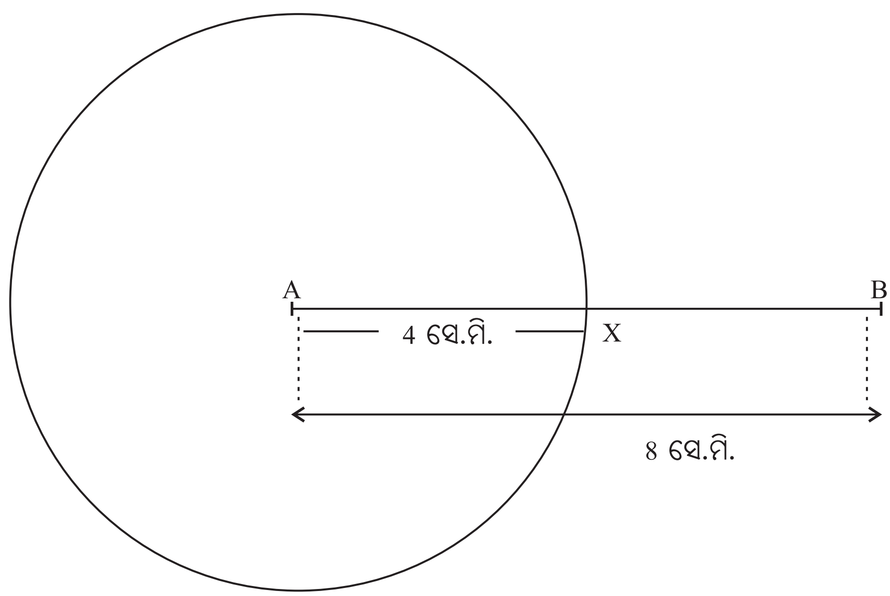
ଏହାର ଅର୍ଥ ଯେ, ସମସ୍ତ ସରଳରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବୁଲାଣି ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ କମ୍ । ଏହା ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଅବସ୍ଥିତିକୁ ସୂଚାଏ କି ? ଯଦି କୌଣସି ସଳଖ ରାସ୍ତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅଧିକ ହୁଏ, ତେବେ ଏହା ତ୍ରିଭୁଜକୁ ସୂଚାଏ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ କେବଳ କହିପାରିବା ଯେ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବପର କିମ୍ବା ସମ୍ଭବପର ହୋଇ ନପାରେ ।

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ତୃତୀୟ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁପାଇଁ ଯେଉଁ ଚାପଟିଏ ଆମେ ଅଙ୍କନ କଲେ ତାହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବେ ଛେଦ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏହା କ'ଣ ଅଙ୍କନ ନ କରି କହିପାରିବା ସମ୍ଭବପର ହେବ କି ?

ବୃତ୍ତର ଅଙ୍କନ କଳ୍ପନା କରିବା

ମନେରଖ ଆମେ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ବାହୁ AB(୫ ସେ.ମି.)କୁ ଭୂମି ରୂପେ ନେଇ ଅଙ୍କନ ଆରମ୍ଭ କରିବା । ଏହାପରେ ଆମେ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ 4 ସେ.ମି., 5 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ଏକ ବୃହତ୍ ଚାପ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

ଚାଲ, ଆମେ ଚାପ ପରିବର୍ତ୍ତେ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବୃତ୍ତଟିଏ ଅଙ୍କନ କରିବା । 'A' କୁ ନେଇ 4 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

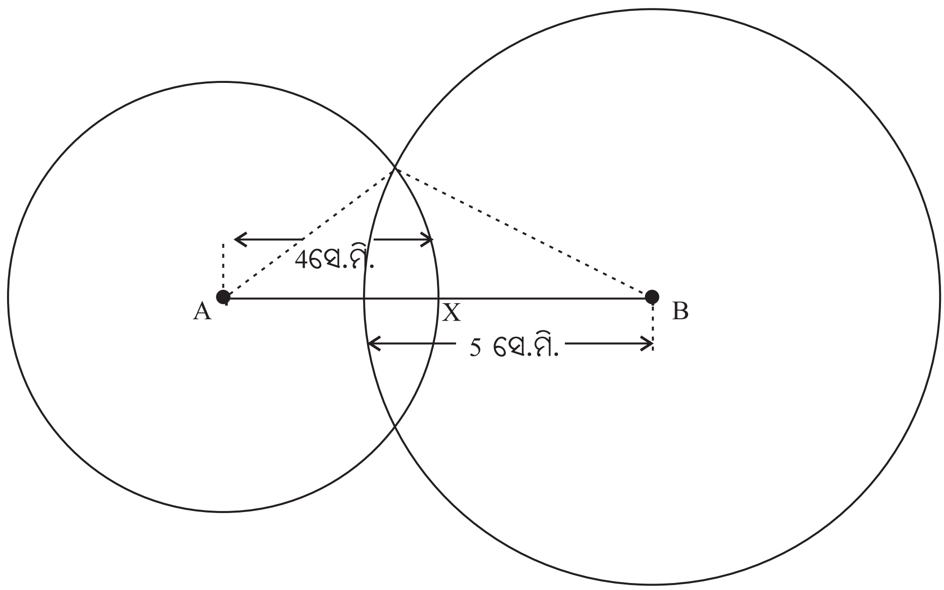


ବର୍ତ୍ତମାନ 'B' କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି 5 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

? ଯେଉଁ ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ରଟି ପାଇବା ତାହାର ଏକ ବିଶ୍ଳେଷଣ ଚିତ୍ରଟିଏ (ରଫ୍ ଚିତ୍ର) ଅଙ୍କନ କିରପାରିବ କି ?

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରରେ AX = 4 ସେ.ମି., ଏବଂ AB = ୫ ସେ.ମି. ତେଣୁ BX = ? ଏହି ଦୈର୍ଘ୍ୟଟିରେ ଆମେ କ'ଣ ଚିତ୍ରଟି ଅନୁମାନ କରିପାରିବା ?

ଯେହେତୁ BX = 4 ସେ.ମି. ଏବଂ 'B' କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 5 ସେ.ମି. ଅଟେ । ତେଣୁ ଏହା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଯେ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରିବେ ।



ଚିତ୍ର 7.5 : ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତ ପରସ୍ପରକୁ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦୈର୍ଘ୍ୟସେଟ୍‌ରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହୋଇପାରିବ । ତୁମର ଉତ୍ତରକୁ ବର୍ଣ୍ଣନା କର । ମନେରଖ ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସେଟ୍‌ରେ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପର ଏକକ ସମାନ ।

(a) 2, 2,5 (b) 3, 4, 6

(c) 2, 4, 8 (d) 5, 5, 8

(e) 10, 20, 25 (f) 10, 20, 35

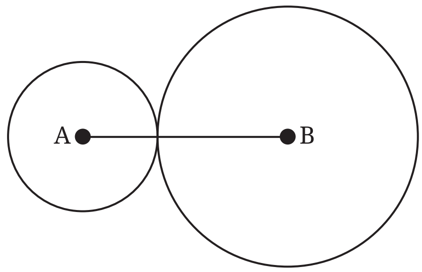
(g) 24, 26, 28

ଆମେ ପୂର୍ବ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକରୁ ଜାଣିପାରିଲୁ ଯେ, ଯେତେବେଳେ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତାକୁ ସୂଚାଏ (ଦୈର୍ଘ୍ୟମାନଙ୍କର ସେଟ୍‌ଟିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟିଠାରୁ ସାନ) ସେତେବେଳେ ସେହି ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ହୋଇପାରିବେ ।

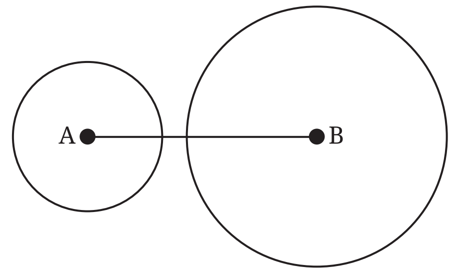
? ଆମେ କିପରି ଭାବେ ନିଶ୍ଚିତ ହେବା ଯେ ଯେଉଁ ଦୈର୍ଘ୍ୟମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତାକୁ ସୂଚାଏ ସେତେବେଳେ ହିଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ।

ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ନିଶ୍ଚିତ ହୋଇପାରିବା ଯେତେବେଳେ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶରେ ଛେଦ କରିବେ । (ଚିତ୍ର 7.5) । ମାତ୍ର, ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ ସେତେବେଳେ ଅନ୍ୟ କିଛି ସମ୍ଭବନା ହୋଇପାରେ କି ? ଆସ ପରୀକ୍ଷା କରିବା :

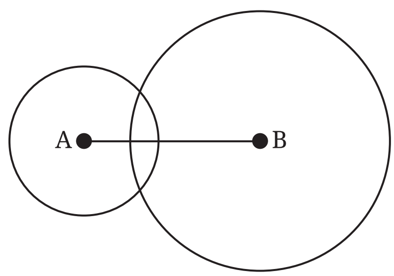
ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରି ନିମ୍ନୋକ୍ତ ପରିସ୍ଥିତି ଗୁଡ଼ିକୁ ଆଲୋଚନା କରିବା ।



ପରିସ୍ଥିତି 1 : ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରନ୍ତି ।



ପରିସ୍ଥିତି 2 : ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ଠାରୁ ଭିନ୍ନ ।



ପରିସ୍ଥିତି 3 : ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ।

ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମୟରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଦିଗପ୍ରତି ଧ୍ୟାନ ଦେବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

(a) ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ AB = ଦିଆଯାଇଥିବା ଦୈର୍ଘ୍ୟମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ସବୁଠାରୁ ବଡ଼ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ।

(b) ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସବୁଠାରୁ ସାନ ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେବା ଉଚିତ୍ ।

ଉପରୋକ୍ତ ତିନୋଟି ସମ୍ଭାବ୍ୟ ପରିସ୍ଥିତି ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପାଇଁ ସହାୟକ ହେବ ? ଯେତେବେଳେ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶରେ ଛେଦକରିବେ (ପରିସ୍ଥିତି 3) ସେତେବେଳେ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ହେବ ।

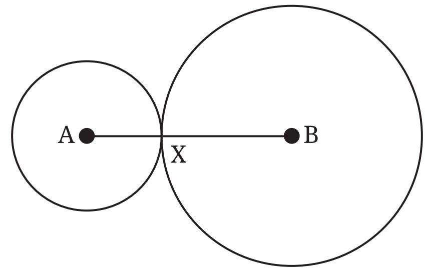
? ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକରୁ ଆମେ ବଡ଼ବାହୁ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ସାନବାହୁ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ସ୍ଥିର କରିବା ।

ପରିସ୍ଥିତି - 1 : ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶ କରନ୍ତି ।

ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି = AB

କିମ୍ବା

କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି = ବୃହତ୍ତମ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ



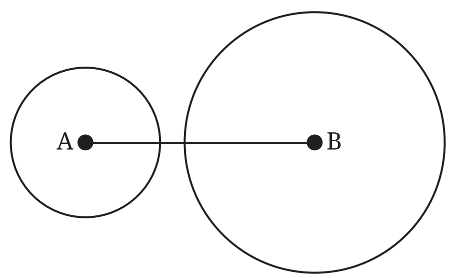
ପରିସ୍ଥିତି - 2 : ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶରେ ଛେଦ କରନ୍ତି ନାହିଁ ।

? ଏଠାରେ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ ABର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ କ'ଣ ?

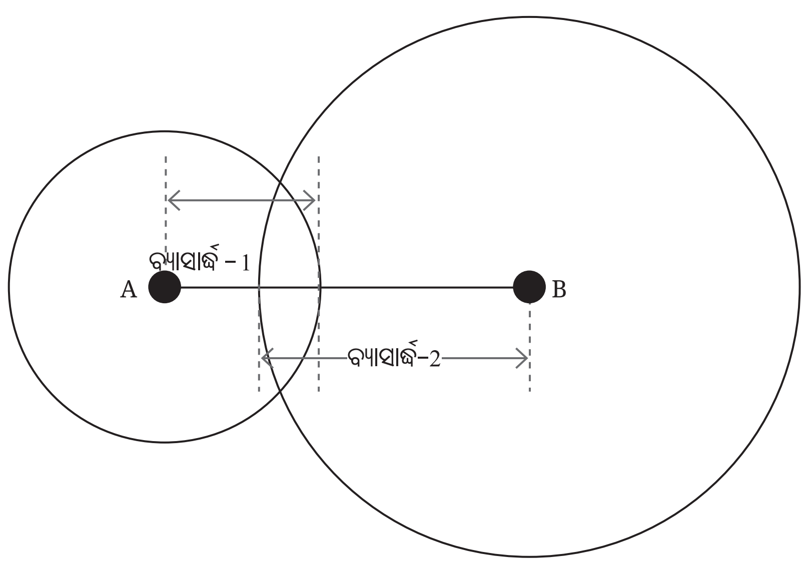
ଏହା ଚିତ୍ରରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ କରାଯାଇପାରେ ଯେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି < AB

କିମ୍ବା

କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି < ବୃହତ୍ତମ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ



ପରିସ୍ଥିତି - 3 : ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି ।



AB, ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ ଅନ୍ୟବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର କିଛି ଅଂଶକୁ ନେଇ ଗଠିତ ।

ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି > AB କିମ୍ବା,

କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି > ବୃହତ୍ତମ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

? ଆମେ କ'ଣ ଏହି ବିଶ୍ଳେଷଣକୁ ତ୍ରିଭୁଜ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା କି ? (ଯେତେବେଳେ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା ପାଇଁ ସିଦ୍ଧ ହୁଏ ।)

ଅର୍ଥାତ୍ ଯେତେବେଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତାକୁ ସିଦ୍ଧ କରେ, ସେତେବେଳେ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ବୃହତ୍ତମ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ହେବ । ଅର୍ଥାତ୍ ଏହା ପରିସ୍ଥିତି 3କୁ ସୂଚାଏ, ଯେଉଁଠାରେ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ତେଣୁ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ଅଟେ ।

? କେଉଁ ପ୍ରକାରର ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅସମାନତା ସିଦ୍ଧ ହେବ ନାହିଁ । ଏହି ପ୍ରକାରର 3ଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ଯେଉଁଠାରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସେଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ

(a) ପରସ୍ପରକକୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶ କରିବେ

(b) ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ ନାହିଁ ।

? ତ୍ରିଭୁଜଟିଏ ସମ୍ଭବପର ହେବାପାଇଁ ଏକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ :

ଯଦି କୌଣସି ଏକ ସେଟ୍‌ର ତିନୋଟି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା ପାଇଁ ସିଦ୍ଧ ହୁଏ ତେବେ ତ୍ରିଭୁଜଟି ସମ୍ଭବପର ହେବ ଏବଂ ସେହି ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେବ । ଯଦି ଏହି ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତାକୁ ସିଦ୍ଧ ନ କରେ, ତେବେ ତାହା ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ହେବେ ନାହିଁ ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସେଟ୍‌ରେ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ହେବ କି ? ପରୀକ୍ଷା କର ।

   (a) 1, 100, 100, (b) 3, 6, 9 (c) 1, 1, 5, (d) 5, 10, 12

2. 50, 50, 50 କୁ ନେଇ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ହେବ କି ? ସାଧାରଣତଃ, ଯେକୌଣସି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପାଇଁ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ହେବ କି ? ତାହା ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।

3. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ମୂଲ୍ୟ ସହ ତୃତୀୟ ବାହୁର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଅତି କମ୍‌ରେ 5 ଟି ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର ଯେପରିକି ଏହା ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେବ । (ଦଶମିକ ମୂଲ୍ୟ ମଧ୍ୟ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରାଯାଇପାରେ)

   (a) 1, 100

   (b) 5, 5

   (c) 3, 7

ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହା ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ହେବ ଏବଂ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବପର ହେବ ।

ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ :

ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

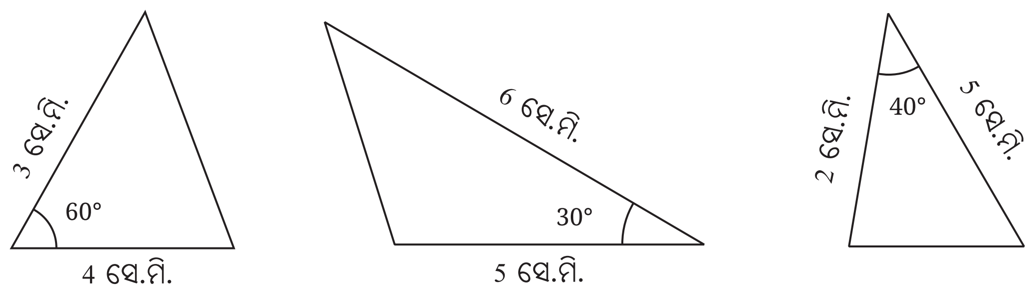
(a) ରେ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାକି 99 ଏବଂ 101 ମଧ୍ୟରେ ଥିବ ।

7.3 ତ୍ରିଭୁଜର କେତେକ ବାହୁ ଓ କୋଣ ଦତ୍ତ ଥିଲେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ

ବାହୁମାନଙ୍କୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ କିପରି ଅଙ୍କନ କରିବା ତାହା ଆମ୍ଭେ ଜାଣିଲେ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ କେତୋଟି ବାହୁ ଏବଂ କୋଣର ପରିମାଣକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରିବା ।

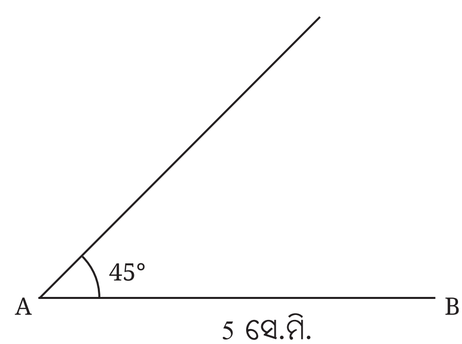
ଦୁଇଟି ବାହୁ ଓ ସେମାନଙ୍କ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ

ଦୁଇଟି ବାହୁ ଓ ସେମାନଙ୍କ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣକୁ ନେଇ କିପରି ତ୍ରିଭୁଜଟିଏ ଅଙ୍କନ କରିବା ସେଥିପାଇଁ ନିମ୍ନରେ କିଛି ଉଦାହରଣ ଦିଆଗଲା ।



? ତ୍ରିଭୁଜ ABC ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର AB = 5 ସେ.ମି., AC = 4 ସେ.ମି., $\angle A = 45°$

ଦିଆଯାଇଥିବା ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ABକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିରୂପେ ନିଅ ।

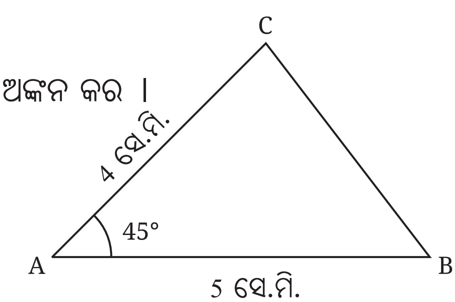


ସୋପାନ 1 : ଗୋଟିଏ ବାହୁ AB = 5 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅଙ୍କନ କର ।

ସୋପାନ 2 : $\angle A = 45°$ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ କୋଣର ଅନ୍ୟ ବାହୁଟିକୁ ଅଙ୍କନ କର ।

ସୋପାନ 3 : ଅନ୍ୟ ବାହୁ AB କୁ ଛାଡ଼ି C ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଯେପରି AC = 4 ସେ.ମି. ହେବ ।

ସୋପାନ 4 : BC କୁ ଯୋଗକଲେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ତ୍ରିଭୁଜ ମିଳିବ ।



ନିଜେ କରି ଦେଖ :

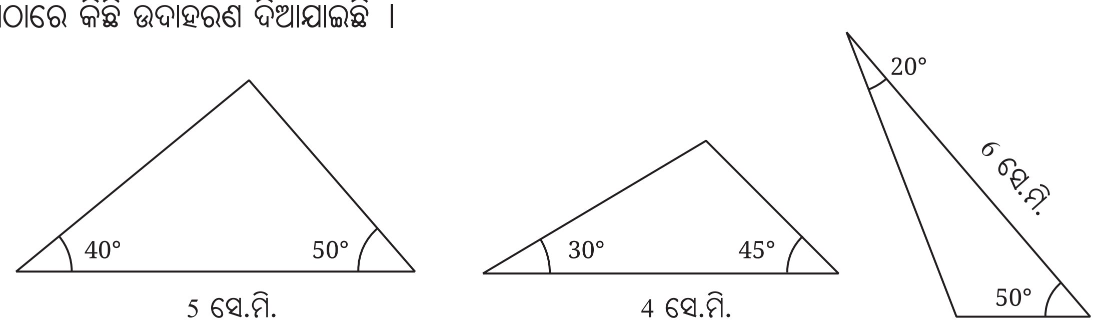
1. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ମାପକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯେଉଁଠାରେ କୋଣଟି ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ ଅଟେ ।
   - (a) 3 ସେ.ମି., 75°, 7 ସେ.ମି.
   - (b) 6 ସେ.ମି., 25°, 3 ସେ.ମି.
   - (c) 3 ସେ.ମି., 120°, 8 ସେ.ମି.

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ବାହୁମାନଙ୍କର ଯେକୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ସେହିପରି କିଛି ମାପ ଅଛି କି ଯାହା ଦୁଇବାହୁ ଏବଂ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ? ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମୟରେ ତୁମେ ଯାହା ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲ ତାହାକୁ ଆଧାରିତ କରି ଦର୍ଶାଅ ।

ଗାଣିତିକ କଥାବାର୍ତ୍ତା

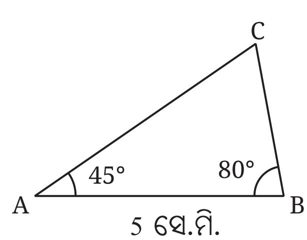
ଦୁଇଟି କୋଣ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଗତ ବାହୁ

ଏଠାରେ ଦୁଇଟି କୋଣ ଓ ଗୋଟିଏ ବାହୁର ମାପ ଦିଆଯାଇଛି । ସେହି ବାହୁଟିକୁ ଆମ କୋଣଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ ବାହୁ କହିବା । ଏଠାରେ କିଛି ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି ।



ABC ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର AB = 5 ସେ.ମି., $\angle A = 45°$, $\angle B = 80°$

ଦିଆଯାଇଥିବା ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଟିକୁ ଭୂମିରୂପେ ନିଆଯାଉ ।

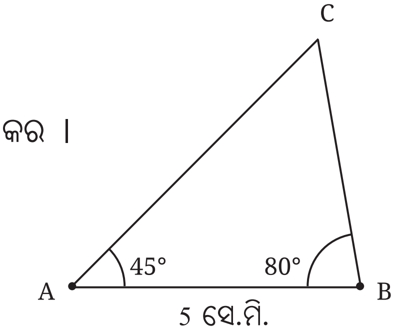


ସୋପାନ 1 : ଭୂମି AB = 5 ସେ.ମି. ଅଙ୍କନ କର ।

ସୋପାନ 2 : $\angle A = 45°$ ଏବଂ $\angle B = 80°$ ପରିମାଣ ନେଇ କୋଣ ଅଙ୍କନ କର ।

ସୋପାନ 3 : ଦୁଇଟି ରେଖାଖଣ୍ଡର ଛେଦବିନ୍ଦୁଟି ତୃତୀୟ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ C ହେବ ।

ABC ଆବଶ୍ୟକୀୟ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଟେ ।



? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ମାପକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ।

   (a) 75°, 5 ସେ.ମି., 75°

   (b) 25°, 3 ସେ.ମି., 60°

   (c) 125°, 6 ସେ.ମି., 30°

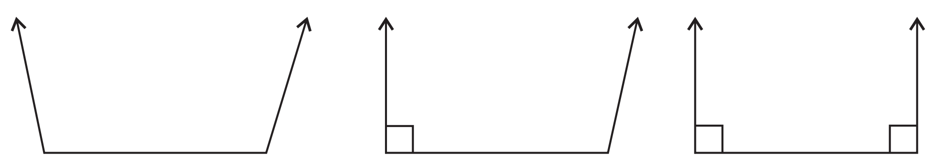
ତ୍ରିଭୁଜ ଗୁଡ଼ିକର ଅଙ୍କନ ସବୁବେଳେ ସମ୍ଭବ କି ?

ଗାଣିତିକ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଦୁଇଟି କୋଣ ଓ ସଲଗ୍ନ ବାହୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ? ବର୍ଣ୍ଣନା କର ।

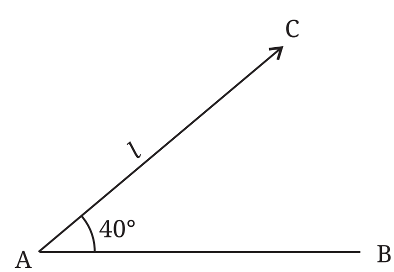
? ଏମିତି କିଛି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ଯାହାକି ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଗତ ବାହୁନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବପର ହେବ ନାହିଁ ।

ଚାଲ, ଆମେ ସେହି ପ୍ରକାରର ପରିସ୍ଥିତିକୁ କଳ୍ପନା କରିବା । ଭୂମିଟିଏ ଅଙ୍କନ କଲାପରେ ଅନ୍ୟ ପାର୍ଶ୍ୱଗୁଡ଼ିକ ଏମିତି ଭାବରେ ଅଙ୍କନ କରିବା ଯେପରି ସେମାନେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ ନାହିଁ । ସେହିପରି କେତେକ ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା ।



ଯଦି କୋଣଦ୍ୱୟ 90°ରୁ ଅଧିକ କିମ୍ବା 90° ସହ ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

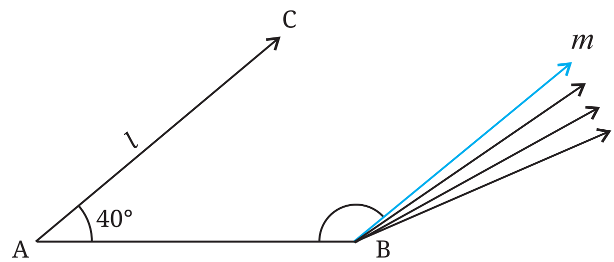
ବର୍ତ୍ତମାନ ଭୂମି ଉପରିସ୍ଥ ବାହୁର କୌଣସି ଏକ କୋଣ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ହେଉ । ମନେକର 40° । ଅନ୍ୟ କୋଣଟି ସମ୍ଭାବ୍ୟ କେତେ ହେବା ଦରକାର ଯାହାଦ୍ୱାରା ବାହୁଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ ନାହିଁ ।



? ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, B ଠାରୁ ରେଖାଟି ଯଥେଷ୍ଟ ଡାହାଣପଟକୁ ଅଙ୍କନ ହେଲେ, AC ରେଖା ଛେଦ କରିବ ନାହିଁ ।

(a) ଏହା ଘଟିବା ପାଇଁ ଏକ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ∠B (ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି) ଖୋଜିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

(b) ରେଖାଗୁଡ଼ିକ ନ ମିଶିବା ପାଇଁ ∠Bର ସର୍ବନିମ୍ନ ମୂଲ୍ୟ କ'ଣ ହୋଇପାରେ ?



ନୀଳରଙ୍ଗ ରେଖାଟି ସବୁଠାରୁ କମ୍ କୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରୁଥିବା ରେଖା ଯାହାକି ରେଖାଖଣ୍ଡ l କୁ ଛେଦ କରୁନାହିଁ ।

ଉପରୋକ୍ତ ଚିତ୍ରରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଯେଉଁରେଖା ସର୍ବନିମ୍ନ କୋଣ B ଠାରେ ସୃଷ୍ଟି କରୁଛି ତାହା 'l' ର ସମାନ୍ତରାଳ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ମନେକର ସେହି ସମାନ୍ତରାଳ ରେଖାଟି 'm' ।

ଏହିକ୍ଷେତ୍ରରେ $\angle$B ର ପ୍ରକୃତ ମୂଲ୍ୟ କୁହାଯାଇପାରିବ କି ?

[**ସୂଚନା :** AB ଏକ ଛେଦକ]

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତରାଳ ସରଳରେଖାକୁ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ଛେଦକଲେ ଛେଦକର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତସ୍ଥ କୋଣଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 180° । ତେଣୁ $\angle$B = 140° ।

ତେଣୁ $\angle$B ର କେଉଁ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର ନୁହେଁ । AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ଏଠାରେ କୌଣସି ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରେ କି ?

ଉପରୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରୁ ଆମ୍ଭେ ଜାଣିପାରିଲୁ ଯେ, ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପାଇଁ AB କୌଣସି ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରେ ନାହିଁ । ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବପର ନୁହେଁ ଯେତେବେଳେ $\angle$B ପରିମାଣ 140° ସହ ସମାନ କିମ୍ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣପାଇଁ ଅନ୍ୟ ଏକ କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହା ପାଇଁ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ (i) ସମ୍ଭବ, (ii) ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅତିକମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
   - (a) 30°
   - (b) 70°
   - (c) 54°
   - (d) 144°
2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ହୋଇପାରିବ ଏବଂ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ନୁହେଁ ?
   - (a) 35°, 150°
   - (b) 70°, 30°
   - (c) 90°, 85°
   - (d) 50°, 150°

? ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା ନିୟମ ପରି ତୁମେ କ'ଣ ଏକ ନିୟମ ଗଠନ କରିପାରିବ, ଯାହାକି ଦୁଇଟି କୋଣକୁ ସୂଚାଇବା ସହ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ହେବ ?

ଏହି ନିୟମ ଗଠନ ପାଇଁ ଦୁଇଟି କୋଣର ସମଷ୍ଟି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ କି ?

ଯେତେବେଳେ ପ୍ରଦତ୍ତ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 180° ରୁ କମ୍ ସେତେବେଳେ ଏହି କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସହ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ । ଯଦି ଯୋଗଫଳ 180° ସହ ସମାନ କିମ୍ବା ବଡ଼ ହୁଏ ସେତେବେଳେ ଏହି କୋଣଗୁଡ଼ିକ ସହ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ ହୋଇନଥାଏ ।

ଆସନ୍ତୁ, ଦୁଇଟି କୋଣ ନେବା ଯଥା 60° ଏବଂ 70°, ଯାହାର ସମଷ୍ଟି 180° ରୁ କମ୍ । ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଗତ ବାହୁ 5 ସେ.ମି. ହେଉ ।

? ତୃତୀୟ କୋଣର ମାପ କେତେ ହୋଇପାରିବ ? ଯଦି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହୁଏ ତେବେ ତୃତୀୟ କୋଣର ମାପ ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ କି ? ମନେକର ବାହୁଟି 7 ସେ.ମି. ହୁଏ, ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କର ।

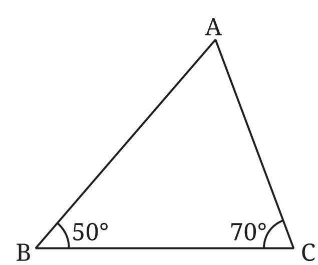
? ସାଧାରଣତଃ ଯଦି ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର ତେବେ ତୃତୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ ଅନ୍ତର୍ଗତ ବାହୁର ମାପ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ କି ? ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର କୋଣ ଦୁଇଟି ଏବଂ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ମାପଗୁଡ଼ିକରୁ ଜାଣିପାରିବା ଯେ ତୃତୀୟ କୋଣ ପାଇଁ ବାହୁର କୌଣସି ପ୍ରଭାବ ନାହିଁ (କିମ୍ବା ଅତି ନଗଣ୍ୟ) । ଏହି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣରୁ ଆମେ କୌଣସି ମାପ କିମ୍ବା ଅଙ୍କନ ନ କରି ତୃତୀୟ କୋଣ ପାଇପାରିବା କି ?

? ଦୁଇଟି କୋଣ ଏବଂ ତୃତୀୟ କୋଣ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସମ୍ପର୍କ ଅଛି କି ନାହିଁ, ତାହା ଦେଖିବା ପାଇଁ ବିଭିନ୍ନ ତ୍ରିଭୁଜ ସହିତ ପରୀକ୍ଷଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର । ଏହି ସମ୍ପର୍କ ଖୋଜିବା ପାଇଁ ତୁମେ କେଉଁ ତଥ୍ୟ ଖୋଜିବ ଏବଂ ସଂଗ୍ରହ କରୁଥିବା ତଥ୍ୟକୁ କିପରି ସଂଗଠିତ କରିବ ?

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ABC ତ୍ରିଭୁଜଟିଏ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $\angle B = 50°$ ଏବଂ $\angle C = 70°$ । ଆସ ଦେଖିବା କିପରି କୌଣସ ଅଙ୍କନ ନ କରି ଆମେ $\angle A$ ର ମାପକୁ ଲେଖିବା ।



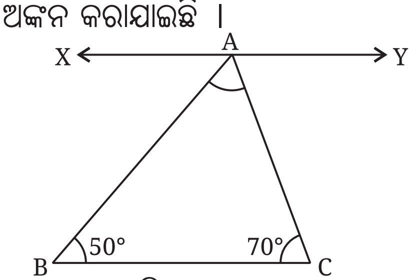
ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାର ଧାରଣା ମାଧ୍ୟମରେ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି କୋଣର ସମଷ୍ଟି 180°ରୁ କମ୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଉପଯୋଗୀ ଥିଲା । ତୃତୀୟ କୋଣ $\angle BAC$ର ପରିମାଣ ଖୋଜି ବାହାର କରିବାରେ ମଧ୍ୟ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ସହାୟକ ହେବ ।

ମନେକର 'A' ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ BC ସହ ସମାନ୍ତର XY ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି ।

? ଆମେ ଏଠାରେ $\angle XAB$ ଏବଂ $\angle YAC$ ସୃଷ୍ଟି ହେବାର ଦେଖିପାରୁଛୁ । ସେମାନଙ୍କର ପରିମାଣ କେତେ ?

ଯେହେତୁ, XY ସରଳରେଖା BC ସହ ସମାନ୍ତର $\angle XAB = \angle B$ ଏବଂ $\angle YAC = \angle C$ ।

କାରଣ, ସେମାନେ AB ଓ AC ଛେଦକ ଦ୍ୱୟର ଏକାନ୍ତର କୋଣ ।



ଚିତ୍ର 7.6

ତେଣୁ $\angle XAB = 50°$ ଏବଂ $\angle YAC = 70°$ ।

ଆମେ କ'ଣ $\angle BAC$ ପାଇପାରିବା କି ?

$\angle XAB$, $\angle YAC$ ଓ $\angle BAC$ ଏକତ୍ର $180°$ କୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରନ୍ତି ।

ଆମେ ଜାଣୁ, $\angle XAB + \angle YAC + \angle BAC = 180°$

$\Rightarrow 50° + 70° + \angle BAC = 180°$

$\Rightarrow 120° + \angle BAC = 180°$

$\Rightarrow \angle BAC = 180° - 120° = 60°$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର (BCର ଯେକୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନେଇ) ଏବଂ ପରୀକ୍ଷା କର ଯେ ଏହାର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି କି ?

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି କୋଣକୁ ନେଇ ତୃତୀୟ କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ବ୍ୟବହାର କର)

   (a) $36°, 72°$

   (b) $150°, 15°$

   (c) $90°, 30°$

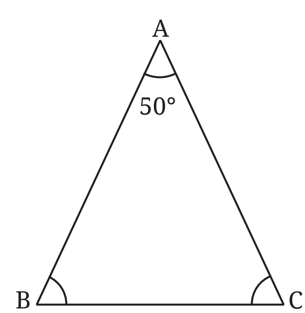
   (d) $75°, 45°$

2. ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ $70°$ ଥାଇ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ? ଯଦି ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ $70°$ ଲେଖାଏଁ ହୁଏ ତେବେ ତୃତୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ? ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ ଏହି କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ହେବ ? ଅନୁସନ୍ଧାନ କର ।

3. ଏଠାରେ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଛି ଯେଉଁଥିରେ $\angle B = \angle C$ ଏବଂ $\angle A = 50°$ ।

   ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

   ତୁମେ $\angle B$ ଏବଂ $\angle C$ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି ?



ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ପରିମାଣ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଧର୍ମ :

? ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସମ୍ପର୍କରେ କ'ଣ କୁହାଯାଇପାରେ ?

ABC ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ନିଆଯାଉ ଏବଂ ଏହାର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାପାଇଁ ଭୂମି ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳ ରେଖାର ଧାରଣା ବ୍ୟବହାର ଆମେ କରିପାରିବା ।

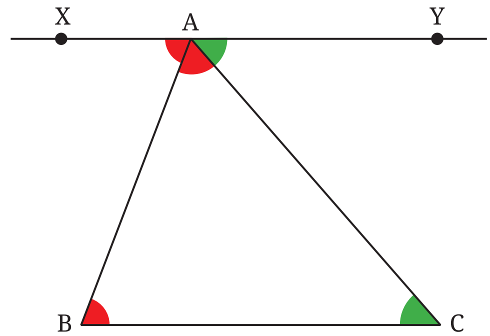
'A' ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ BC ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଟିଏ ଅଙ୍କନ କର ।

ଆମକୁ $\angle A + \angle B + \angle C$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ $\angle B = \angle XAB$, $\angle C = \angle YAC$

ତେଣୁ $\angle A + \angle B + \angle C = \angle A + \angle XAB + \angle YAC = 180°$

ତେଣୁ ଆମେ ପ୍ରମାଣ କଲୁ ଯେ ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180° । ଏହା ତ୍ରିଭୁଜର **କୋଣ ପରିମାଣ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଧର୍ମ** ଅଟେ ।



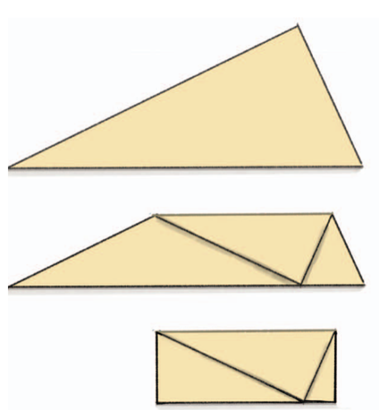
ଚିତ୍ର 7.7

ଆମେ କୋଣ ପରିମାଣ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଧର୍ମ କିପରି ଆକଳନ କଲୁ ତାହା ପ୍ରତିଫଳନ କରିବାପାଇଁ କିଛି ସମୟ ନିଅ । ଆରମ୍ଭରେ ତୃତୀୟ କୋଣ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ସ୍ପଷ୍ଟ ନଥିଲା । ତ୍ରିଭୁଜର ଉପର ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଧାରଣା ଯୋଗୁଁ (ଚିତ୍ର 7.7) କୋଣ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ସ୍ପଷ୍ଟ ହୋଇପାରିଲା । ଏହି ଚତୁର ଚିନ୍ତାଧାରା ଗଣିତ ଇତିହାସରେ "The Elements" ନାମକ ଏକ ପ୍ରଭାବଶାଳୀ ପୁସ୍ତକରୁ ମିଳିପାରିବ । ଏହି ପୁସ୍ତକ ଗ୍ରୀକ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ "Euclid" ଙ୍କୁ ସମର୍ପଣ ଅଟେ ଯିଏ କି 300 ଖ୍ରୀ.ପୂ. ପାଖାପାଖି ବଞ୍ଚିଥିଲେ ।

ଗଣିତରେ ସୃଜନଶୀଳ ଚିନ୍ତାଧାରା କିପରି ଏକ ପ୍ରମୁଖ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରେ ତାହାର ଏହି ସମାଧାନ ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ ।

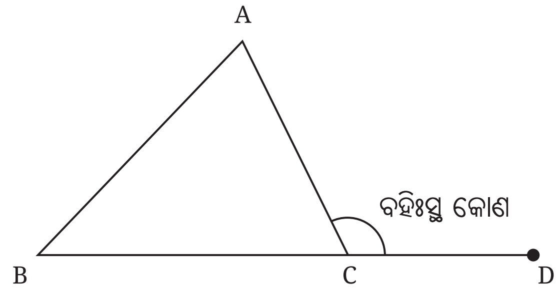
କୋଣର ପରିମାଣ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଧର୍ମ ପରୀକ୍ଷାର ଆଉ ଏକ ସରଳ ଉପାୟ ରହିଅଛି । ଏକ କାଗଜରେ ତ୍ରିକୋଣୀୟ ଭାଙ୍ଗ ନେଇ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଉପାୟ ଅବଲମ୍ବନ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଏହି କାଗଜ ଭାଙ୍ଗ ଦ୍ୱାରା ତୁମେ ଦେଖିପାରୁଛ କି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ସମଷ୍ଟି 180° ।



ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ

କୌଣସି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣର ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ କୋଣକୁ ତ୍ରିଭୁଜର **ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ** କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ରରେ $\angle ACD$ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଅଟେ ।



? $\angle ACD =$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ? ଯଦି $\angle A = 50°$ ଏବଂ $\angle B = 60°$ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣର ପରିମାଣ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଧର୍ମ ଅନୁସାରେ

$\angle A + \angle B + \angle ACB = 180°$

$\Rightarrow 50° + 60° + \angle ACB = 180°$

$\Rightarrow \angle ACB = 180° - 110° = 70°$

ତେଣୁ $\angle ACD = 180° - 70° = 110°$, $\angle ACB$ ଏବଂ $\angle ACD$ ପରସ୍ପର ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ କୋଣ ଅଟେ ।

$\angle A$ ଓ $\angle B$ ବିଭିନ୍ନ କୋଣର ମାପ ପାଇଁ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ମଧ୍ୟରେ କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ?

(ସୂଚନା : କୋଣ ପରିମାଣ ସମ୍ପୃକ୍ତ ଧର୍ମରୁ $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180°$

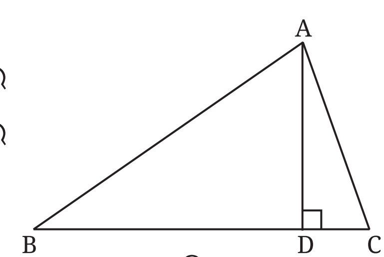
ପୁନଶ୍ଚ $\angle ACD + \angle ACB = 180°$ (ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ)

? ଏହା କିପରି ସମ୍ପର୍କିତ ?

7.4 ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା ସମ୍ପର୍କିତ ଅଙ୍କନ

ତ୍ରିଭୁଜର ଯେକୌଣସି ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ତାହାର ବିପରୀତ ବାହୁପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ମାପ (ଉଚ୍ଚତା) ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ଆଲୋଚନା :

ଆମ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁ ଯଥା- ମନୁଷ୍ୟର ଉଚ୍ଚତା, ଗଛର ଉଚ୍ଚତା, କୋଠାଘରର ଉଚ୍ଚତା ଇତ୍ୟାଦି ସମ୍ପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିଥାଉ । ଏଠାରେ "ଉଚ୍ଚତା" ଶବ୍ଦର ଅର୍ଥ କ'ଣ ?



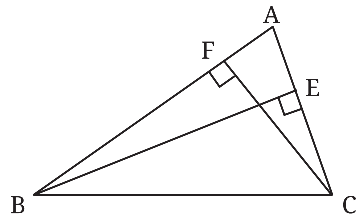
ଚିତ୍ର 7.8

ABC ତ୍ରିଭୁଜ ବିଚାରକୁ ନିଆଯାଉ ।

ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ 'A'ରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ 'BC' ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ବା ଉଚ୍ଚତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ଏବଂ ଏହାକୁ କିପରି ମାପିପାରିବା ?

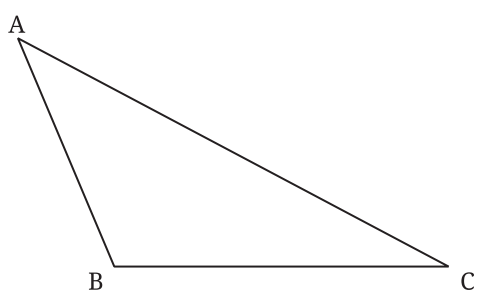
'A' ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ BC ପ୍ରତି ଲମ୍ବ AD ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି । AD ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ A ଠାରୁ BC ପ୍ରତି ଉଚ୍ଚତା ଅଟେ । ରେଖାଖଣ୍ଡ ADକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ଉଚ୍ଚତା କୁହାଯାଏ । ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ୟ ଉଚ୍ଚତା ଗୁଡ଼ିକ BE ଏବଂ CF (ନିମ୍ନରେ

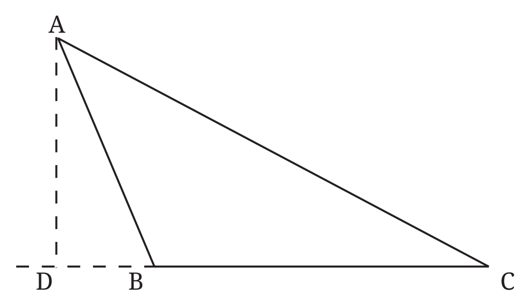
ପ୍ରଦତ୍ତ) ଯାହାକି ଅନ୍ୟ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ତାହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ।



ଯେତେବେଳେ ବି ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା କଥା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରୁ ତାହା ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ବୁଝାଏ, ଯାହା କୌଣସି ଭୂମି ଉପରିସ୍ଥ ହୋଇଥାଏ । ଚିତ୍ର 7.୪ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହା AD ଅଟେ ।

ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ରରେ A ରୁ BC ପ୍ରତି ଉଚ୍ଚତା କେତେ ହେବ ?





BC ବାହୁକୁ ବର୍ଦ୍ଧିତ କରି A ବିନ୍ଦୁରୁ BC ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରିଥାଉ ।

କାଗଜ ଭାଙ୍ଗ ମାଧ୍ୟମରେ ଉଚ୍ଚତା

ତ୍ରିଭୁଜାକୃତି ଖଣ୍ଡିଏ କାଗଜ ନିଅ । ଏହାର ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଭୂମି ଭାବରେ ଗ୍ରହଣ କରି ଏହାକୁ ଏପରି ଭାବରେ ଭାଙ୍ଗି ଦିଅ ଯେପରିକି ଭାଙ୍ଗ ପଡ଼ିଥିବା ଦାଗଟି ଉପର ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁରୁ ଭୂମି ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେବ ।

ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା ଅଙ୍କନ

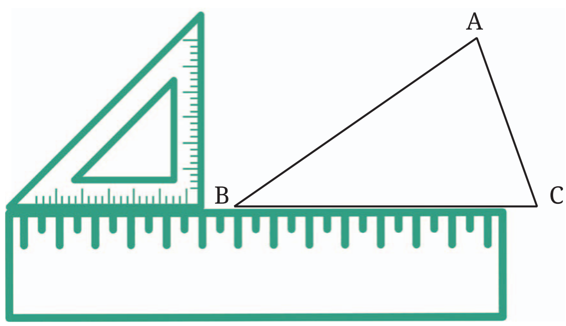
କୌଣସି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । BC କୁ ଭୂମିରୂପେ ନେଇ A, B, C ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ନାମିତ କର ।

A ଠାରୁ BC ପ୍ରତି ଲମ୍ବ (ଉଚ୍ଚତା) ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ ।

? କେବଳ ସ୍କେଲ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ଠିକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା ନାହିଁ । ଠିକ୍ ଲମ୍ବପାଇଁ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଓ ସ୍କେଲକୁ ବ୍ୟବହାର କର ।

? ତୁମେ ଏହା କିପରି କଲ ?

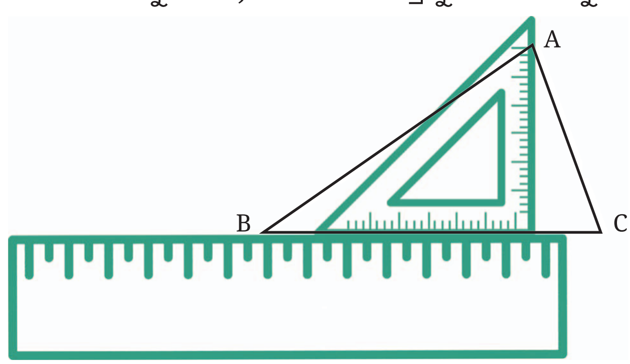
ସୋପାନ 1 :



ସ୍କେଲ୍‌ଟିକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି ସହ ସମାନ୍ତର ଭାବେ ରଖ । ଉପରେ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଭଳି ସ୍କେଲ ଉପରେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରଟିକୁ ରଖ ଯେପରିକି ସମକୋଣ ଥିବା ଗୋଟିଏ ଧାର ସ୍କେଲ୍‌ଟିକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରିବ ।

ସୋପାନ 2 :

ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରଟିକୁ ଏହିପରି ଭାବରେ ଘୁଞ୍ଚାଇବା, ତାହାର ଧାର ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ 'A'କୁ ସ୍ପର୍ଶ କରିବ ।



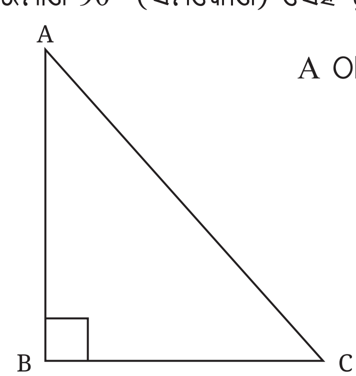
ସୋପାନ 3 :

ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଭୂଲମ୍ବ ଧାରକୁ ବ୍ୟବହାର କରି A ଠାରୁ BC ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।

? ଏମିତି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବ କି ଯାହାର ଗୋଟିଏ ବାହୁ ଏକ ଉଚ୍ଚତା ହେବ ? ସେହିପରି ତ୍ରିଭୁଜଟି କଳ୍ପନା କରି ଏକ ରଫ୍ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

ଏହା ସମ୍ଭବ ହେବ, ଯେତେବେଳେ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ସମକୋଣ ।

ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ 90° (ସମକୋଣ) ସେହି ତ୍ରିଭୁଜକୁ **ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ** କୁହନ୍ତି ।



A ଠାରୁ BC ପ୍ରତି ଲମ୍ବ (ଉଚ୍ଚତା) = AB

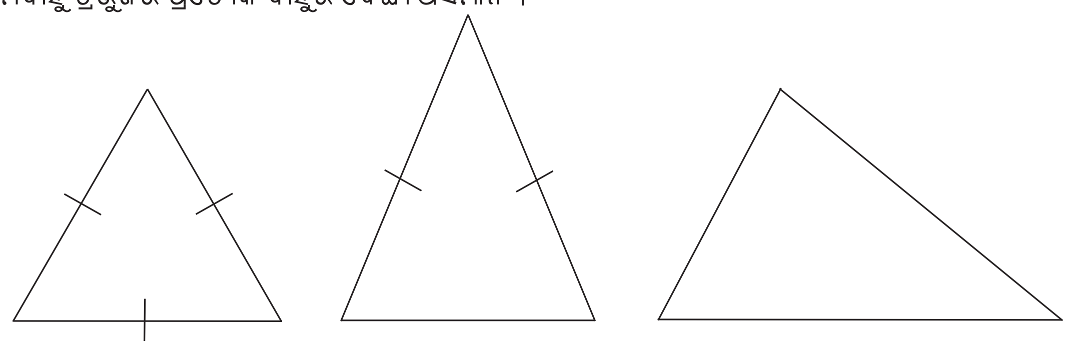
7.5 ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରକାରଭେଦ

ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଧ୍ୟୟନରେ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରର ତ୍ରିଭୁଜ ପାଇଛୁ । ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ।

? ତୁମେ କ'ଣ ଅନ୍ୟ ପ୍ରକାରର ତ୍ରିଭୁଜ ଦେଖିଛ କି ?

ସମବାହୁ ଏବଂ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବର୍ଗୀକରଣ ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ସମାନତା ଉପରେ ଆଧାରିତ ।

ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅସମାନ ।



ସେହିପରି ଆମେ କୋଣ ଅନୁସାରେ ତ୍ରିଭୁଜର ବର୍ଗୀକରଣ କରିପାରିବା କି ? ବାହୁ ଅନୁସାରେ ବର୍ଗୀକରଣ ଓ କୋଣ ଅନୁସାରେ ବର୍ଗୀକରଣର କ'ଣ ସମ୍ପର୍କ ରହିଅଛି କି ? ଏହା ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ପାଠରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

? କୋଣର ପରିମାଣ ଅନୁସାରେ ଆଉ କେତେ ପ୍ରକାରର ତ୍ରିଭୁଜ ହୋଇପାରିବ ?

କୋଣ ଅନୁସାରେ ତ୍ରିଭଜକୁ ବର୍ଗୀକରଣ କଲେ ଆମେ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ, ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ପାଇବା । ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛୁ ଯେ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ କ'ଣ ଅଟେ । ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ସମକୋଣ ହେଲେ ତାହାକୁ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜଟିକୁ ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ ।

? ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ କ'ଣ ? କୌଣସି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ହେଲେ ତାହା ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ହେବ କି ?

ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ କୋଣର ପରିମାଣ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ଅଟେ ।

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ABC ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର BC = 5 ସେ.ମି., AB = 6 ସେ.ମି., CA = 5 ସେ.ମି. ଏବଂ A ବିନ୍ଦୁଠାରୁ BC ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।
2. PQR ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର QR = 4 ସେ.ମି., PQ = 7 ସେ.ମି., $\angle Q = 140°$ । P ବିନ୍ଦୁଠାରୁ QR ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।

3. ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର $\angle B = 90^\circ$, $AC = 5$ ସେ.ମି. । ଏହି ମାପନେଇ ଆଉ କେତୋଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ?

ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

(**ସୂଚନା :** ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଯେ, ଅନ୍ୟ ମାପଗୁଡ଼ିକ ଯେକୌଣସି ମୂଲ୍ୟ ହୋଇପାରେ । ACକୁ ଭୂମି ଭାବରେ ନିଆଯାଉ । $\angle A$ ଓ $\angle C$ କେଉଁ ପରିମାଣ ହୋଇପାରିବ ଯାହାଫଳରେ ଅନ୍ୟକୋଣଟି 90° ହେବ ?)

4. ଅଙ୍କନ ମାଧ୍ୟମରେ ପରୀକ୍ଷଣ କରି ଦେଖାଅ ଯେ, ଏପରି ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ଭବପର କି ? ଯାହାର

(i) ଗୋଟିଏ କୋଣ ସମକୋଣ, (ii) ଗୋଟିଏ କୋଣ ସ୍ଥୂଳ କୋଣ

ଏବଂ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର

(i) ଗୋଟିଏ କୋଣ ସମକୋଣ (ii) ଗୋଟିଏ କୋଣ ସ୍ଥୂଳକୋଣ

ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

- ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଦିଆଯାଇଥିଲେ କମ୍ପାସ ବ୍ୟବହାର କରି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସହଜ ହୋଇଥାଏ ।
- ତିନୋଟି ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଏକ ସେଟ୍ ଯେଉଁଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟଦୁଇଟିର ସମଷ୍ଟିଠାରୁ ସାନ, ତାହା ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା ଧର୍ମକୁ ସିଦ୍ଧ କରେ ।
- ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଦି ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତାକୁ ସିଦ୍ଧକରେ ଏବଂ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ସେଟ୍ ତ୍ରିଭୁଜର ଅସମାନତା ଧର୍ମକୁ ସିଦ୍ଧ କରେ ତେବେ ସେହି ଦୈର୍ଘ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ।
- ନିମ୍ନଲିଖିତ ମାପକୁ ନେଇ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।
  - ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ
  - ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ଏବଂ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଗତ ବାହୁ
- ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସର୍ବଦା 180° ।
- ତ୍ରିଭୁଜର ଯେକୌଣସି ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ହେଉଛି ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା ।
- ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ବିଷମ ବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅସମାନ ।
- କୋଣର ପରିମାଣ ଅନୁସାରେ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରକାରଭେଦ ଯଥା : ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ, ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ।

ଗୋଲକଧନ୍ଦା ସମୟ

ବାକ୍ସରେ ସର୍ବନିମ୍ନ ଦୂରତା

ବାକ୍ସର ଏକ କୋଣରେ ବୁଢ଼ିଆଣୀଟିଏ ଅଛି । ସେ ସବୁଠାରୁ ଦୂରରେ ଥିବା ବିପରୀତ କୋଣରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ ଚାହେଁ । (ଚିତ୍ରରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ) ସେ ଉଡ଼ିପାରେ ନାହିଁ, ତେଣୁ ସେ ବାକ୍ସ ସମତଳ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଚାଲି ଚାଲି ଯିବ । ସେ କେଉଁ ସର୍ବନିମ୍ନ ଦୂରତା ଦେଇ ଯିବ ?

ତୁମେ ଏକ କାର୍ଡ଼ବୋର୍ଡ଼ର ବାକ୍ସଟିଏ ନିଅ । ଗୋଟିଏ କୋଣରୁ ଏହାର ବିପରୀତ କୋଣକୁ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ କେଉଁଟି ସର୍ବନିମ୍ନ ଦୂରତା ହେବ ତାହାକୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ଏହାକୁ ତୁମର ସାଙ୍ଗ ମାନେ ସ୍ଥିରକରିଥିବା ସର୍ବନିମ୍ନ ଦୂରତା ସହ ତୁଳନା କର ।

ଅଷ୍ଟମ ଅଧ୍ୟାୟ

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର

8.1 ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

ଅମ୍ଳାନ 1 ଘଣ୍ଟାରେ 3 କିଲୋମିଟର ଚାଲିପାରେ ।

ତେବେ ସେ 5 ଘଣ୍ଟାରେ କେତେ ଦୂର ଚାଲିପାରିବ ?

ଏହା ଏକ ସରଳ ପ୍ରଶ୍ନ । ଆମେ ପୂର୍ବଶ୍ରେଣୀରୁ ଜାଣିଛୁ ଯେ, ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଆମକୁ 5 ଓ 3 ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ଜାଣିଛକି ? କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମିକ ଯୋଗକୁ ଆମେ ଗୁଣନ କହିଥାଉ ।

ତେଣୁ ଆମେ 5 ଓ 3 କୁ ଗୁଣନ କରିବା ।

1 ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ଦୂରତା = 3 କି.ମି.

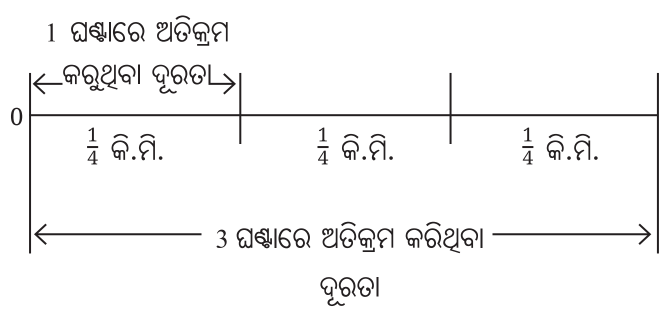
ତେବେ 5 ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରାଯାଇଥିବା ଦୂରତା = (5×3) କି.ମି.

= (3 + 3 + 3 + 3 + 3) କି.ମି. = 15 କି.ମି.

ଏଠାରେ 5ଟି 3 ର ଯୋଗଫଳ = 5 × 3

? ଅମ୍ଳାନର ପୋଷା ବିରାଡ଼ି ବହୁତ ଧୀରେ ଧୀରେ ଚାଲେ । ସେହି ବିରାଡ଼ି 1ଘଣ୍ଟାରେ ମାତ୍ର $\frac{1}{4}$ କି.ମି. ଚାଲିପାରେ । ସେହି ବେଗରେ ସେ 3 ଘଣ୍ଟାରେ କେତେ ଦୂର ଚାଲିପାରିବ ?

ଏଠାରେ 1 ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା । ତଥାପି ପୂର୍ବପରି ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମାଧ୍ୟମରେ ସମୁଦାୟ ଦୂରତାକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାରେ କୌଣସି ଅସୁବିଧା ନାହିଁ ।



1 ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରାଯାଇଥିବା ଦୂରତା = $\frac{1}{4}$ କି.ମି.

ତେଣୁ 3 ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରାଯାଇଥିବା ଦୂରତା = $3 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ କି.ମି.

(ଏଠାରେ 3 ଟି $\frac{1}{4}$ ର ଯୋଗଫଳ = $3 \times \frac{3}{4}$)

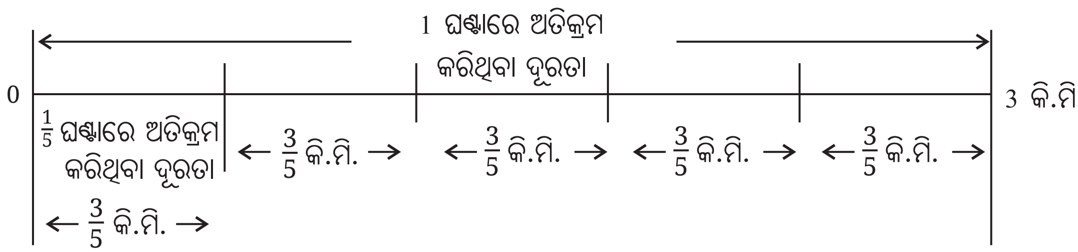
ବିରାଡ଼ିଟି 3 ଘଣ୍ଟାରେ $\frac{3}{4}$ କି.ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିପାରିବ ।

ଏବେ ଆସ ଦେଖିବା ଯେଉଁଠାରେ ଚାଲିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ହେଉଥିବା ସମୟ ହେଉଛି ଏକ ଘଣ୍ଟାର ଏକ ଅଂଶ ।

? ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ ଅମ୍ଲାନ 1 ଘଣ୍ଟାରେ 3 କି.ମି. ଚାଲିପାରେ ।

ସେ $\frac{1}{5}$ ଘଣ୍ଟାରେ କେତେ ଦୂର ଚାଲିପାରିବ ?

ଆମେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମାଧ୍ୟମରେ ଅତିକ୍ରମ କରାଯାଇଥିବା ମୋଟ ଦୂରତାକୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।



$\frac{1}{5}$ ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରାଯାଇଥିବା ଦୂରତା = $\frac{1}{5} \times 3$ କି.ମି.

ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସମାଧାନ କରିବା :

1 ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରାଯାଇଥିବା ଦୂରତା = 3 କି.ମି.

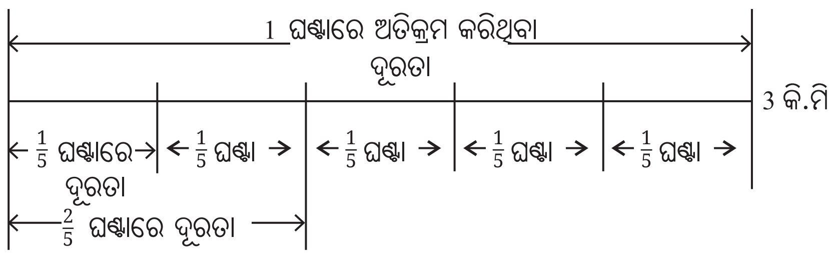
$\frac{1}{5}$ ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରାଯାଇଥିବା ଦୂରତା = 3 କି.ମି.କୁ ସମାନ 5 ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କଲେ ପାଇବା $\frac{3}{5}$ କି.ମି.

ଏହାକୁ କହିପାରିବା ଯେ $3 \times \frac{1}{5}$

? $\frac{2}{5}$ ଘଣ୍ଟାରେ ଅମ୍ଲାନ କେତେ ଦୂର ଚାଲିପାରିବ ?

ଆଉ ଥରେ ଆମେ ଦେଖିବା

$\frac{2}{5}$ ଘଣ୍ଟାରେ ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବ = $\frac{2}{5} \times 3$ କି.ମି.



(1) ଆମେ ପ୍ରଥମେ $\frac{1}{5}$ ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

(2) ଯେହେତୁ $\frac{2}{5}$ ହେଉଛି $\frac{1}{5}$ ର 2 ଗୁଣ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଏହି ଦୂରତାକୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ

$\frac{2}{5}$ ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ମୋଟ ଦୂରତା ପାଇପାରିବା

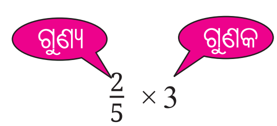
ଏଠାରେ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି

1 ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା = 3 କି.ମି.

(1) $\frac{1}{5}$ ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା = 3 କି.ମି.କୁ ସମାନ 5 ଭାଗ କଲେ ପାଇବା $\frac{3}{5}$ କି.ମି.

(2) ଏହି ଦୂରତାକୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ଆମେ ପାଇବା $2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$ କି.ମି.

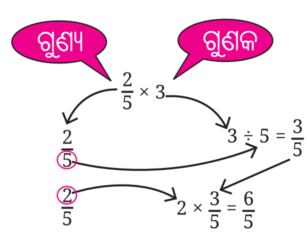
ଏଥିରୁ ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ $\frac{2}{5} \times 3 = \frac{6}{5}$



ଆସ ଆଲୋଚନା କରିବା :

ଆମେ ଏହି ଗୁଣନକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରେ କଲେ

ପ୍ରଥମେ ଆମେ ଗୁଣକ 3 କୁ $\frac{2}{5}$ ର ହର 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି $\frac{3}{5}$ ପାଇଲୁ ଓ ସେହି ଫଳାଫଳକୁ ଗୁଣ୍ୟର ଲବ ଦ୍ୱାରା ଅର୍ଥାତ୍ 2 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲୁ ଓ $\frac{6}{5}$ ପାଇଲୁ ।



ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଆମକୁ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କରିବାକୁ ପଡ଼େ, ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ସୋପାନଗୁଡ଼ିକ ଅନୁସରଣ କରୁ ।

ଉଦାହରଣ 1

ଜଣେ ମହିଳା ଚାଷୀଙ୍କର 5 ଜଣ ନାତି ନାତୁଣୀ ଥିଲେ । ସେ ତାଙ୍କର ପ୍ରତ୍ୟେକ ନାତି ନାତୁଣୀଙ୍କୁ $\frac{2}{3}$ ଏକର ଲେଖାଏଁ ଜମି ଭାଗକରି ଦେଲେ ସେ ସମସ୍ତ ନାତିନାତୁଣୀଙ୍କୁ କେତେ ଜମି ଦେଇଥିଲେ ?

$$5 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$

ଉଦାହରଣ 2

1 ଘଣ୍ଟାର ଇଣ୍ଟରନେଟ୍ ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚ 8 ଟଙ୍କା ହେଲେ

$1\frac{1}{4}$ ଘଣ୍ଟାର ଇଣ୍ଟରନେଟ୍ ମୂଲ୍ୟ କେତେ ହେବ ?

$\frac{5}{4}$ ଘଣ୍ଟା ପାଇଁ ଇଣ୍ଟରନେଟ୍ ଖର୍ଚ୍ଚ $= \frac{5}{4} \times 8$

$= 5 \times \frac{8}{4}$

$= 5 \times 2 = 10$ ଟଙ୍କା।

$1\frac{1}{4}$ ଘଣ୍ଟାର ଇଣ୍ଟରନେଟ୍ ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚ 10 ଟଙ୍କା ହେବ ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ରମେଶ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ $\frac{1}{2}$ ଗ୍ଲାସ୍ କ୍ଷୀର ପିଏ । ସେ ଏକ ସପ୍ତାହରେ କେତେ ଗ୍ଲାସ୍ କ୍ଷୀର ପିଇବ ? ସେ ଜାନୁଆରୀ ମାସରେ କେତେ କ୍ଷୀର ପିଇବ ?
2. ଏକ ଶ୍ରମିକ ଦଳ 8 ଦିନରେ 1 କିଲୋମିଟର କେନାଲ ତିଆରି କରନ୍ତି । ଏକ ଦିନରେ ସେହି ଶ୍ରମକ ଦଳଟି .... କିଲୋମିଟର କେନାଲ ତିଆରି କରିପାରିବେ ? ଯଦି ସେମାନେ ଗୋଟିଏ ସପ୍ତାହରେ 5 ଦିନ କାମ କରନ୍ତି, ତେବେ ସେହି ସପ୍ତାହରେ କେତେ କି.ମି. କେନାଲ ତିଆରି କରିପାରିବେ ?
3. ମଞ୍ଜୁ ଓ ତା'ର ଦୁଇଜଣ ପଡ଼ୋଶୀ ପ୍ରତି ସପ୍ତାହରେ 5 ଲିଟର ତେଲ କିଣି, ଏହାକୁ 3 ପରିବାର ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟି ନିଅନ୍ତି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିବାର ସପ୍ତାହରେ କେତେ ତେଲ ପାଆନ୍ତି ?
4. ସୋମବାର ରାତି 10 ଟାରେ ସୋଫିଆ ଚନ୍ଦ୍ର ଦେଖିଲେ । ତାଙ୍କ ମାଆ ଜଣେ ବୈଜ୍ଞାନିକ । ସେ ତାଙ୍କୁ କହିଲେ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦିନ ଚନ୍ଦ୍ର ପୂର୍ବଦିନ ଅପେକ୍ଷା $\frac{5}{6}$ ଘଣ୍ଟା ବିଳମ୍ବରେ ଦେଖାଦିଏ । ତେବେ ସେହି ସପ୍ତାହର ଗୁରୁବାର ରାତି

10ଟା ପରେ କେଉଁ ସମୟରେ ଚନ୍ଦ୍ର ଦେଖାଦେବ ?

5. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରଥମେ ଗୁଣନ କର । ତାପରେ ଗୁଣଫଳକୁ ମିଶ୍ର ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(a) $7 \times \frac{3}{5}$

(b) $4 \times \frac{1}{3}$

(c) $\frac{9}{7} \times 6$

(d) $\frac{13}{11} \times 6$

ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସହ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ଏବଂ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ଶିଖିଛନ୍ତି । ଗୁଣନରେ ଥିବା ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟା ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହେଲେ କ'ଣ ହେବ ?

? ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ

ଆମ ଜାଣିଛୁ ଯେ, ଅମ୍ଲାନର ପୋଷା ବିରାଡ଼ି 1 ଘଣ୍ଟାରେ ମାତ୍ର $\frac{1}{4}$ କିଲୋମିଟର ଚାଲିପାରେ । $\frac{1}{2}$ ବା ଅଧା ଘଣ୍ଟାରେ ସେ କେତେ ଦୂର ଚାଲିପାରିବ ?

ଏପରି ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ପୂର୍ବପରି ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଅନୁସରଣ କରି ପାଇବା

$\frac{1}{2}$ ଘଣ୍ଟାର ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$

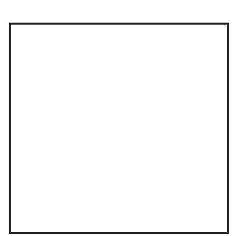
ସମୟ	ଦୂରତା
1 ଘଣ୍ଟା	$\frac{1}{4}$ କି.ମି.
$\frac{1}{2}$	?

ସମାଧାନ :

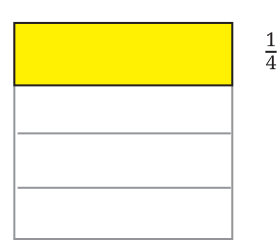
1 ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ଦୂରତା = $\frac{1}{4}$ କି.ମି.

ତେଣୁ $\frac{1}{4}$ କୁ ସମାନ 2 ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କଲେ ଯେଉଁ ଦୂରତା ପାଇବା ତାହା ହେଉଛି $\frac{1}{2}$ ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ଦୂରତା ।

ଏହାକୁ ଜାଣିବା ପାଇଁ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ / ପୂରା ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରକୁ ଏକ ଅଂଶ ଧରି ନେଇ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଏହାର ଅଂଶଭାବେ ରେଖାଙ୍କିତ କରି ଉପସ୍ଥାପନ କରିବା ।



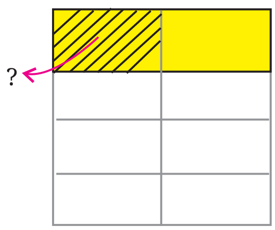
ପୂରା ବର୍ଗ କ୍ଷେତ୍ର = 1 ପୂର୍ଣ୍ଣଅଂଶ



ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶଟି ପୂରା ବର୍ଗଚିତ୍ରର $\frac{1}{4}$ ଅଂଶ

ଏବେ ଆମେ ଏହି $\frac{1}{4}$ କୁ ସମାନ 2 ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କଲେ କ'ଣ ପାଇବୁ ?

ରେଖାଙ୍କିତ ଅଂଶଟି ପୂରା ଚିତ୍ରର କେତେ ଅଂଶ :



$\frac{1}{4}$ କୁ ସମାନ 2 ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କଲେ

ଯେହେତୁ ପୂରା ଚିତ୍ରକୁ 8 ସମାନ ଭାବରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି, ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଅଂଶ ମାତ୍ର ଚିତ୍ରିତ ହୋଇଛି । ଏଣୁ ଆମେ କହିପାରିବା ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶଟି ପୂରା ଚିତ୍ରର $\frac{1}{8}$ ଅଂଶ ।

ତେଣୁ ବିରାଡ଼ିଟି $\frac{1}{2}$ ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା = $\frac{1}{8}$ କି.ମି. ।

ଏବେ ଆମେ କହିପାରିବା $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

? ଯଦି ବିରାଡ଼ିଟି ଦ୍ରୁତଗତିରେ ଚାଲେ ଓ 1 ଘଣ୍ଟାରେ $\frac{2}{5}$ କିଲୋମିଟର ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରେ । ତେବେ $\frac{3}{4}$ ଘଣ୍ଟାରେ ସେ କେତେ କିଲୋମିଟର ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିପାରିବ ?

ପୂର୍ବ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ

ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରିବ = $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$

ଗୁଣଫଳ କିପରି ପାଇବା, ଆସ ଦେଖିବା

(i) ପ୍ରଥମେ $\frac{1}{4}$ ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

(ii) ଉତ୍ତର/ଫଳାଫଳ ସହିତ 3 ଗୁଣନ କଲେ $\frac{3}{4}$ ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପାରିବା ।

ଏହାକୁ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଇବା

(i) $\frac{1}{4}$ ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା :

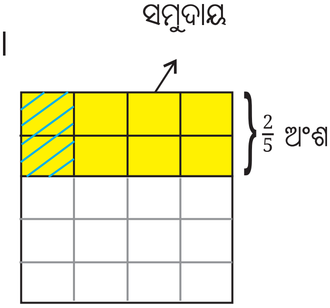
ବର୍ଗଚିତ୍ରର $\frac{2}{5}$ ଅଂଶକୁ 4 ସମାନ ଭାଗକରି ଆମେ ଉତ୍ତର କିଲୋମିଟରରେ ପାଇବା ।

ଦିଆଯାଇଥିବା ଚିତ୍ର 8.1ରେ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ହଳଦିଆ

ଚିହ୍ନିତ ଅଂଶଟି $\frac{2}{5}$ ଅଂଶ

ଏହି $\frac{2}{5}$ ଅଂଶକୁ ସମାନ 4 ଭାଗ କରାଯାଇଛି ।

ଏହା ପୂରା ବର୍ଗଚିତ୍ରର କେତେ ଅଂଶ /



ଚିତ୍ର 8.1

ଏଠାରେ ବର୍ଗଚିତ୍ରକୁ 5ଟି ଧାଡ଼ି ଓ 4ଟି ସ୍ତମ୍ଭରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି ।

ଏଣୁ ବର୍ଗଚିତ୍ରଟି $5 \times 4 = 20$ ଟି ସମାନ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ ହୋଇଛି ।

ଚିତ୍ରରେ ରେଖାଙ୍କିତ ଅଂଶ ବର୍ଗଚିତ୍ରର $\frac{2}{5}$ ଅଂଶର 4 ସମାନ ଭାଗରୁ 2 ଭାଗ ।

ଏଣୁ $\frac{1}{4}$ ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରାଯାଇଥିବା ଦୂରତା $\frac{2}{20}$

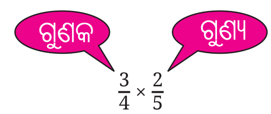
ଏବେ ଆମେ $\frac{2}{20}$ କୁ 3 ସହିତ ଗୁଣନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

$\therefore$ $\frac{3}{4}$ ଘଣ୍ଟାରେ ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିବା ଦୂରତା = $3 \times \frac{2}{20} = \frac{6}{20}$

ତେଣୁ $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ କି.ମି.

(ଏଠାରେ $\frac{3}{4}$ଟି $\frac{2}{5}$ ର ଯୋଗଫଳ = $\frac{3}{10}$ବୋଲି କହିପାରିବା କି ? ନାଁ, କାରଣ $\frac{3}{4}$ ଟିର କୌଣସି ଅର୍ଥ ନାହିଁ । 2ଟି, 3 ଟି କହିପାରିବା । ଗଣିବା ପାଇଁ କେବଳ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ କିନ୍ତୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।)

ଆଲୋଚନା କରିବା :



ଏକ ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରିବା ସମୟରେ ଆମେ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରିବା ପଦ୍ଧତି ଅନୁସରଣ କରିଥାଉ ।

ଆମେ $\frac{3}{4}$ କୁ $\frac{2}{5}$ ଦ୍ୱାରା ଏହିପରି ଗୁଣନ କଲୁ

$\frac{3}{4}$ $\quad \frac{2}{5} \div 4 = \frac{2}{20}$ ଗୁଣ୍ୟକୁ 4 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲୁ

$\frac{3}{4}$ $\quad 3 \times \frac{2}{20} = \frac{6}{20}$ ଏହି ଭାଗଫଳକୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲୁ

? ଏହି ପଦ୍ଧତି ଅନୁଯାୟୀ ଗୁଣନ କର

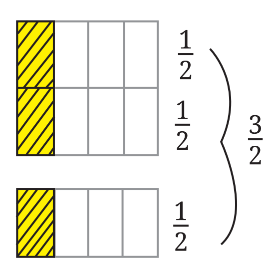
ଗାଣିତିକ କଥାବାର୍ତ୍ତା

$\frac{5}{4} \times \frac{3}{2}$

ପ୍ରଥମେ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ $\frac{3}{2}$ କୁ ଦର୍ଶାଇବା

ଯେହେତୁ $\frac{3}{2}$ ହେଉଛି $1+\frac{1}{2}$ ବା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ଚିତ୍ର ଓ ଏକ ଅଧା ବର୍ଗଚିତ୍ର ରୂପେ ଦେଖାଇ ପାରିବା ।

ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସୋପାନକୁ ଅନୁସରଣ କରି ଆମେ ପ୍ରଥମେ $\frac{3}{2}$ କୁ 4 ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା । ତାହା ଚିତ୍ର ୮.2 ରେ ଦେଖାଯାଉଥିବା ପରି କରାଯିବ । ଯେପରିକି ହଳଦିଆ ଚିତ୍ରିତ ଅଂଶ $\frac{3}{2}$ କୁ 4 ସମାନ ଭାଗକରି ଦର୍ଶାଉଛି ।



ଚିତ୍ର 8.2

ଏହି ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗଦ୍ୱାରା ରଙ୍ଗୀନ ଅଂଶ $\frac{3}{2}$ ଚିତ୍ରର କେତେ ଅଂଶ ?

ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ ପୂରା ଚିତ୍ରଟିକୁ 2 ଟି ଧାଡ଼ି ଓ 4 ଟି ସ୍ତମ୍ଭରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ଫଳରେ ବର୍ଗଚିତ୍ରଟି ୮ ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ ହୋଇଛି ।

ମୋଟ ରଙ୍ଗୀନ ହୋଇଥିବା ଅଂଶ ସଂଖ୍ୟା = 3

ତେଣୁ ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗୀନ ହୋଇଥିବା ଅଂଶ = $\frac{3}{8}$

ବର୍ତ୍ତମାନ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସୋପାନ ହେଉଛି ଏହି ଫଳାଫଳକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରିବା । ଏହା $\frac{5}{4}$ ଓ $\frac{3}{2}$ ର ଗୁଣଫଳକୁ ସୂଚାଇବ ।

$$\frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = 5 \times \frac{3}{8} = \frac{15}{8}$$

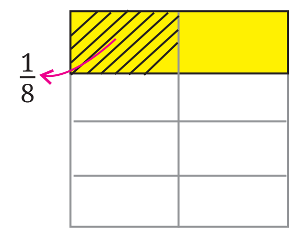
ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏବଂ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ମଧ୍ୟରେ ସଂଯୋଗ ସ୍ଥାପନ ।

୪.3 ଚିତ୍ରରେ ରେଖାଙ୍କିତ ଆୟତାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ କେତେ ?

ଯେହେତୁ ଆମେ ଏକକ ବର୍ଗ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାର୍ଶ୍ୱ 1 ଏକକ) ନେଇ ଆରମ୍ଭ କରିଥିଲୁ । ଏଣୁକରି ରେଖାଙ୍କିତ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = $\frac{1}{2}$ ଏକକ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ = $\frac{1}{4}$ ଏକକ ହେବ । ଏହି ରେଖାଙ୍କିତ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଯେ ଏହି ବର୍ଗଚିତ୍ରରେ ଏହିପରି ୪ ଟି ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ସୃଷ୍ଟି ହେଉଛି ।

ଏଣୁ ରେଖାଙ୍କିତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{8}$ ବର୍ଗ ଏକକ ହେବ ।



ଚିତ୍ର ୪.3

ତୁମେ ରେଖାଙ୍କିତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏବଂ ତା'ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଗୁଣଫଳ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସଂପର୍କ ଦେଖୁଛ କି ?

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥର ଗୁଣଫଳ ସହିତ ସମାନ ।

ସାଧାରଣତଃ ଯଦି ଆମେ ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଚାହୁଁ ତେବେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ନେଇ ଗଠିତ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ମାଧ୍ୟମରେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ପାରିବା ।

ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଗୁଣନ କ୍ରିୟାର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଏକ ବର୍ଗ ଏକକ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗଚିତ୍ର ନେଇ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଚିତ୍ରିତ ଉପସ୍ଥାପନା କର ।

(a) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$

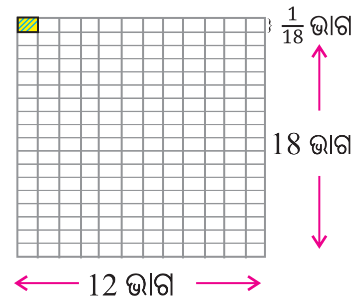
(b) $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$

(d) $\frac{1}{6} \times \frac{1}{5}$

ବର୍ତ୍ତମାନ $\frac{1}{12} \times \frac{1}{18}$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଏଠାରେ ଏକ ବର୍ଗ ଏକକ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗଚିତ୍ରରେ ଏହି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟକୁ ଦର୍ଶାଇବା କଷ୍ଟକର । ତେଣୁ ଉପରୋକ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମ କ'ଣ କଲୁ ତାହା ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ଏହାର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



ଏଠାରେ ଏକ ପୂରା କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଧାଡ଼ି ଓ ସ୍ତମ୍ଭରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି ।

ଧାଡ଼ି ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା (ଗୁଣ୍ୟ)ର ହର ଯାହା, ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ 18 ଓ ସ୍ତମ୍ଭ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା (ଗୁଣକ)ର ହର ଯାହା, ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ 12 ।

ତେଣୁ ପୂରା ଚିତ୍ରକୁ 18×12 ସମାନ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି ।

ତେଣୁ $\frac{1}{18} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{18 \times 12} = \frac{1}{216}$

ତେଣୁ ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ।

ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ହେଉଛି = $\frac{1}{\text{ହରମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ}}$

(ମନେରଖ : ଯେଉଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ 1(ଏକ) ତାହାକୁ ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା କହନ୍ତି)

ତାହାକୁ ଆମେ ଦର୍ଶାଇ ପାରିବା $\frac{1}{b} \times \frac{1}{d} = \frac{1}{b \times d}$

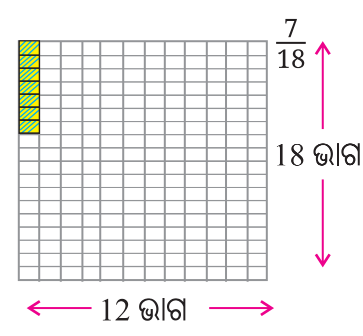
2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ଚିତ୍ରରେ ଉପସ୍ଥାପନା କରିବା ପାଇଁ ଏବଂ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପନ୍ନ ପାଇଁ ଏକକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ବ୍ୟବହାର କର ।

(a) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ (b) $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$

(c) $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$ (d) $\frac{4}{6} \times \frac{3}{5}$

ଲବ ଓ ହରର ଗୁଣନ :

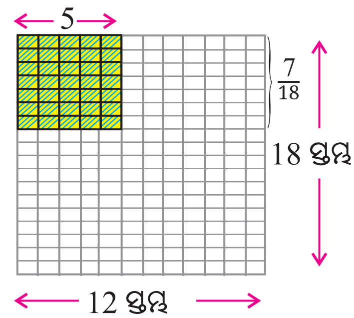
ବର୍ତ୍ତମାନ $\frac{5}{12} \times \frac{7}{18}$ ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।



ପୂର୍ବରୁ ସମାଧାନ କଲାପରି ଆମେ ପର୍ଯ୍ୟାୟ କ୍ରମେ ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପନ୍ନ କରି ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ପ୍ରଥମେ ଏକ କ୍ଷେତ୍ର (ସମଗ୍ର ଅଂଶ)କୁ 18 ଧାଡ଼ି ଓ 12 ଟି ସ୍ତମ୍ଭରେ ବିଭକ୍ତ କରି 12×18 ସମାନ ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା । ପ୍ରଥମେ ଏହି ଚିତ୍ରରୁ 12×18 ର $\frac{7}{18}$ ଅଂଶ କେତୋଟି କୋଠରି ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଏହା $\frac{7}{12 \times 18}$ ଅଂଶ । ତାପରେ ଆମେ ଏହି ଫଳାଫଳକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ଯେଉଁ ଗୁଣଫଳ ପାଇବା, ତାହା $\frac{5 \times 7}{12 \times 18}$ ହେବ ।

ତେଣୁ $\frac{5}{12} \times \frac{7}{8} = \frac{5 \times 7}{12 \times 18} = \frac{35}{216}$



ଏଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ ଯେ,

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

ଏହି ସୂତ୍ରଟି ପ୍ରଥମେ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ଦ୍ୱାରା 628 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ତାଙ୍କଦ୍ୱାରା ଲିଖିତ ବ୍ରହ୍ମସ୍ଫୁଟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଏହିଭଳି ଏକ ସାଧାରଣ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିରେ କୁହାଯାଇଥିଲା ।

ଗୁଣକ କିମ୍ବା ଗୁଣ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥିଲେ ମଧ୍ୟ ଉପରୋକ୍ତ ସୂତ୍ରଟି ପ୍ରୟୋଗ କରିବା । ଆମେ ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ହର 1 (ଏକ) ନେଇ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଭାବେ ପୁନଃଲିଖନ କରିପାରିବା ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $3 \times \frac{3}{4}$ କୁ $\frac{3}{1} \times \frac{3}{4}$ ଭାବେ ଲେଖିପାରିବା ।

ତେଣୁ $= \frac{3\times3}{1\times4} = \frac{9}{4}$

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ : ଲଘିଷ୍ଠ (ସର୍ବନିମ୍ନ) ଆକାରକୁ ସରଳୀକରଣ ।

? ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଗୁଣନ କର ଏବଂ ଗୁଣଫଳକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

$$\frac{12}{7} \times \frac{5}{24}$$

ପ୍ରଥମେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ (12 ଏବଂ 5) ଓ ହର (7 ଏବଂ 24)କୁ ଗୁଣନ କରିବା ପରିବର୍ତ୍ତେ ଆମେ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଉପାୟରେ ସରଳ କରି ଲଘିଷ୍ଠ କରିପାରିବା

$$\frac{12}{7} \times \frac{5}{24} = \frac{12 \times 5}{7 \times 24}$$

ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଯେ ଉଭୟ ଗୋଲ୍ ବୁଲାଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ 12 ଅଛି ।

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, ଯେତେବେଳେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ହରକୁ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଯାଏ ସେତେବେଳେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ମୂଲ୍ୟ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହିଥାଏ ।

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଗୋଲ ବୁଲାଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ 12 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିପାରିବା ।

$$\frac{\overset{1}{\cancel{12}} \times 5}{7 \times \underset{2}{\cancel{24}}} = \frac{1 \times 5}{7 \times 2} = \frac{5}{14}$$

ଆସ ଆଉ ଏକ ଗୁଣନରେ ସମାନ ପଦ୍ଧତି ଅବଲମ୍ବନ କରିବା ।

$$\frac{14}{15} \times \frac{25}{42}$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{14}} \times \overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{3}{\cancel{15}} \times \underset{3}{\cancel{42}}} = \frac{1 \times 5}{3 \times 3} = \frac{5}{9}$$

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କରିବା ସମୟରେ ଆମେ ପ୍ରଥମେ ଲବ ଓ ହରରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କର ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି ଏବଂ ତାପରେ ଲବ୍ଧ ଲବ ଓ ହରକୁ ପୂର୍ବ ପଦ୍ଧତିରେ ଗୁଣନ କରିବା । ଏହାକୁ ସାଧାରଣ ଉତ୍ପାଦକଗୁଡ଼ିକୁ ବାତିଲ୍ କରିବା ପଦ୍ଧତି କୁହାଯାଏ । (ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ହରକୁ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା କାଟି ଦିଆଯାଏ)

ଇତିହାସରୁ ଟିକେ

ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପଦ୍ଧତିକୁ ଅପବର୍ତ୍ତନ କୁହନ୍ତି । ଏହି ଅପବର୍ତ୍ତନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଏତେ ଜଣାଶୁଣା ଯେ ଏହା କେତେକ ଅଣ ଗାଣିତିକ କୃତିରେ ଉଲ୍ଲେଖ ଅଛି । ଜଣେ ଜୈନ ବିଦ୍ୱାନ ଉମାସ୍ୱତୀ ତାଙ୍କର ଏକ ଦାର୍ଶନିକ କୃତିରେ ମଧ୍ୟ ଏକ ଉପମା ଭାବରେ ଅପବର୍ତ୍ତନ ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ଏକ ପାଣି ଟାଙ୍କିକୁ ଏକ ନଳ (Tap) ଦ୍ୱାରା ପୂର୍ଣ୍ଣ କରାଯାଏ । ଯଦି ନଳଟି 1 ଘଣ୍ଟା ପାଇଁ ଖୋଲା ରହେ, ତେବେ ଟାଙ୍କିର $\frac{7}{10}$ ଅଂଶ ପୂରଣ ହୁଏ । ଯଦି ନଳଟି ତଳଲିଖିତ ସମୟ ପାଇଁ ଖୋଲା ରହେ ତେବେ ଟାଙ୍କିର କେତେ ଅଂଶ ପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ ?

   (a) $\frac{1}{3}$ ଘଣ୍ଟାରେ

   (b) $\frac{2}{3}$ ଘଣ୍ଟାରେ

   (c) $\frac{3}{4}$ ଘଣ୍ଟାରେ

   (d) $\frac{7}{10}$ ଘଣ୍ଟାରେ

   ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର

   (e) ଟାଙ୍କିଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବା ପାଇଁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ?

2. ସରକାର ରାସ୍ତା ନିର୍ମାଣ ପାଇଁ ରେବତୀଙ୍କ ଜମିର $\frac{1}{6}$ ଅଂଶ ନେଇଛନ୍ତି । ବର୍ତ୍ତମାନ ରେବତୀ ପାଖରେ ମୋଟ ଜମିର କେତେ ଅଂଶ ଅଛି ? ସେ ତାଙ୍କ ପାଖରେ ଥିବା ବଳକା ଜମିର ଅଧା ଝିଅ କ୍ରିଷ୍ଣାକୁ ଏବଂ $\frac{1}{3}$ ଅଂଶ ତାଙ୍କ ପୁଅ ଅନିଲକୁ ଦେଇ ଅବଶିଷ୍ଟ ଜମି ନିଜପାଇଁ ରଖିଲେ ।

(a) କ୍ରିଷ୍ଣା ସମୁଦାୟ ଜମିର କେତେ ଅଂଶ ପାଇଥିଲା ?

(b) ଅନିଲ ସମୁଦାୟ ଜମିର କେତେ ଅଂଶ ପାଇଥିଲା ?

(c) ରେବତୀ ସମୁଦାୟ ଜମିର କେତେ ଅଂଶ ନିଜ ପାଇଁ ରଖିଥିଲେ ?

3. ଏକ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୁଇ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁ (ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ) ଯଥାକ୍ରମେ $3\frac{3}{4}$ ଫୁଟ ଓ $9\frac{3}{5}$ ଫୁଟ ହେଲେ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

4. ରହିମ୍ ତାଙ୍କ ବଗିଚାରେ ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ 4 ଟି ଚାରା ଲଗାଇଛନ୍ତି । ଦୁଇଟି ଚାରା ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା $\frac{3}{4}$ ମିଟର ହେଲେ ପ୍ରଥମ ଓ ଶେଷ ଚାରା ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା କେତେ ? (ସୂଚନା : ଦୁଇଟି ଚାରା ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା $\frac{3}{4}$ ମିଟର ସହିତ ଚାରୋଟି ଚାରାର ରଫ୍ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର)

5. କେଉଁଟି ଅଧିକ ଭାରୀ : 500 ଗ୍ରାମ୍‌ର $\frac{12}{15}$ କିମ୍ବା 4 କିଲୋଗ୍ରାମ୍‌ର $\frac{3}{20}$

6. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାକ୍ଟର 1 ଘଣ୍ଟାରେ ଏକ ଜମିକୁ ହଳ କରିପାରେ ଏବଂ ଏଥିପାଇଁ 2 ଲିଟର ଡିଜେଲ ଦରକାର ହୁଏ । ତେବେ 1 ଲିଟର ଡିଜେଲରେ ଜମିର କେତେ ଅଂଶ ହଳ ହୋଇପାରିବ ?

ଗୁଣଫଳ ସର୍ବଦା ଗୁଣନ କରାଯାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ କି ?

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, ଯେତେବେଳେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ 1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଯାଏ, ଗୁଣଫଳ ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ ଅର୍ଥାତ୍ ଗୁଣଫଳ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ ।

ଆମେ ଗୁଣନ ପାଇଁସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ା ନେବା ଯେଉଁଠାରେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟା 1 (ଏକ) ହୋଇ ନଥିବ ।

$$3 \times 5 = 15$$

ଏଠାରେ ଗୁଣଫଳ ଉଭୟ 3 ଏବଂ 5 ଠାରୁ ବଡ଼ ।

କିନ୍ତୁ ଯେତେବେଳ ଆମେ $\frac{1}{4}$ ଓ 8 କୁ ଗୁଣ କରିବା ଗୁଣଫଳ ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବଡ଼ ହେବ କି ?

ତୁମେ ଜାଣ $= \frac{1}{4} \times 8 = 2$

ଉପରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଗୁଣନରେ ଗୁଣଫଳ 2, ଏହି ଗୁଣଫଳ $\frac{1}{4}$ ଠାରୁ ବଡ଼ କିନ୍ତୁ 8 ଠାରୁ ସାନ ।

$\frac{3}{4}$ ଓ $\frac{2}{5}$କୁ ଗୁଣନ କଲେ କ'ଣ ହେବ, ଆସ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ।

$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20}$

ଆସ ଗୁଣଫଳ $\frac{6}{20}$ କୁ $\frac{3}{4}$ ଏବଂ $\frac{2}{5}$ ସହିତ ତୁଳନା କରିବା ।

ଆମେ $\frac{3}{4}$ କୁ $\frac{15}{20}$ ଓ $\frac{2}{5}$ କୁ $\frac{8}{20}$ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

ଏଥିରୁ ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଗୁଣଫଳ $\frac{6}{20}$ ଉଭୟ $\frac{15}{20}$ ଓ $\frac{8}{20}$ ଠାରୁ ସାନ ହେବ, ତୁମେ କେବେ ଭାବିଛ କି କେତେବେଳେ ଗୁଣଫଳ ଗୁଣ୍ୟ ଓ ଗୁଣକ ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବଡ଼ ହେବ ? କେତେବେଳେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବଡ଼ ଓ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ହେବ ଓ କେତେବେଳେ ଗୁଣଫଳ ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ସାନ ହେବ ।

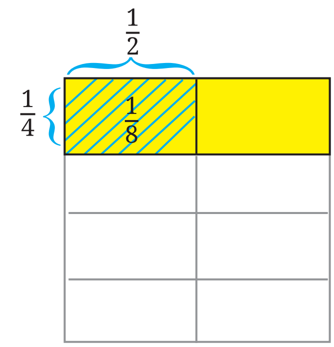
ସୂଚନା : ଗୁଣନରେ ଗୁଣ୍ୟ ଓ ଗୁଣକ ଉଭୟର ମୂଲ୍ୟ 0 ଓ 1ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ବା ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ମୂଲ୍ୟ 1(ଏକ) ଠାରୁ ଅଧିକ । ତା' ଉପରେ ଗୁଣଫଳ ଓ ଗୁଣନ କରାଯାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ସଂପର୍କ ନିର୍ଭରଶୀଳ । ଏଥିପାଇଁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ା ନିଅ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣନଫଳକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ାସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ପାଇଁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପରିସ୍ଥିତିଗୁଡ଼ିକର ତର୍ଜମା କର ।

ପରିସ୍ଥିତି	ଗୁଣନ	ସମ୍ପର୍କ
ପରିସ୍ଥିତି-1	ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟା 1 ଠାରୁ ଅଧିକ ଉଦାହରଣ- $\frac{4}{3} \times 4$	ଗୁଣଫଳ $\frac{16}{3}$ ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବଡ଼
ପରିସ୍ଥିତି -2	ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାର ମୂଲ୍ୟ 0 ଓ 1 ମଧ୍ୟରେ ଉଦାହରଣ $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$	ଗୁଣଫଳ $\frac{3}{10}$ ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର
ପରିସ୍ଥିତି -3	ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 0 ଓ 1 ମଧ୍ୟରେ ଓ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଟି 1 ଠାରୁ ବଡ଼ ଉଦାହରଣ : $\frac{3}{4} \times 5$	ଗୁଣଫଳ $\frac{15}{4}$ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ଓ 0 ଓ 1 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବୃହତ୍ତର

ଏହିପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିସ୍ଥିତି ପାଇଁ ଅଧିକ ଉଦାହରଣ ନିଅ ଏବଂ ଗୁଣଫଳ ଓ ଗୁଣନ ପାଇଁ ନେଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।

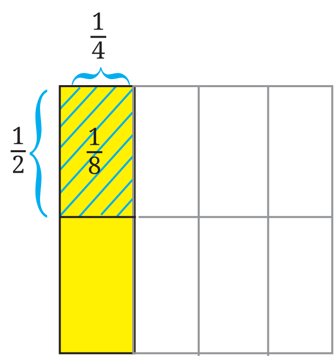
? ଗୁଣନ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଗୁଣଫଳ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ବିଷୟରେ ତୁମେ ଯେଉଁ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲ ସାଙ୍ଗମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଆଲୋଚନା କର ।

- ଯେତେବେଳେ ଗୁଣନ କରାଯାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 0 ଏବଂ 1 ମଧ୍ୟରେ ଥାଏ, ଗୁଣଫଳ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା .... (ଅଧିକ/କମ୍) ହୋଇଥାଏ ।
- ଯେତେବେଳେ ଗୁଣନ କରାଯାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 1 (ଏକ) ଠାରୁ ଅଧକ ହୋଇଥାଏ, ଗୁଣଫଳ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା .... (ଅଧିକ / କମ୍) ହୋଇଥାଏ ।



ଗୁଣନର କ୍ରମ

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$



ବର୍ତ୍ତମାନ $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$ = କେତେ ?

ଏହା ମଧ୍ୟ $\frac{1}{8}$ ଅଟେ

ସାଧାରଣତଃ ମନେ ରଖିବା ଉଚିତ ଯେ, ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଅଦଳ ବଦଳ ହେଲେ ମଧ୍ୟ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ରହିଥାଏ ।

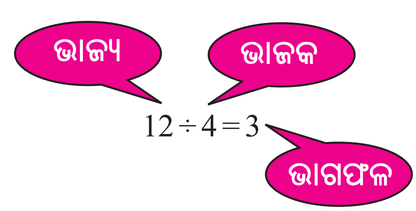
ଗୁଣନରେ କ୍ରମ ବଦଳିଲେ ମଧ୍ୟ ଗୁଣଫଳ ସମାନ ରହେ ।

ଏଣୁ $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$

ଏହି ନିୟମ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସୂତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ଦେଖାଯାଏ ।

8.2 ଭଗ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ହରଣ

$12 \div 4 =$ କେତେ ? ତୁମେ ଏହାକୁ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛ, କିନ୍ତୁ ଏହି ସମସ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କ୍ରିୟା ଭାବରେ ପୁନଃ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରାଯାଇପାରିବ କି ? 12 ପାଇବା ପାଇଁ ତୁମେ 4 ସହ କେତେ ଗୁଣନ କରିବ ?



ଅର୍ଥାତ୍ $4 \times ? = 12$

ଆମେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ହରଣ କରିବା ପାଇଁ ହରଣକୁ ଗୁଣନ ସମସ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରିବାର ଏହି କୌଶଳ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା ।

$1 \div \frac{2}{3} =$ କେତେ ?

ଆସ, ଏହାକୁ ଗୁଣନ ସମସ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରି ଲେଖିବା

$\frac{2}{3} \times ? = 1$

ବା $\frac{2}{3}$ ସହ କେତେ ଗୁଣନ କଲେ ଗୁଣଫଳ 1 ପାଇବା ।

ଯଦି କୌଣସି ପ୍ରକାରେ 2 ଓ 3କୁ ବାତିଲ କରିହେବ, ବା କଟା ଯାଇପାରିବ, ତେବେ ଆମ ପାଖରେ 1(ଏକ) ରହିବ ।

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \underbrace{\boxed{\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}}}_{\text{ଉତ୍ତର}} = 1$$

ତେଣୁ $1 \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2}$

ଆସ ଆଉ ଏକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

$3 \div \frac{2}{3}$ କେତେ ?

ଏହା $\frac{2}{3} \times ? = 3$ ଉକ୍ତି ସହ ସମାନ ଅଟେ ।

ତୁମେ ଏହାର ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ କି ?

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, 1 ପାଇବା ପାଇଁ $\frac{2}{3}$ କୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ଗୁଣନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ । 3 ପାଇବା ପାଇଁ ଆମକୁ କେବଳ ସେଥିରେ 3 ଗୁଣନ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \underbrace{\boxed{\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} \times 3}}_{\text{ଉତ୍ତର}} = 3$$

ତେଣୁ $3 \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{2}$

$\frac{1}{5} \div \frac{1}{2} =$ କେତେ ?

ଆମେ ଏହାକୁ ଗୁଣନ ସମସ୍ୟା ଭାବରେ ପୁନଃ ଲେଖିପାରିବା ।

$\frac{1}{2} \times ? = \frac{1}{5}$

ଆମେ ଏହାକୁ କିପରି ସମାଧାନ କରୁ ?

$$\frac{1}{\cancel{2}} \times \boxed{\cancel{2} \times \frac{1}{5}} = \frac{1}{5}$$

ଉତ୍ତର

ତେଣୁ $\frac{1}{5} \div \frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

$\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$ = କେତେ ?

ଗୁଣନ କ୍ରିୟାରେ ଏହାକୁ ଲେଖିଲେ

$\frac{3}{5} \times ? = \frac{2}{3}$

ଏହାକୁ କିପରି ସମାଧାନ କରିବା :

$$\frac{\cancel{3}}{\cancel{5}} \times \boxed{\frac{\cancel{5}}{\cancel{3}} \times \frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$$

ଉତ୍ତର

ତେଣୁ $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{5}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{9}$

ଆଲୋଚନା କରିବା

ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ହରଣ ସମସ୍ୟା / କ୍ରିୟାରେ ଆମେ କିପରି ଉତ୍ତର ପାଇଲେ ତାହା ଦେଖିବା–

ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଭାଗକ୍ରିୟା ପାଇଁ ଏକ ସାଧାରଣ ନିୟମ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିପାରିବା କି ?

ଆସ ପୂର୍ବ ସମସ୍ୟାକୁ ବିଚାର କରିବା ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ଏକ ଭାଜ୍ୟ, ଭାଜକ ଓ ଭାଗଫଳ ଅଛି ।

ଭାଗକ୍ରିୟାର ଭାଗଫଳ ପାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଯେଉଁ ପ୍ରକ୍ରିୟା ବ୍ୟବହାର କରିଆସୁଛନ୍ତି ତାହା ହେଉଛି–

$\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$

ଭାଜ୍ୟ ଭାଜକ

$= \frac{5}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{9}$

ଭାଗଫଳ

1. ପ୍ରଥମେ ଖୋଜି ଦେଖିବା, ଭାଜକ ଦ୍ୱାରା କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଣନ କଲେ 1 ମିଳୁଛି, ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ ଭାଜକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଲବକୁ ହର ଓ ହରକୁ ଲବ ରୂପେ ଲେଖିଲେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଟି ମିଳୁଛି । ଏଠାରେ ସଂଖ୍ୟାର ଭାଜକ $\frac{3}{5}$ ପାଇଁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଟି $\frac{5}{3}$ ।ଆମେ $\frac{5}{3}$ କୁ $\frac{3}{5}$ ର **ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ / ପ୍ରତିଲୋମୀ** ବୋଲି କହିଥାଉ ।
   ଅର୍ଥାତ୍ ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ତାହାର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ବା ପ୍ରତିଲୋମୀ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରୁ ଭାଗଫଳ 1 ମିଳିବ ।
   ତେଣୁ ପ୍ରଥମେ ଆମେ ଭାଜକର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମକୁ ଜାଣିବା ।

2. ତାପରେ ଆମେ ଭାଜ୍ୟକୁ ଭାଜକର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ସହିତ ଗୁଣନ କରି ଭାଗଫଳ ପାଇବା ।

ସଂକ୍ଷେପରେ ଦୁଇଟି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଭାଗ କରିବା ପାଇଁ

- ଭାଜକର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ଜାଣିବା
- ଭାଗଫଳ ପାଇବା ପାଇଁ ଭାଜ୍ୟକୁ ଭାଜକର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ସହିତ ଗୁଣନ କରିବା ।

ତେଣୁ $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$

ଯେପରି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ, ବିୟୋଗ ଓ ଗୁଣନ ପାଇଁ ପଦ୍ଧତି ଏବଂ ସୂତ୍ର ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଶିଖିଥିଲେ, ସେହିପରି ଏହି ପଦ୍ଧତି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଭାଗକ୍ରିୟା ପାଇଁ ଏକ ସାଧାରଣ ସୂତ୍ର ଅଟେ ।

ପ୍ରଥମେ ଏହା ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଲିଖିତ ବ୍ରହ୍ମସ୍ଫୁଟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ (628 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ) ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଥିଲା ।

ତେଣୁ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, (ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ସମାଧାନ କର)

$\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$ କୁ ସମୀକ୍ଷା କଲେ

ଆମେ ଲେଖିପାରିବା

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 3} = \frac{10}{9}$$

ଭାଜ୍ୟ, ଭାଜକ ଓ ଭାଗଫଳ :

ଆମେ ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଭାଗକରୁ, ମନେକର $6 \div 3$

ଆମେ ଭାଗଫଳ 2 ପାଉ ।

ଏଠାରେ ଭାଗଫଳ ଭାଜ୍ୟଠାରୁ କମ୍ ।

$$6 \div 3 = 2, \ 2 < 6$$

କିନ୍ତୁ ଯେତେବେଳେ ଆମେ 6 କୁ $\frac{1}{4}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରୁ $6 \div \frac{1}{4} = 24$

ଏଠାରେ ଭାଗଫଳ, ଭାଜ୍ୟଠାରୁ ବଡ଼ $24 > 6$

ଯେତେବେଳେ ଆମେ $\frac{1}{8}$ କୁ $\frac{1}{4}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ପାଇବା,

$$\frac{1}{8} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ଭାଗଫଳ, ଭାଜ୍ୟଠାରୁ ବଡ଼

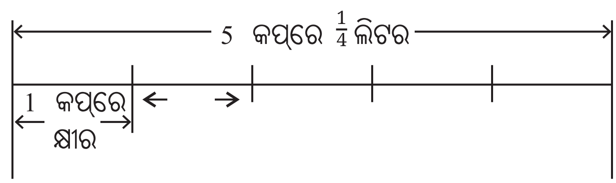
ତୁମେ କେବେ ଭାବିଛ କି, କେତେବେଳେ ଭାଗଫଳ, ଭାଜ୍ୟଠାରୁ କମ୍ ଏବଂ କେତେବେଳେ ଏହା ଭାଜ୍ୟଠାରୁ ବଡ଼ ହେବ ?

ଭାଜକ ଓ ଭାଗଫଳ ମଧ୍ୟରେ ସବୁବେଳେ ସମାନ ସମ୍ପର୍କ ଅଛି କି ?

ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦେବାପାଇଁ ଗୁଣନରେ ଏପରି ସମ୍ପର୍କ ବିଷୟରେ ଥିବା ତୁମର ଧାରଣା / ଅନୁଭୂତିକୁ ବ୍ୟବହାର କର ।

8.3 ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସଂପର୍କିତ କିଛି ପ୍ରଶ୍ନ

? **ଉଦାହରଣ - 3 :** ଲୀନା 5 କପ୍ ଚା ତିଆରି କରିଥିଲା । ସେ ଏଥିପାଇଁ $\frac{1}{4}$ ଲିଟର କ୍ଷୀର ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲା । ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କପ୍ ଚା' ପାଇଁ କେତେ କ୍ଷୀର ଆବଶ୍ୟକ ହୋଇଛି ?



ଲୀନା $\frac{1}{4}$ ଲିଟର କ୍ଷୀରରେ 5 କପ୍ ଚା' ତିଆରି କରେ ।

ତେଣୁ 1 କପ୍ ଚା' ପାଇଁ ଦରକାର ହେଉଥିବା କ୍ଷୀରର ପରିମାଣ = $\frac{1}{4} \div 5$

ଆମେ ଏହାକୁ ଗୁଣନ କ୍ରିୟାରେ ଲେଖିପାରିବା

$5 \times$ (ପ୍ରତ୍ୟେକ କପ୍ ଚା' ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ କ୍ଷୀର) $= \frac{1}{4}$

ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ପଦ୍ଧତି ଅନୁସାରେ ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉପାୟରେ ଭାଗକ୍ରିୟା କରିଥାଉ ।

(i) ଭାଜକ 5 ର ବ୍ୟୁତ୍‌କ୍ରମ ହେଉଛି $\frac{1}{5}$ (ପ୍ରଥମେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହୁଏ)

(ii) ଏହି ବ୍ୟୁତ୍‌କ୍ରମକୁ ଭାଜ୍ୟ $\frac{1}{4}$ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ ପାଇବୁ $\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$ (ଭାଗଫଳ)

ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କପ୍ ଚା' ପାଇଁ $\frac{1}{20}$ ଲିଟର କ୍ଷୀର ଆବଶ୍ୟକ ହୋଇଛି ।

? **ଉଦାହରଣ 4 :**

ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସଂପର୍କିତ କିଛି ପୁରୁଣା ଉଦାହରଣ ମାନବ ଗତିର ସର୍ବପ୍ରାଚୀନ ଜ୍ୟାମିତ ଗ୍ରନ୍ଥ ଶୁଳ୍‌ବ ସୂତ୍ରରେ ଦେଖାଯାଏ । ଏଠାରେ ବୌଧାୟନଙ୍କ ଶୁଳ୍‌ବ ସୂତ୍ର (ପ୍ରାୟ ୫00 ଖ୍ରୀ.ପୂ.)ରୁ ଏକ ଉଦାହରଣ ଦିଆଯାଇଛି ।

$7\frac{1}{2}$ ବର୍ଗ ଏକକ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରକୁ $\frac{1}{5}$ ଏକକ ବର୍ଗାକୃତି ଇଟାରେ ଆଚ୍ଛାଦିତ କର । ତେବେ ସେହି କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଆଚ୍ଛାଦିତ କରିବା ପାଇଁ କେତୋଟି ବର୍ଗାକୃତି ଇଟା ଦରକାର ?

ପ୍ରତ୍ୟେକ ବର୍ଗାକୃତି ଇଟାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$ ବର୍ଗ ଏକକ ।

ଦିଆଯାଇଥିବା କ୍ଷେତ୍ରର ମୋଟ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $7\frac{1}{2}$ ବର୍ଗ ଏକକ = $\frac{15}{2}$ ବର୍ଗ ଏକକ

ଇଟା ସଂଖ୍ୟା = କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ÷ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଇଟାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{15}{2} \div \frac{1}{25}$

ଏଠାରେ ଭାଜକର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ 25 ଅଟେ ।

ଭାଜ୍ୟ $\frac{15}{2}$ ସହିତ ଏହି ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମକୁ ଗୁଣନ କଲେ ଆମେ ପାଇବା,

$$25 \times \frac{15}{2} = \frac{25 \times 15}{2} = \frac{375}{2}$$ ଖଣ୍ଡ ଇଟା ।

ଉଦାହରଣ 5 : ଏହି ସମସ୍ୟା/ ପ୍ରଶ୍ନଟି ଚତୁର୍ବେଦ ପୃଥୁଡ଼କ ସ୍ୱାମୀ (ପ୍ରାୟ ୪60 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ପୁସ୍ତକ ବ୍ରହ୍ମସ୍ଫୁଟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଉପରେ ଦେଇଥିବା ମତାମତରୁ ଆସିଅଛି ।

ଗୋଟିଏ କୁଣ୍ଡ ଚାରୋଟି ନଳଦ୍ୱାରା ସଂଯୁକ୍ତ । ପ୍ରଥମ ଦଳଦ୍ୱାରା ଏକ ଦିନରେ କୁଣ୍ଡଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ହୋଇପାରିବ । ଦ୍ୱିତୀୟଟି ଏହାକୁ ଅଧା ଦିନରେ ପୂରଣ କରିପାରିବ । ତୃତୀୟ ନଳ ଏହାକୁ ଦିନର ଏକ ଚତୁର୍ଥାଂଶ ସମୟରେ ପୂରଣ କରିପାରିବ । ଚତୁର୍ଥ ନଳଟି ଏକ ଦିନର ଏକ ପଞ୍ଚମାଂଶ ସମୟରେ କୁଣ୍ଡଟିକୁ ପୂରଣ କରିପାରିବ । ଯଦି ସମସ୍ତ ଚାରୋଟି ନଳ ଏକ ସମୟରେ ଖୋଲିଦିଆଯାଏ, ତେବେ କୁଣ୍ଡଟି କେତେ ସମୟରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ହେବ ?

ଆସ, ଏହି ସମସ୍ୟାଟିକୁ ପର୍ଯ୍ୟାୟକ୍ରମେ ସମାଧାନ କରିବା ।

ଗୋଟିଏ ଦିନରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ନଳଦ୍ୱାରା କେତୋଟି କୁଣ୍ଡ ପୂରଣ ହୋଇପାରିବ ଦେଖିବା ।

- ପ୍ରଥମ ନଳ 1 ଦିନରେ ପୂରଣ କରିବ $1 \div 1 = 1$ ଟି
- ଦ୍ୱିତୀୟ ନଳ 1 ଦିନରେ ପୂରଣ କରିବ $1 \div \frac{1}{2} =$
- ତୃତୀୟ ନଳ 1 ଦିନରେ ପୂରଣ କରିବ $1 \div \frac{1}{4} =$
- ଚତୁର୍ଥ ନଳ 1 ଦିନରେ ପୂରଣ କରିବ $1 \div \frac{1}{5} =$

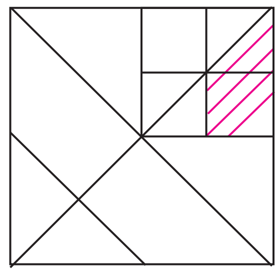
ଗୋଟିଏ ଦିନ ଚାରୋଟି ନଳ ଏକାଠି ଏହିଭଳି କେତୋଟି କୁଣ୍ଡ ପୂରଣ କରିପାରିବେ ?

...........+ ....+ ....+ .... = 12 ଟି

ତେଣୁ ଚାରୋଟି ନଳ ଦ୍ୱାରା କୁଣ୍ଡଟିକୁ ପୂରଣ କରିବାପାଇଁ ସମୟ ଲାଗିବ $\frac{1}{12}$ ଦିନ ।

ଭଗ୍ନଅଂଶର ସମ୍ପର୍କ

ଏଠାରେ ଥିବା ବର୍ଗଚିତ୍ର ମଧ୍ୟରେ କେତେକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଛି ଓ କେତେକ ଅଂଶକୁ ରେଖାଙ୍କିତ କରାଯାଇଛି ।



ଚିତ୍ର ୮.4

ଗାଣିତିକ୍ କଥାବାର୍ତ୍ତା

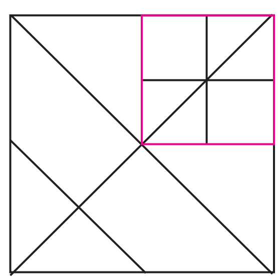
ରେଖାଙ୍କିତ ଅଂଶଟି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର କେତେ ଅଂଶ ?

ଏହି ସମସ୍ୟାଟିକୁ ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ସମାଧାନ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଏଠାରେ ସେଥିମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଉପାୟ ଦିଆଗଲା ।

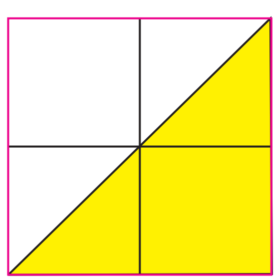
ଧରାଯାଉ ସମଗ୍ର ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1 (ଏକ) ବର୍ଗ ଏକକ

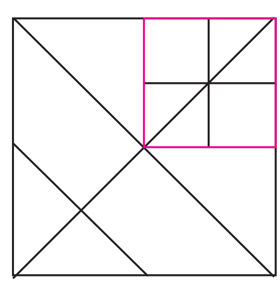
ଆମେ ଚିତ୍ର (୮.5 ରେ ଥିବା) ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଡାହାଣ ପାର୍ଶ୍ୱ କୋଣରେ ଏକ ଛୋଟ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଦେଖୁଛୁ । ତାହା ବଡ଼ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର $\frac{1}{4}$ ଅଂଶରେ ଅଛି ।



ଚିତ୍ର ୮.5

ବଡ଼ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ଲାଲ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $\frac{1}{4}$ ବର୍ଗ ଏକକ ହେବ ।





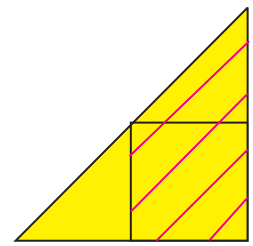
ଚିତ୍ର ୮.6

ଆସ ଏହି ରଙ୍ଗୀନ ବର୍ଗଚିତ୍ରକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ଏହା ଭିତରେ ଦୁଇଟି ବଡ଼ ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବଡ଼ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଲାଲ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଅଧା ।

ତେଣୁ ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ ବର୍ଗ ଏକକ

ବର୍ତ୍ତମାନ ହଳଦିଆ ତ୍ରିଭୁଜର କେତେ ଅଂଶ ରେଖାଙ୍କିତ ହୋଇଛି ?

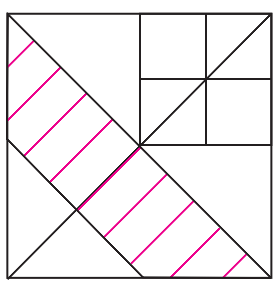


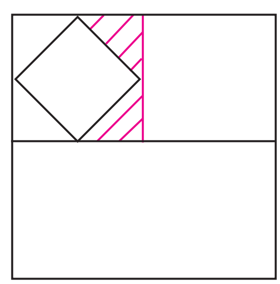
ଯଦି ତୁମେ ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟସ୍ଥ କ୍ଷୁଦ୍ର ବର୍ଗଚିତ୍ରଟିକୁ ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗ କରିବ । ତେବେ ହଳଦିଆ ତ୍ରିଭୁଜଟି ସମାନ ଚାରି ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ ହେବ ଏବଂ ଏଥିରୁ 3 ସମାନ ଭାଗ ରେଖାଙ୍କିତ ହୋଇଥିବାର ଦେଖିପାରିବ । ଏଣୁ ରେଖାଙ୍କିତ ଅଂଶଟି ଏହି ହଳଦିଆ ରଙ୍ଗ ତ୍ରିଭୁଜର $\frac{3}{4}$ ଅଂଶ ।

ତେଣୁ ରେଖାଙ୍କିତ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{8}$ ର $\frac{3}{4}$ $= \frac{1}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{32}$ ବର୍ଗ ଏକକ ।

ଏଣୁ ରେଖାଙ୍କିତ ଅଂଶଟି ସମଗ୍ର ବର୍ଗଚିତ୍ରର $\frac{3}{32}$ ଅଂଶ ଅଧିକାର କରିଛି ।

? ତଳେ ଦଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ରେଖାଙ୍କିତ ଅଂଶଟି ସମଗ୍ର ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କେତେ ଅଂଶରେ ରହିଛି, ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।





ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଏହି ପ୍ରକାରର ଅଧିକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିବା ।

ଜଣେ କୃପଣର ଦାନ :

ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମସ୍ୟାଟିକୁ ଭାସ୍କରାଚାର୍ଯ୍ୟ (ଦ୍ୱିତୀୟ ଭାସ୍କର)ଙ୍କ 1150 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ଲିଖିତ ପୁସ୍ତକ ଲୀଳାବତୀରୁ ଅନୁବାଦ କରାଯାଇଛି :

ହେ ବୁଦ୍ଧଜନେ ! ଜଣେ କୃପଣ ଲୋକ ଭିକାରୀକୁ ଏକ ଡ୍ରାମାର $\frac{1}{5}$ ଅଂଶର $\frac{1}{16}$ ଅଂଶର $\frac{1}{4}$ ଅଂଶର $\frac{1}{2}$ଅଂଶର $\frac{2}{3}$ ଅଂଶର $\frac{3}{4}$ ଅଂଶ ଦାନ କଲେ । ଯଦି ତୁମର ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଗଣିତରେ ଦକ୍ଷତା ଅଛି, ତେବେ ମୋତେ କୁହ ସେହି କୃପଣ ଲୋକଟି ଭିକାରୀକୁ କେତେ କଉଡ଼ି ଦାନ କରିଥିଲେ ।

ତତ୍‌କାଳୀନ ସମୟରେ ଡ୍ରାମା ଏକ ରୂପା ମୁଦ୍ରାକୁ ବୁଝାଏ ଏବଂ ଏହି କାହାଣୀରେ କୁହାଯାଇଛି ଯେ ଏକ ଡ୍ରାମାର ମୂଲ୍ୟ 1280 କଉଡ଼ି ସହିତ ସମାନ ।

ଆସ ଦେଖିବା ସେହି କୃପଣ ଲୋକଟି ଏକ ଡ୍ରାମାର କେତେ ଅଂଶ ଦାନ କରିଥିଲେ

ଡ୍ରାମାର ଦେଇଥିବା ଅଂଶ = $\frac{1}{5} \times \frac{1}{16} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ (ଜାଣିଛ କି ? କଉଡ଼ି – ଏହା ପୂର୍ବକାଳ ପ୍ରଚଳିତ ଏକ ମୁଦ୍ରା)

ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ତାହା ହେଉଛି $\frac{6}{7680}$

ଏହାକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ସରଳ କଲେ ଆମେ ପାଇବା $\frac{6}{7680} = \frac{1}{1280}$

ତେଣୁ ସେ ମାତ୍ର ଗୋଟିଏ କଉଡ଼ି ଦାନ ଦେଇଥିଲେ ।

ଏଠାରେ ଆମେ ଜାଣିଲୁ 1 (ଏକ) ଡ୍ରାମା = 1280 କଉଡ଼ି

ଅର୍ଥାତ୍ ସେ ପ୍ରଥମେ 1280 କଉଡ଼ିର $\frac{1}{5} = 1280 \times \frac{1}{5} = 256$

256 ର $\frac{1}{16} = 256 \times \frac{1}{16} = 16$

16 ର $\frac{1}{4} = 16 \times \frac{1}{4} = 4$

4 ର $\frac{1}{2} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$

2 ର $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

$\frac{4}{3}$ ର $\frac{3}{4} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = 1$

ଏହି ଉତ୍ତର ଖୋଜିଲାବେଳେ ଭାସ୍କରାଚାର୍ଯ୍ୟଙ୍କର ହାସ୍ୟରସକୁ ଦେଖିପାରିବ ! କୃପଣ ଲୋକଟି ଭିକାରୀକୁ ସବୁଠାରୁ କମ୍ ମୂଲ୍ୟର ମାତ୍ର ଗୋଟିଏ କଉଡ଼ି ଦାନ କରିଥିଲା । ଏହାକୁ ଭାସ୍କରାଚାର୍ଯ୍ୟ ବିଚକ୍ଷଣତାର ସହିତ ଏକ ଗାଣିତିକ ପହେଲି ସୃଷ୍ଟି କରିଛନ୍ତି ।

ପ୍ରାୟ ଦ୍ୱାଦଶ ଶତାବ୍ଦୀରେ ଭାରତୀୟ ଉପମହାଦେଶର ରାଜ୍ୟଗୁଡ଼ିକରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ମୁଦ୍ରା ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା । ସାଧାରଣତଃ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିବା ମୁଦ୍ରା ଯଥା- ସୁନା ମୁଦ୍ରା (ଦିନାର/ଗଦ୍ୟାନ ଏବଂ ହୁନା କୁହାଯାଏ) ରୁପାମୁଦ୍ରା (ଡ୍ରାମା/ଟଙ୍କା କୁହାଯାଏ) ତମ୍ବା ମୁଦ୍ରା (କାସୁସ/ପାନ ଏବଂ ମଶାକା) କୁହାଯାଏ ଏବଂ କଉଡ଼ି- ଏହି ମୁଦ୍ରାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଠିକ୍ ଅଦଳ ବଦଳ ମୂଲ୍ୟ ଅଞ୍ଚଳ, ସମୟ- ଅବଧି, ଆର୍ଥିକ ଅବସ୍ଥା, ମୁଦ୍ରାର ଓଜନ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଶୁଦ୍ଧତା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଥିଲା ।

ସୁନା ମୁଦ୍ରାର ମୂଲ୍ୟ ଅଧିକ ଥିଲା ଏବଂ ଏହା ବଡ଼ କାରବାରରେ ଏବଂ ଧନ ସଞ୍ଚୟ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା । ଦୈନନ୍ଦିନ କାରବାରରେ ରୂପା ମୁଦ୍ରା ଅଧିକ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା । ତମ୍ବା ମୁଦ୍ରାର ମୂଲ୍ୟ କମ୍ ଥିଲା । ଏହା ଛୋଟ ଛୋଟ ନେଣ ଦେଣ କାରବାରରେ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା । କଉଡ଼ିର ମୂଲ୍ୟ ସର୍ବନିମ୍ନ ଥିଲା ଏବଂ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଛୋଟ କାରବାରରେ ଏବଂ କେବଳ ଅଦଳ ବଦଳ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହେଉଥିଲା ।

ଯଦି ଆମେ ଧରିନେବା 1 ସୁନା ଦିନାର = 12 ରୁପା ଡ୍ରାମା, 1 ରୁପା ଡ୍ରାମା = 4 ତମ୍ବା ପାନା, 1 ତମ୍ବା ପାନା = 6 ମଶାକା ଏବଂ 1 ତମ୍ବା ପାନା = 30 କଉଡ଼ି ।

1 ତମ୍ବା ପାନା = $\frac{1}{48}$ ସୁନା ଦିନାର $\left(\frac{1}{12} \times \frac{1}{4}\right)$

1 କଉଡ଼ି = ... ତମ୍ବା ପାନା, 1 କଉଡ଼ି = ... ସୁନା ଦିନାର

ଇତିହାସରୁ ପଦେ :

ତୁମେ ଦେଖୁଛ, ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା, ଯାହା ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣକୁ ସମାନ ଭାବରେ ବଣ୍ଟନ କରିବା ଏବଂ ସମଭାଗ କରିବା ସହିତ ଦୈନନ୍ଦିନ ସମସ୍ୟାରେ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିଥାଏ ।

ଆଜିକାଲି ଆମେ ବ୍ୟବହାର କରୁଥିବା ଅଣ-ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ଭାଗକ୍ରିୟା ଆଦି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମୁଖ୍ୟତଃ ଭାରତରେ ବିକଶିତ ହୋଇଥିଲା ।

ପ୍ରାଚୀନ ଭାରତୀୟ ଜ୍ୟାମିତି ଗ୍ରନ୍ଥ ଶୁଲ୍ବ ସୂତ୍ର, ଯାହା ପ୍ରାୟ ଖ୍ରୀ.ପୂ. ୫୦୦ରେ ରଚିତ ଏବଂ ବିଶେଷ କରି ଆନୁଷ୍ଠାନିକ ପୂଜା ନିମିତ୍ତ ଯଜ୍ଞବେଦୀ ନିର୍ମାଣରେ ଜଡ଼ିତ ଥିଲା । ଏଥିପାଇଁ ସାଧାରଣତଃ ଅଣ-ଏକକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟାପକ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥିଲା (ଯେପରି- ଉଦାହରଣ-3 ରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ବିଭାଜନ କରାଯାଇଛି ।)

ପ୍ରାୟ ଖ୍ରୀ.ପୂ. 150 ପୂର୍ବରୁ ଭାରତର ଲୋକପ୍ରିୟ ସଂସ୍କୃତିରେ ମଧ୍ୟ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ବହୁଳ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥିଲା । ଶ୍ରଦ୍ଧାଳୁ ଜୈନ ବିଦ୍ୱାନ ଉମାସ୍ୱତୀଙ୍କ ଦାର୍ଶନିକ କୃତିରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ସର୍ବନିମ୍ନ ପଦରେ ହ୍ରାସ କରିବାର ପ୍ରମାଣ ମିଳେ । ଯାହା ତାଙ୍କଦ୍ୱାରା ରଚିତ ଦର୍ଶନ ଶାସ୍ତ୍ରରେ ପରିଲକ୍ଷିତ ହୁଏ ।

ଆଜି ଆମେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ କ୍ରିୟା ସଂପାଦନ ପାଇଁ ସାଧାରଣ ନିୟମ ମାନ ଆଧୁନିକ ରୂପରେ ଦେଖୁଛୁ । ସେଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରଥମେ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ୬୨୮ ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ତାଙ୍କର ବ୍ରହ୍ମସ୍ଫୁଟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ସଂହିତା ବଦ୍ଧ କରାଯାଇଥିଲା । ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ, ବିୟୋଗ କରିବା ପାଇଁ ତାଙ୍କର ପଦ୍ଧତି ଦେଖିଛନ୍ତି- ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ପାଇଁ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ ଲେଖିଛନ୍ତି ।

"ଦୁଇ କିମ୍ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ, ସେହି ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଲବମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳକୁ ହରମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ମିଳିଥାଏ ।" (ବ୍ରହ୍ମସ୍ଫୋଟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଶ୍ଳୋକ ନଂ. 12-1-3)

ତେଣୁ ଏହା ହେଉଛି $= \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

ସାଧାରଣ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଭାଗକ୍ରିୟା ପାଇଁ ଲେଖିଛନ୍ତି -

"ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ଭାଜକର ଲବ ଓ ହରକୁ ଅଦଳ ବଦଳ କରି ଲେଖାଯାଏ । ତାପରେ ଭାଜ୍ୟର ଲବକୁ ଭାଜକର ଲବ(ନୂତନ) ଦ୍ୱାରା ଓ ଭାଜ୍ୟର ହରକୁ ଭାଜକର ନୂତନ ହର ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଯାଏ ।"

1150 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ଭାସ୍କର-2ୟ ତାଙ୍କ ପୁସ୍ତକ ଲୀଳାବତୀରେ ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ସିଦ୍ଧାନ୍ତକୁ ପାରସ୍ପରିକ ଧାରଣା ଦୃଷ୍ଟିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ କରିଛନ୍ତି-

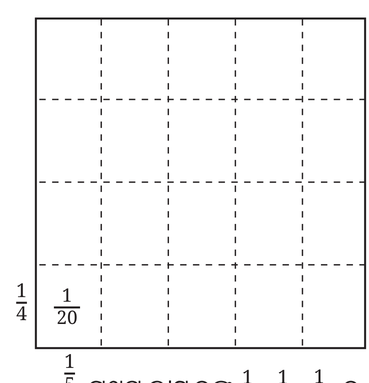
"ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଅନ୍ୟ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜନ ପ୍ରଥମ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ସହ ଦ୍ୱିତୀୟର ବ୍ୟୁତକ୍ରମ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ସହିତ ସମାନ । (ଲୀଳାବତୀ, ଶ୍ଳୋକ ସଂଖ୍ୟା 2. 3. 40)

ଏହି ଦୁଇଟି ସୂତ୍ରରେ ଉଲ୍ଲେଖ ଅଛି ଯେ, $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$

ପ୍ରଥମ ଭାସ୍କର 629 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ତାଙ୍କଦ୍ୱାରା ରଚିତ "ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟୀୟ ଭାଷ୍ୟ"ରେ ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟଙ୍କ 499 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦରେ ପ୍ରଣିତ ଜ୍ୟାମିତି ଉପରେ, ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରକୁ କେତେକ ଆୟତାକାରରେ ପରିଣତ କରିବା ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନକୁ ଜ୍ୟାମିତି ମାଧ୍ୟମରେ ଦର୍ଶାଇ ଥିଲେ, (ଯାହା ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଦେଖିଥିଲେ) ।

ଅନେକ ଅନ୍ୟ ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞ, ଯେପରିକି ଶ୍ରୀଧରାଚାର୍ଯ୍ୟ (ପ୍ରାୟ 750 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ମହାବୀରାଚାର୍ଯ୍ୟ (ପ୍ରାୟ ୫50 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ), ଚତୁର୍ବେଦ ପୃଥ୍ୟୁଡାକସ୍ୱାମୀ ପ୍ରାୟ (୫60 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ଏବଂ ଭାସ୍କର ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରାୟ (1150 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ପାଟୀଗଣିତରେ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟବହାରକୁ ଅଧିକ ବିକଶିତ କରିଥିଲେ ।

ଭାରତୀୟ ଭଗ୍ନାଂଶ ତତ୍ତ୍ୱ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକ ଉପରେ ଗାଣିତିକ କ୍ରିୟା ମରୋକ୍କୋର ଅଲହାସର (ପ୍ରାୟ 1192 ଖ୍ରୀଷ୍ଟାବ୍ଦ) ପରି ଆରବ ଓ ଆଫ୍ରିକୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରେରିତି ହୋଇଥିଲା ଏବଂ ଏହାର ବ୍ୟବହାର ଆହୁରି ବିକଶିତ ହୋଇଥିଲା । ଏହି ତତ୍ତ୍ୱ ପରବର୍ତ୍ତୀ କିଛି ଶତାବ୍ଦୀ ମଧ୍ୟରେ ଆରବୀୟମାନଙ୍କ ମାଧ୍ୟମରେ ୟୁରୋପକୁ ସ୍ଥାନାନ୍ତରିତ ହୋଇଥିଲା ଏବଂ ପ୍ରାୟ 17 ଶତାବ୍ଦୀରେ ୟୁରୋପରେ ଏହାର ସାଧାରଣ ବ୍ୟବହାର ଆରମ୍ଭ ହୋଇଥିଲା ।



ପ୍ରଥମ ଭାସ୍କରଙ୍କ $\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$ ର ଦୃଶ୍ୟମାନ ବ୍ୟାଖ୍ୟା

ଯାହା ପରେ ସାରା ବିଶ୍ୱରେ ବ୍ୟାପି ଯାଇଥିଲା ।

ପ୍ରକୃତରେ ଏହି ତତ୍ତ୍ୱ ଆଧୁନିକ ଗଣିତରେ ଆଜି ବି ଅନିବାର୍ଯ୍ୟ ।

? ନିଜେ କରି ଦେଖ

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ସମାଧାନ କର ଓ ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

$3 \div \frac{7}{9}$	$\frac{14}{4} \div 2$	$\frac{2}{3} \div \frac{2}{3}$	$\frac{14}{6} \div \frac{7}{3}$
$\frac{4}{3} \div \frac{3}{4}$	$\frac{7}{4} \div \frac{1}{7}$	$\frac{8}{2} \div \frac{4}{15}$	
$\frac{1}{5} \div \frac{1}{9}$	$\frac{1}{6} \div \frac{11}{12}$	$3\frac{2}{3} \div 1\frac{3}{8}$	

2. ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନ ପାଇଁ ସମାଧାନ ନିମନ୍ତେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉକ୍ତି ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତିଟି ବାଛ । ତାପରେ ସରଳ କର ।

(a) ମାରିଆ ସ୍କୁଲ ବ୍ୟାଗଗୁଡ଼ିକରେ ଲେସ୍ ଲଗାଇ ସଜାଇବା ପାଇଁ ୪ ମିଟର ଲେସ୍ କିଣିଥିଲା । ସେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାଗ୍‌ରେ $\frac{1}{4}$ ମିଟର ଲେସ୍ ଲଗାଇ ସବୁ ଲେସ୍ ଶେଷ କରିଥିଲେ । ସେ କେତୋଟି ବ୍ୟାଗ୍‌ରେ ଲେସ୍ ଲଗାଇଥିଲେ ?

(i) $8 \times \frac{1}{4}$ (ii) $\frac{1}{8} \times \frac{1}{4}$

(iii) $8 \div \frac{1}{4}$ (iv) $\frac{1}{4} \div 8$

(b) ୪ ଟି ବ୍ୟାଜ୍ ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ $\frac{1}{2}$ ମିଟର ରିବନ ଫିତା ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ବ୍ୟାଜ୍ ତିଆରି ପାଇଁ କେତେ ଲମ୍ବର ରିବନ ଫିତା ଦରକାର ?

(i) $8 \times \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}$

(iii) $8 \div \frac{1}{2}$ (iv) $\frac{1}{2} \div 8$

(c) ଜଣେ ରୁଟି ପ୍ରସ୍ତୁତକାରୀଙ୍କୁ ଗୋଟିଏ ରୁଟି ତିଆରି ପାଇଁ $\frac{1}{6}$ କିଲୋଗ୍ରାମ ମଇଦା ଦରକାର ହୁଏ । ତାଙ୍କ ପାଖରେ 5 କିଲୋଗ୍ରାମ ମଇଦା ଅଛି । ସେ କେତୋଟି ରୁଟି ତିଆରି କରିପାରିବେ ?

(i) $5 \times \frac{1}{6}$ (ii) $\frac{1}{6} \div 5$

(iii) $5 \div \frac{1}{6}$ (iv) 5×6

3. ଯଦି 12ଟି ରୁଟି ତିଆରି କରିବାପାଇଁ $\frac{1}{4}$ କିଲୋଗ୍ରାମ ଅଟା ଦରକାର ହୁଏ । ତେବେ ସେହିପରି 6ଟି ରୁଟି ତିଆରି କରିବାକୁ କେତେ କି.ଗ୍ରା. ଅଟା ଦରକାର ହେବ ?

4. 9ମ ଶତାବ୍ଦୀରେ ଶ୍ରୀଧରାଚାର୍ଯ୍ୟ, ତାଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଲିଖିତ ପାଟୀଗଣିତ ପୁସ୍ତକରେ ଏହି ସମସ୍ୟାଟିକୁ ଉଲ୍ଲେଖ କରିଥିଲେ । ବନ୍ଧୁ ଚିନ୍ତା କରିବା ଓ ପରେ କହିବା –
$1 \div \frac{1}{6}$, $1 \div \frac{1}{10}$, $1 \div \frac{1}{13}$, $1 \div \frac{1}{9}$ ଓ $1 \div \frac{1}{2}$ କୁ ମିଶାଇଲେ ମିଶାଣଫଳ କେତେ ହେବ ? ବନ୍ଧୁ କ'ଣ ଉତ୍ତର ଦେବା ଉଚିତ୍ ?

5. ମୀରା 400 ପୃଷ୍ଠା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଉପନ୍ୟାସ ପଢୁଛନ୍ତି । ସେ ଗତକାଲି ବହିର $\frac{1}{5}$ ପୃଷ୍ଠା ଏବଂ ଆଜି ବହିର $\frac{3}{10}$ ପୃଷ୍ଠା ପଢ଼ିଛନ୍ତି । ଉପନ୍ୟାସଟି ଶେଷ କରିବା ପାଇଁ ତାଙ୍କୁ ଆଉ କେତେ ପୃଷ୍ଠା ପଢ଼ିବାକୁ ପଡ଼ିବ ?

6. ଗୋଟିଏ କାର 1 ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲ ବ୍ୟବହାର କରି 16 କିଲୋମିଟର ଚାଲିଥାଏ । $2\frac{3}{4}$ ଲିଟର ପେଟ୍ରୋଲ ବ୍ୟବହାର କରି କେତେ କିଲୋମିଟର ଚାଲିପାରିବ ?

7. ଅମୃତ ପାଲ ତାଙ୍କ ଅବକାଶ ଛୁଟିରେ ଏକ ପର୍ଯ୍ୟଟନ ସ୍ଥଳକୁ ଯିବାପାଇଁ ସ୍ଥିର କଲେ । ଯଦି ସେ ଟ୍ରେନ୍‌ରେ ଯିବେ, ତେବେ ତାଙ୍କୁ ସେଠାରେ ପହଞ୍ଚିବାକୁ $5\frac{1}{6}$ ଘଣ୍ଟା ସମୟ ଲାଗିବ । ଯଦି ସେ ବିମାନରେ ଯିବେ ତେବେ ତାଙ୍କୁ $\frac{1}{2}$ ଘଣ୍ଟା ସମୟ ଲାଗିବ । ବିମାନରେ ଗଲେ ସେ କେତେ ସମୟ ବଞ୍ଚାଇ ପାରିବେ ?

8. ସରିତାଙ୍କ ଜେଜେ ମା' ଏକ କେକ୍ ତିଆରି କରିଥିଲେ । ସରିତା ଓ ତା'ର ସମ୍ପର୍କୀୟ ଭାଇମାନେ କେକ୍‌ର $\frac{4}{5}$ ଅଂଶ ଖାଇଦେଲେ । ବଳକା କେକ୍‌କୁ ସରିତା ତା'ର ତିନି ସାଙ୍ଗଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ଭାବରେ ବାଣ୍ଟିଦେଲା । ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସାଙ୍ଗ କେକ୍‌ର କେତେ ଅଂଶ ପାଇଲେ ?

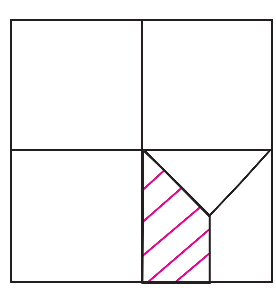
9. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବିକଳ୍ପ ଉକ୍ତି ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛ । ଯେଉଁ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ $\left(\frac{565}{465} \times \frac{707}{676}\right)$ ର ଗୁଣଫଳକୁ ଠିକ୍ ଭାବେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରୁଛି

(a) $> \frac{565}{465}$ (b) $< \frac{565}{465}$

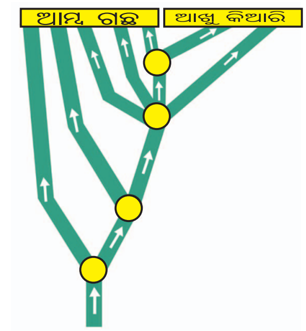
(c) $> \frac{707}{676}$ (d) $< \frac{707}{676}$

(e) > 1 (f) < 1

10. ସମଗ୍ର ବର୍ଗଚିତ୍ରର କେତେ ଅଂଶ ରେଖାଙ୍କିତ ହୋଇଛି ?
(ଯହିଁରେ ଚିହ୍ନିତ ବିନ୍ଦୁଟି ସାନ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ)



11. ଖାଦ୍ୟ ସନ୍ଧାନରେ ପିମ୍ପୁଡ଼ିମାନଙ୍କର ଏକ ଦଳ ବାହାରିପଡ଼ିଲେ । ସେମାନେ ଖାଦ୍ୟ ଖୋଜିବା ସମୟରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛକସ୍ଥାନରେ ସମାନ ଭାବରେ ଭାଗ ହୋଇ ଚାଲନ୍ତି । (ଚିତ୍ର ୪.7) ଏବଂ ଦୁଇଟି ଖାଦ୍ୟ ଥିବା ସ୍ଥାନକୁ ଯଥା ଗୋଟିଏ ଆମ୍ବ ଗଛ ନିକଟରେ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟି ଆଖୁ କ୍ଷେତ ନିକଟରେ ପହଞ୍ଚନ୍ତି । ତେବେ ଦଳର କେତେ ଅଂଶ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖାଦ୍ୟ ଉତ୍ସ ନିକଟରେ ପହଞ୍ଚିଗଲେ ।



ଚିତ୍ର ୪.7

12. ସରଳ କର :

(a) $1-\frac{1}{2}$

(b) $\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)$

(c) $\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)$

(d) $\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\left(1-\frac{1}{7}\right)\times\left(1-\frac{1}{8}\right)\times\left(1-\frac{1}{9}\right)\times\left(1-\frac{1}{10}\right)$

ଏଥିପାଇଁ ଏକ ସାଧାରଣ ଉକ୍ତି ଲେଖ ଓ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କର ।

ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

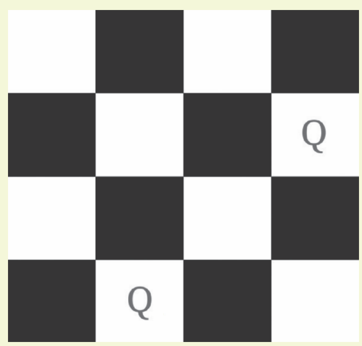
- ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ପାଇଁ ସୂତ୍ର : $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$
- ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୁଣନ କରିବା ସମୟରେ, ଯଦି ଲବ ଓ ହରର କିଛି ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲଘିଷ୍ଠ କରିପାରିବା ।
- ଗୁଣନ କ୍ରିୟାରେ ଯେତେବେଳେ ଗୁଣନ ହେଉଥିବା ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା 0 ଏବଂ 1 ମଧ୍ୟରେ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ଗୁଣଫଳ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ କମ୍ ହୋଇଥାଏ, ଯଦି ଗୁଣନ କରାଯାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ 1 ଠାରୁ ବଡ଼ ହୋଇଥାଏ । ତେବେ ଗୁଣଫଳଟି ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାଠାରୁ ବଡ଼ ହୋଇଥାଏ ।
- $\frac{a}{b}$ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ $\frac{b}{a}$ । ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାକୁ ତା'ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରୁ ଗୁଣଫଳ 1 ହୁଏ ।
- ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତଙ୍କ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ପାଇଁ ସୂତ୍ର
$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c}.$
- ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ଯେତେବେଳେ ଭାଜକ 0 ଏବଂ 1 ମଧ୍ୟରେ ଥାଏ, ସେତେବେଳେ ଭାଗଫଳ ଭାଜ୍ୟଠାରୁ ବଡ଼ ହୋଇଥାଏ । ଯେତେବେଳେ ଭାଜକ 1 ଠାରୁ ବଡ଼ ହୋଇଥାଏ, ସେତେବେଳେ ଭାଗଫଳ ଭାଜ୍ୟଠାରୁ ସାନ ହୋଇଥାଏ ।

ଗୋଲକଧନ୍ଦା ସମୟ

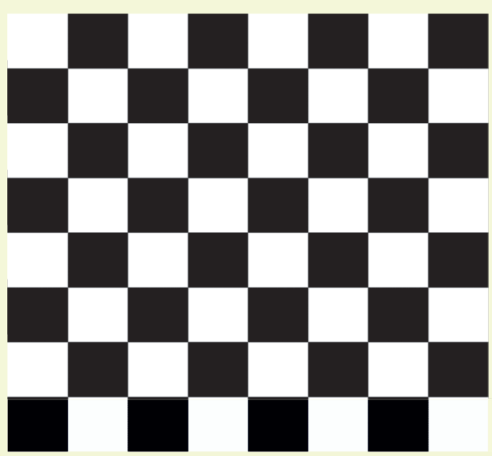
ଚେସ୍ ବୋର୍ଡରେ – ଆକ୍ରମଣ କରି ପାରୁ ନଥିବା ରାଣୀମାନେ

ଚେସ୍ ହେଉଛି ଏକ ଲୋକପ୍ରିୟ 2 ଜଣ ଖେଳାଳି ମଧ୍ୟରେ ଖେଳ । ଏହି ଖେଳର ଆରମ୍ଭ ପ୍ରଥମେ ଭାରତରେ ହୋଇଥିଲା । ଏହା ୮ × ୮ କଳା ଧଳା ରଙ୍ଗର ଗ୍ରୀଡ୍ ଥିବା ପଟାରେ ଖେଳାଯାଏ । ଖେଳାଳିଙ୍କ ପାଇଁ କଳା ଏବଂ ଧଳା ଖେଳ ଉପକରଣ 2ସେଟ୍ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖେଳାଳିଙ୍କ ପାଇଁ ଏକ ସେଟ) ଥାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖେଳ ଉପକରଣ କିପରି ଗତି କରିବେ ଓ ଖେଳର ନିୟମ ବୁଝିନିଅ ।

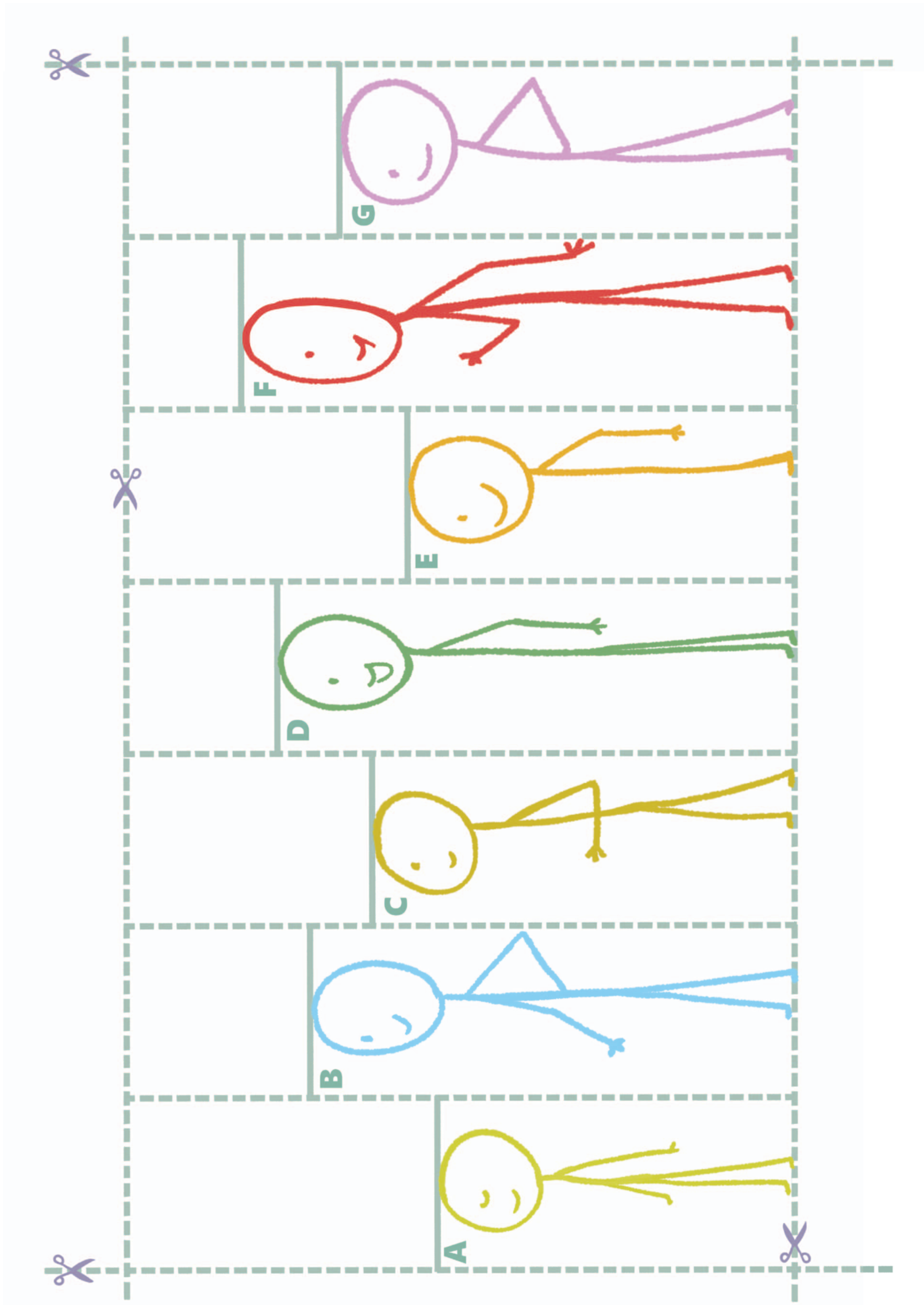
ଏଠାରେ ଏକ ପ୍ରସିଦ୍ଧ ଚେସ୍ ଆଧାରିତ ଗୋଲକଧନ୍ଦା ଅଛି । ଏକ ରାଣୀ ତାହାର ବର୍ତ୍ତମାନ ସ୍ଥିତିରୁ ଭୂସମାନ୍ତର, ଭୂଲମ୍ବ କିମ୍ବା କୌଣିକ ପଥରେ ସିଧା ଗତିକରି ପାରିବ ଓ ଆକ୍ରମଣ କରିପାରିବ । 4ଟି ରାଣୀକୁ ଏପରି ରଖନ୍ତୁ ଯେପରିକି 2ଟି ରାଣୀ ପରସ୍ପରକୁ ଆକ୍ରମଣ କରିପାରିବେ ନାହିଁ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ : ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ରାଣୀଙ୍କ ଅବସ୍ଥିତି ବୈଧ ନୁହେଁ । କାରଣ ରାଣୀମାନେ ପରସ୍ପର ଆକ୍ରମଣ ରେଖାରେ ଅଛନ୍ତି ।



ଏବେ ଏହି ୮ × ୮ ଗ୍ରୀଡ଼ ଉପରେ ୮ଟି ରାଣୀ ରଖ ଯେପରିକି 2ଟି ରାଣୀ ପରସ୍ପରକୁ ଆକ୍ରମଣ କରିପାରିବେ ନାହିଁ ।



ଶିକ୍ଷଣ ଉପକରଣ ଫର୍ଦ୍ଦ


G
F
E
D
C
B
A